

木造多層塔の振動計測データを利用した質量と剛性の同定手法

Identification method to derive three-storied pagoda's mass and stiffness
by using vibration measurement data

吉富信太¹

Shinta Yoshitomi

¹立命館大学教授 理工学部建築都市デザイン学科 (〒525-8577 滋賀県草津市野路東1-1-1)

Professor, Ritsumeikan University, Dept. of Architecture and Urban Engineering

In this paper, a physical parameter identification method is proposed for multi-storied wooden pagoda. This method can identify masses, stiffness and damping coefficients of each floor by using floor response data to a shaker disturbance. At first, an identification theory is explained. Secondary, some numerical examples are performed to examine the veridity of the proposed method. Furthermore, this method is applied to the recorded data of site investigation at some important cultural property three-storied pagoda.

Keywords : traditional wooden structure, 3-layerd pagoda, mass, damping, stiffness, identification

1. 序

五重塔や三重塔などの木造多層塔は、過去地震で倒壊した記録がほとんどなく、地震に対して非常に強い建築と言われている。伝統木造建築の振動計測に基づく構造特性分析は広く行われており、木造多層塔を対象にして実測や模型実験に基づいて振動特性として固有周期や制振、耐振性能に関する検討がなされている(例えば1-5)。また、高層ビル建物を想定して、各層の質量、剛性、減衰といった物理パラメータを推定する様々な手法が提案されているが、こうした手法を木造多層塔に適用した例はほとんど見られない。伝統木造建物は構成が複雑で、重量や剛性の評価が難しいため、物理パラメータ同定手法が有用であると考えられる。

本研究では既存の論文ではほとんど扱われていない質量や剛性等の物理量に着目し、三重塔の常時微動計測や加振計測で得られた速度データを用いて各層の質量や剛性を導くための同定手法の提案を目的とする。まず同定理論を提案し、提案手法の妥当性についてシミュレーションおよび実測データを用いて検討する。

2. 起振機実験に基づく質量・剛性・減衰の同定法

これまでに、起振機実験に基づく質量同定法は十分に確立していない。本研究では、多層建物の起振実験時の振動計測データを用いて、極めて単純な手順で各層の質量や剛性等の特性を導き出す物理パラメータ同定法を提案する。同定理論の導出は、三重塔を単純な三層せん断モデルとして扱い行う。第1層に設置した起振機による加振時の三層せん断モデルの運動方程式は以下の式で表される。ここで、 $m_i, c_i, k_i, y_i, \dot{y}_i, \ddot{y}_i$ は第 i 層の質量、減衰係数、剛性、変位、速度、加速度。 m, a は起振機の質量と加速度。

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \\ \dot{y}_3 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1+c_2 & -c_2 & 0 \\ -c_2 & c_2+c_3-c_3 & 0 \\ 0 & -c_3 & c_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \\ \dot{y}_3 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1+k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2+k_3-k_3 & 0 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -ma \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (1)$$

三層全ての計測を行った場合を想定し、(1)式を同定対象の各層の物理パラメータ $\mathbf{b}=(m_1, m_2, m_3, c_1, c_2, c_3, k_1, k_2, k_3)^T$ について整理し、両辺の誤差の二乗和を最小化する最小二乗法より(2)式の同定式を得る。

$$\mathbf{b} = (\sum (\mathbf{A}^T \mathbf{A}))^{-1} \sum (\mathbf{A}^T \mathbf{c}) \quad (2)$$

ここで、

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \ddot{y}_1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddot{y}_2 & 0 \\ 0 & 0 & \ddot{y}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y}_1 - (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) & 0 \\ 0 & (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) - (\dot{y}_3 - \dot{y}_2) \\ 0 & 0 & (\dot{y}_3 - \dot{y}_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 - (y_2 - y_1) & 0 \\ 0 & (y_2 - y_1) - (y_3 - y_2) \\ 0 & 0 & (y_3 - y_2) \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\mathbf{b} = (m_1, m_2, m_3, c_1, c_2, c_3, k_1, k_2, k_3)^T \quad (4)$$

$$\mathbf{c} = (-m\ddot{a}, 0, 0)^T \quad (5)$$

また、微動計測時は、質量を既知量として $\mathbf{A}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ を次のように書き換えれば減衰と剛性のみ同定できる。

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \dot{y}_1 - (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) & 0 \\ 0 & (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) - (\dot{y}_3 - \dot{y}_2) \\ 0 & 0 & (\dot{y}_3 - \dot{y}_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 - (y_2 - y_1) & 0 \\ 0 & (y_2 - y_1) - (y_3 - y_2) \\ 0 & 0 & (y_3 - y_2) \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\mathbf{b} = (c_1, c_2, c_3, k_1, k_2, k_3)^T \quad (7)$$

$$\mathbf{c} = (-m_1 \ddot{y}_1, -m_2 \ddot{y}_2, -m_3 \ddot{y}_3)^T \quad (8)$$

なお減衰項を無視すれば、質量と剛性のみ同定できる。本稿では三重塔を想定した式展開を行ったが、層数が3層以外の場合にも容易に拡張できる。本手法ではノイズがあっても解の唯一性は保証され、正規分布に従う誤差の影響を除去可能であるが、実測データに含まれるノイズの影響については稿を改める。

3. 同定法のシミュレーションによる検証

4種類の地震波（El Centro 1940 NS波，TAFT 1952 EW波，sin波（周期1s），ランダム波）を地動または起振機の加速度波形とみなして時刻歴応答解析を行い、得られた応答を計測データとみなして同定法を適用する。表1にシミュレーションの諸元を示す。なお計測データとして、①各層の応答変位，応答速度，応答加速度，起振機の加速度を全て利用する場合，②各層応答速度と起振機の加速度を利用する場合（変位と加速度は速度を数値的に微積分して得る）の2ケースについて(2)式を適用する。①は検証のための最も高精度な条件であり，②は実際の計測に準じた条件である。第1層に設置した起振機加速度として各波形を用いた場合の同定結果を表2に示す。ケース①では入力波によらず質量，剛性，減衰とも精度よく推定できており，提案手法の妥当性が示された。一方ケース②の場合は，特に下層部で同定精度が低いケースがある。これは，数値的な微積分により求めた変位や加速度の精度が低いことが原因であり，本稿では移動平均を差し引く単純な補正方法を用いているが，さらなる改善の必要がある。また，特定の振動数成分だけが含まれるようなデータだと同定精度が低下する傾向があるため，起振実験には注意が必要である。

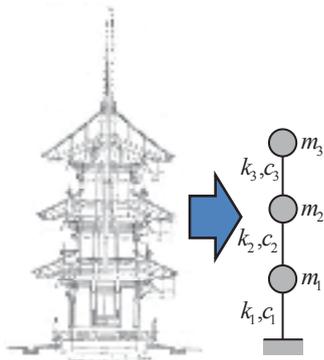


図1 三重塔モデル

表1 数値例題モデル諸元

	質量 (kg)	剛性 (N/m)	減衰係数 (Ns/m)
1F	1000	400000	5000
2F	1000	296080	3700
3F	1000	197390	2500

表2 同定結果（シミュレーション）

		同定結果(ケース①)				同定結果(ケース②)			
		El Centro	taft	sin	random	El Centro	taft	sin	random
質量 (kg)	1F	1000 (0.00%)	1000 (0.00%)	1000 (0.00%)	1000 (0.00%)	993 (0.70%)	973 (2.70%)	318 (68.18%)	994 (0.60%)
	2F	1000 (0.00%)	1000 (0.00%)	1000 (0.00%)	1000 (0.00%)	1058 (5.78%)	905 (9.51%)	990 (1.04%)	1077 (7.66%)
	3F	1000 (0.00%)	1000 (0.00%)	1000 (0.00%)	1000 (0.00%)	964 (3.58%)	895 (10.52%)	950 (4.95%)	1006 (0.61%)
剛性 (N/m)	1F	400000 (0.00%)	400000 (0.00%)	400000 (0.00%)	400000 (0.00%)	397282 (0.68%)	395053 (1.24%)	370634 (7.34%)	402201 (0.55%)
	2F	296080 (0.00%)	296080 (0.00%)	296080 (0.00%)	296080 (0.00%)	280372 (5.31%)	257566 (13.01%)	285829 (3.46%)	284398 (3.95%)
	3F	197390 (0.00%)	197390 (0.00%)	197390 (0.00%)	197390 (0.00%)	180341 (8.64%)	174377 (11.66%)	187114 (5.21%)	185819 (5.86%)
減衰係数 (Ns/m)	1F	5000 (0.00%)	5000 (0.00%)	5000 (0.00%)	5000 (0.00%)	5290 (5.81%)	7405 (48.09%)	2548 (49.03%)	4487 (10.26%)
	2F	3700 (0.00%)	3700 (0.00%)	3700 (0.00%)	3700 (0.00%)	3721 (0.57%)	3437 (7.11%)	3350 (9.47%)	3801 (2.72%)
	3F	2500 (0.00%)	2500 (0.00%)	2500 (0.00%)	2500 (0.00%)	2510 (0.41%)	2168 (13.29%)	2231 (10.78%)	2576 (3.03%)

4. 実測データを用いた同定法の検証

本節では、実測データを前節の提案手法に適用する。振動計測は兵庫県にある如意寺²⁾と名草神社³⁾の三重塔で実施した。同定に必要なデータを得るために、この2つの三重塔について常時微動計測と起振機による加振計測を行った。計測箇所を図2に示す。ch番号1~8の奇数chは地面と各層のNS方向、偶数chはEW方向の速度、ch9は起振機錘の速度であり高感度速度計を用いて計測する。起振機は第1層に設置する。表3に実測の詳細を示す。なお、如意寺では計測器の都合上、三層全ての応答を計測できなかったため名草神社での計測データのみ同定に利用できる。そのため、本稿では名草神社の方の計測結果のみを示す。図3~6に、実測された速度波形を示す。実測1は常時微動計測、実測2, 3は加振計測である。

表3 実測の詳細

	計測ケース(速度計の方向)	サンプリング周波数(Hz)	計測時間(s)	起振機の周波数(Hz)
如意寺	1(微動 NS方向)	200	410	
	2(微動 EW方向)	200	738	
	3(起振器 NS方向)	200	202	1.1
	4(微動 NS方向)	200	420	
	5(微動 EW方向)	200	485	
名草神社	1(微動 NS、EW方向)	100	600	
	2(起振器 NS、EW方向)	100	123	1.3
	3(起振器 NS、EW方向)	100	160	1.6

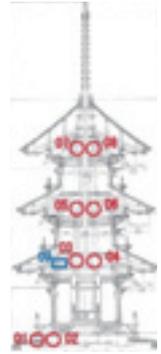


図2 計測点概要

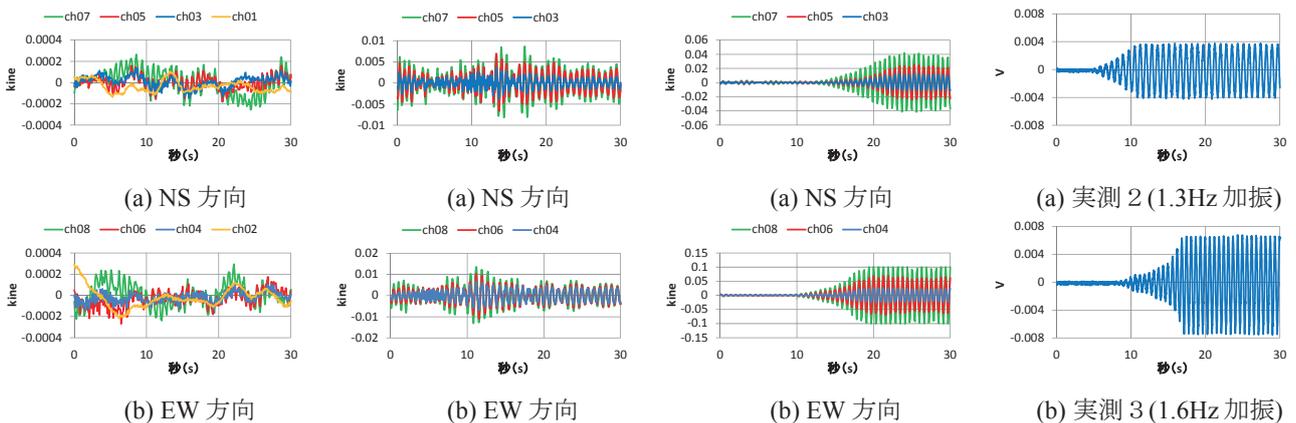


図3 応答波形(実測1) 図4 応答波形(実測2) 図5 応答波形(実測3) 図6 起振器入力波形

基本的な手順は3節の②のケースと同じであるが、(1)データ範囲の指定、(2)NS方向EW方向の選択、(3)起振機の振動の単位が速度、(4)計測データの単位変換(kineからm/s)、という4点が異なる。(2)、(3)については計測値を検証し、起振器を速度と設定した場合の偶数ch(EW方向)のデータを利用する。(1)については、(i)振動開始時点からある程度安定するまで、(ii)振動開始前から安定する直前あたりまで、(iii)安定している間(正弦波)の3パターンの範囲を指定した。同定は、質量と剛性のみとした。起振実験の実測2、実測3のデータを用いた同定結果を図7、8の(a)、(b)に示す。また、それぞれ同定された質量を既知量として用いて、微動計測の実測1のデータを(6)~(8)式の微動計測時の同定法に適用して求めた剛性も図7、8(c)に示す。図8の実測3のデータではばらつきは大きく負の値が同定される場合もあるのに対し、図7の実測2の結果の方が図8の実測3の結果より安定している。これは、表2の起振機による振動数の違いで、実測2の振動数の方が適切に水平振動モードが比較的安定して励起された結果であると推測できる。

図9に、実測1, 2の入力に対する応答のフーリエ振幅比を示す。図9(a)に実測1の地動絶対速度に対する応答絶対速度の振幅比、図9(b)に実測2の起振機絶対速度に対する応答絶対速度の振幅比を示す。図9(c)に、実測2に基づいて同定された質量、剛性、減衰を有する3層せん断モデルの地動絶対速度に対する応答絶対速度の振幅比を示す。図9(a),(b)では、卓越振動数が概ね対応していることが分かる。図9(a),(c)が対応する実測とシミュレーションであるが、1次固有周期が概ね対応するものの、高次の差が大きいことがわかる。伝達関数の高次のピークが表れていない理由は、同定結果では1次減衰定数が約45%と大きく評価され

たことによるものである。実測データでは明確なピークが4つあり、同定対象モデルとして3自由度モデルを採用したことが適切でないため、その影響が大きな減衰係数の評価につながったと考えられる。この4つのピークが心柱先端の相輪の影響によるものか、载荷直交方向の振動の影響か、屋根部分の曲げ変形影響によるものか検討する必要がある。さらに、非線形の振幅依存性の影響についても検討が必要である。

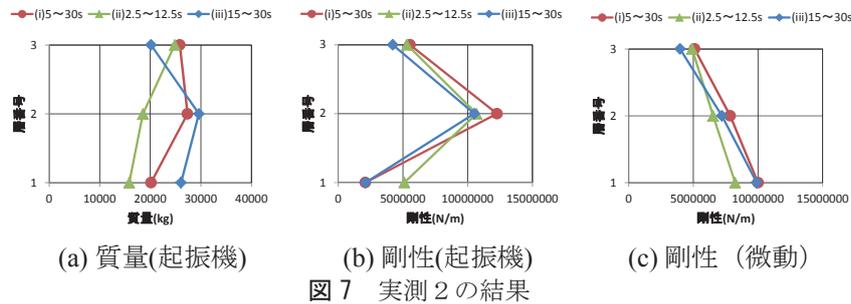


図7 実測2の結果

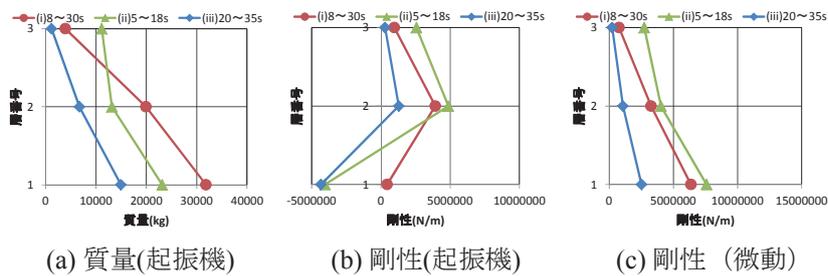


図8 実測3の結果

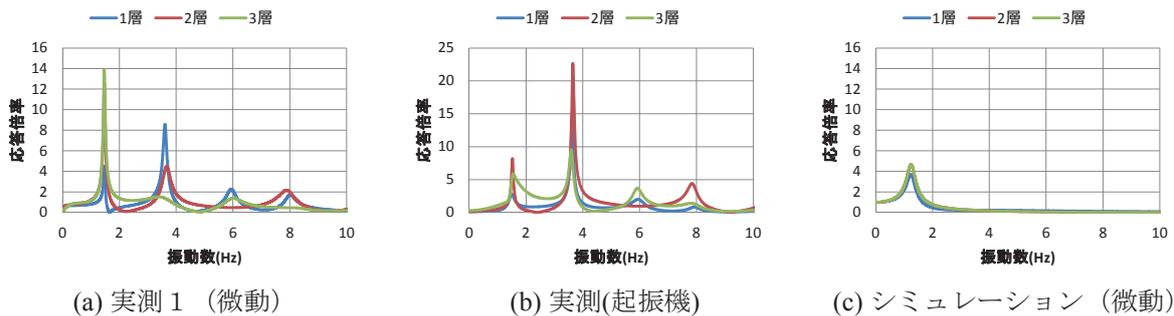


図9 応答倍率の比較(実測1及び実測2)

謝辞：本稿作成に際し、如意寺、名草神社、立命館大学の向坊恭介博士、門瑠斗氏、奈良女子大学の瀧野敦夫博士、播磨社寺の大西好浩様に現地調査、データ実測、分析に協力頂いた。ここに記して謝意を表する。

参考文献

- 1) 植戸あや香, 向井洋一, 瀧野敦夫, 菅谷美好 : 木造三重塔の微振動計測に基づく力学機構の推定に関する研究, 日本建築学会近畿支部研究報告集(構造系), No.54, pp.277-280, 2014.5
- 2) 猿田正明, 岡田敬一, 貞広修, 木村誠 : 宝楽師寺東塔の構造診断: その2: 常時微動測定, 日本建築学会大会(北海道)学術講演梗概集, pp.363-364, 2013.8.
- 3) 林弘倫, 辛殷美, 藤田香織, 楠浩一 : 伝統的木造五重塔の振動特性に関する研究: その10 善通寺五重塔の常時微動測定, 日本建築学会大会(東海)学術講演梗概集, pp.299-300, 2012-09-12
- 4) 西川英佑, 西澤英和 : 木造三重塔の構造特性に関する実験的考察(第3報) 軒の衝撃的な振動性状に関する縮小模型実験, 日本建築学会計画系論文集, No.77(671), pp.217-225, 2012.1
- 5) 木下顕宏, 大場新太郎, 村尾昌俊 : 金山寺三重塔の振動特性に関する研究, 日本建築学会近畿支部研究報告集, No.41, pp.65-68, 2001.
- 6) 文化財建造物保存技術協会 : 重要文化財如意寺三重塔, 保存修理工事報告書, 1997
- 7) 文化財建造物保存技術協会 : 重要文化財名草神社三重塔保存修理工事報告書, 1988