

# 数学教師を志す大学生の 自主ゼミ活動での極限概念の形成過程

——複線径路・等至性モデル (TEM) による分析——

茂野賢治

(立命館大学教職教育推進機構)

本研究の目的は、数学教師を志す大学生の自主的なゼミナール活動（以下、自主ゼミ）の学習環境での極限概念の形成がどのようになされるのかを検討することである。そこで、卒業までの約半年間の自主ゼミについて、インタビューを行い、活動時間が経過する中で、自主ゼミに参加したある1名の学生の極限概念がどのように変化したかを、複線径路・等至性モデル (TEM) に基づいて分析した。結果、学生の主体的な学習環境に支えられた自主ゼミによって、学習者の深い極限概念の形成を促すことが示唆された。具体的には、極限概念の形成は、数学的な語りによって、関数グラフを視覚的に動かしていく動的な操作的概念から、形式的な定義による静的な記号論における構造的な概念へと変容することがわかった。これは、Tall (2013=2016) の指摘する「実際数学」から「形式数学」に至る学習者の極限概念に関する数学的思考発達のプロセスと考えられた。

キーワード：極限概念の形成過程、自主的なゼミナール活動、複線径路等至性アプローチ、  
数学的な語り、数学教師を志す大学生

立命館人間科学研究, No.37, 103-114, 2018.

## I. 背景

### 1. 大学教育と学習形態

(1) 大学教育に求められている学生が身につける力

今日の大学教育改革において、学生たちが習得すべき知識やスキルの明確化が求められている。そこでは、「何を教えるか」より「何ができようになるか」に重点がおかれ、グローバルな知識基盤社会や学習社会において、学問の基本的な知識を獲得するだけでなく、知識の活用能力や創造性、生涯を通じて学び続ける基礎的な能力を培うことが重視されつつある。こうした能力の必要性については、大学教育のみならず

大学教育の前段階である小学校、中学校及び高等学校教育にも跨っており（中央教育審議会 2012; 2016）、我が国の学校教育全体における直近の共通目標や課題といえる。つまり、我が国のグローバル人材育成における必要な力の一つは、認知的、倫理的、社会的能力、教養、知識、経験も含めた汎用的な力（中央教育審議会 2012）といえる。

(2) 能動的な学習における汎用的技能獲得の可能性

伏木田他 (2011; 2014) は、大学学部生を対象に、ゼミナール活動（以下、ゼミ）に焦点をあて、その活動と学生の学習意欲、批判的思考、汎用的技能などの成長実感との関連を指摘している。また、岸・久保田 (2017) は能動的な学習として、

ゼミにおける学習環境がキャリア形成に関与していることを指摘する。また、山田（2015）はゼミにおける教師と学生とのかかわりの変容を描いている。これらの知見は、大学教育におけるゼミという能動的な学習形態の有用性を示す数少ない知見といえる。また、山田・森（2010）は学習者である学生の主体性に委ねる学習形態の場面として授業外の活動、例えばサークル活動やアルバイトなどの活動による汎用的技能の学習成果を示唆している。これら知見から鑑みると、大学生の能動的な学習形態は、知識やスキルの社会生活への応用、汎用的技能の獲得にとって有効な学習形態といえそうである。

## 2. 学習者の汎用的技能の育成と数学学習

### (1) 汎用的技能と数学的な概念

数学学習、特に数学的な考え方は、社会生活全般においてその活用が求められている（中央教育審議会 2016）。これは、数学という学問の性質が所以であることが考えられる。そもそも、数学は構造の学問であり、構造とは、数学的な概念や考え方が理論的に一貫性を保ちつつ、統合された枠組みへ融合されることである（Tall 2013=2016: 15-23）。このことから、数学的な知識やスキルの情報処理に代表される実用面での応用は勿論、市民としての社会生活における様々な課題解決のために、数学的な概念は汎用されると考える。そして社会生活への汎用のためには、数学的な概念が「どこに活用できるか」なども含めた汎用のための深い数学的な概念認識が求められるといえる。そして、全ての学校段階で担う数学的な概念獲得のためには、数学学習を担う教師の役割も重要になる。数学を教える立場である数学教師として、自らが学習し獲得した数学的な知識やスキル、そして深い数学的な概念のまさに汎用的な活用が職業として求められるからである。この点から鑑みると、大学教育における数学教師を志す学生の数学的な

概念の形成を検討することは意義あることといえる。大学教育における汎用的技能を備えた学習者の育成が強調されている中、数学教師を志す学生の大学教育における汎用的技能獲得のための数学的な概念及びその形成過程を検討する必要があるといえる。

### (2) 社会的構成主義による数学的な概念の捉え方

数学的な概念の変容や形成を捉えるため、近年の数学学習研究において、社会面と認知面の架け橋となる社会的構成主義による数学学習の研究が興隆している（Sfard 2008; 2012）。これは、数学学習を他者との相互交渉や社会や環境との関わりの中で学習者の数学的な概念認識を捉えようとする見方といえる。Sfard（2008）は、コモグニション論を用いて数学学習を捉えている。コモグニション論とは、学習をコミュニケーション参加による個人の談話の変容、数学をコミュニケーションの一つの形態として捉える学習者の認知面と社会面を同時に捉える理論である（Sfard 2008; 2012）。この理論に従うと、学習者の認知面である数学的な概念の認識や形成のプロセスは、社会面である学習者の活動やコミュニケーションから観察可能となる。

### (3) 学習者の数学的な概念形成の過程

学習者の数学的概念研究としてTall（2013=2016）は、数学的な思考の発達は数学的な三世界で捉えられることを指摘している。その三世界とは、空間と図形・算術における経験による「実数数学」、対象と操作に基づく定義による「理論数学」、そして形式主義に基づく形式対象による「形式数学」である（Ibid 2013=2016: 429-444）。この数学的な三世界論は、学習者の概念認識を人間の感覚、運動から形式化、記号化する段階とも考えられる。

また、Sfard（1991）は数学的な概念形成の段階を具象化論により、学習者の認識面から捉えている。Sfard（1991）の具象化論とは、三つの性質から概念形成を捉える理論といえる。一点

目は、操作的概念は構造的概念に先立つという順序性、二点目は、概念を創り上げていくための相補性、三点目は、概念形成を三つの層に分けた段階性である。その三つの層とは内面化 (interiorization)、凝縮化 (condensation)、具象化 (reification) である。内面化とは操作の過程を熟達することであり、凝縮化とは操作と数学の本質を結びつけようとする段階であり、具象化とはそれが結びつき、一つの構造と理解された段階である。これにより概念形成を操作的概念から構造的な概念への移行と特徴付けている。例えば、具象化を極限概念において説明すると、ある静的物体 (図1: グラフ上の線分) を動かすことで、近づいていく物体 (図2: グラフ上の接線) にみなすことができるということを構造的に認識し、数学的な記号で表現していくことである

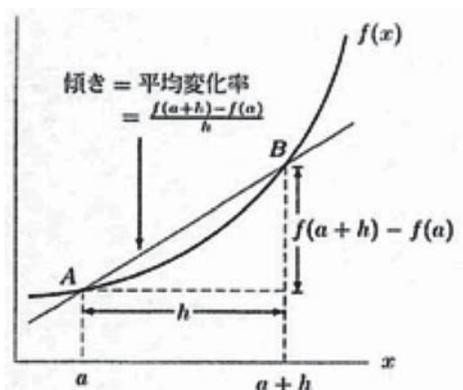


図1: 静的線分

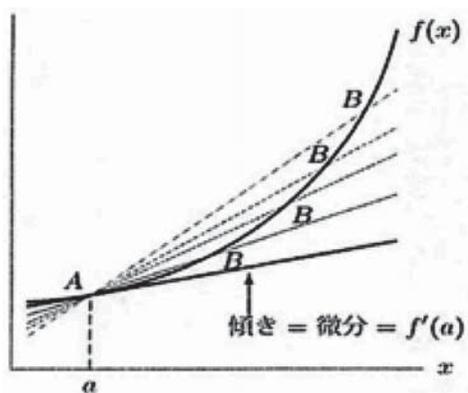


図2: 接線に近づいていく様態

(図1, 図2はデボラ・ヒューズ=ハレット他 2007=2010 から引用)。

### 3. 本稿の目的

本稿の目的は、数学教師を志す大学生が任意に集まった自主ゼミにおいて、極限概念の形成がどのようになされるのかを検討することである。数学教師に必要な汎用的技能を支える深い数学的な概念として、伏木田他 (2014) の残された課題である特定の汎用的技能にフォーカスし、その形成のプロセスを精緻に検討する。数学的な概念の中で、極限概念に特化した理由は、第一に極限概念は、高等学校や大学で履修する際、その概念獲得が一般的に難しいので、将来教師になる学生たちには極限概念の深い認識が必要とされるからである。理由の二つ目は、自主ゼミの参加学生は8名中5名が高等学校の数学教師志望学生であり、実践上においても高等学校から履修する極限概念の深い認識が求められるので、調査対象とする学習内容として適当と考えたためである。

## II. 方法

### 1. 研究方法

自主ゼミにおける極限概念形成の過程を捉えるためには、自主ゼミの活動という時間的な経過に伴う極限概念の変容を捉える必要がある。そこで、本稿では不可逆的時間の分析枠組みとして、複線径路・等至性モデル (Trajectory Equifinality Model 以下、TEM) を用いて分析をする (安田他 2015)。TEMは、それぞれの人が多様な径路をたどったとしても、等しく到達する地点 (等至点) を持つという前提に立つ。人の複雑な径路を時間的な変容から捉えるものである。TEMにおける対象者の選定方法は、歴史的構造化サンプリング (Historically Structured Sampling: HSS) に基づいて行う。TEMでは人

の経験は歴史的・文化的・社会的な文脈に埋め込まれているという原則から、サンプリングには同様な経験を持つ人、具体的には、自主ゼミに参加した学生8名を選んだ。そして、本稿では8名の内、1名の学生Aさんを研究の対象者とする。1名のデータは多人数のTEMに比べて、現象をより詳細に記述できるといわれるからである。

収集したデータは、自主ゼミに参加した数学教師を志す学生たちの活動の映像記録とその活動に対するAさんへのインタビュー、そしてAさんが極限概念を説明する際に使用した図や数式である。Aさんへのフォーマルインタビューは、2016年10月と12月、2017年1月と3月の計4回、実施時間は各回約60分間行った。

事例対象とした自主ゼミは、Aさんら大学3年時の後期(2015年10月)に、結成された。当初の目標は「教員採用試験対策のための数学教師を志しているメンバーの集団での集中学習」であった。本稿の研究対象とする期間は、自主ゼミ後半、教員採用試験修了後(2016年9月)から卒業(2017年3月)までの期間である。実施回数は、月平均7コマ(1コマ、90分)の約40コマ分であった。自主ゼミ後半の目標は、「数学教師としての深い数学的な概念認識」が目標である。自主ゼミは、基本的に学生主導で行われていくのだが、教員Cは自主ゼミに対する相談アドバイザーとして、自主ゼミの代表Bさんから依頼を受けている。主な自主ゼミ活動の概要としては、テキスト(主に中学校、高等学校で使用されている教科書)を参考に、中学校と高等学校の一貫した指導内容の冊子づくり、模擬数学授業を行うための数学的な概念の名称づけと模造紙を使用した概念のカテゴリー分け、模擬数学授業、そしてこれら活動中の話し合いや振り返りである。

## 2. 分析枠組み

本稿では、理論的枠組みとして、大学教育の環境と成果の関連をはかるために開発されたI-E-Oモデル(Astin 1991)を援用する。このモデルの特徴は、異なる「環境(Environment)」の「成果(Output)」をより精緻化するために「既得情報(Input)」を組み込んでいる点である。このモデルを自主ゼミという活動時間の流れと極限概念の形成過程に組み込んでいく。そこで、活動時間の不可逆の様相を捉えるために先述したTEMによる分析を用いる。最終的には、I-E-Oモデルを本稿の目的である自主ゼミにおける極限概念の形成過程を考察するため、モデルの構造を調整した。具体的には、まず「既得情報(Input)」として「受講動機」を設定し、「環境(Environment)」として客観的側面を「活動」と「仲間・教員との関わり」主観的側面を「共同体意識」と「教員への評価」、そして「成果(Output)」である数学的な概念形成として具象化論(Sfard 1991)を用いて設定した。先述したようにSfard(1991)の具象化論とは、数学的な概念は操作的概念を熟達する「内面化(interiorization)」、操作と構造を結びつけていく「凝縮化(condensation)」、そして結びつけられた概念を構造的な概念として捉える「具象化(reification)」の三段階で表され、数学的概念の形成過程においてこれは抜け落ちることも逆向きの順番にはならないことを指摘している。この指摘に従い、概念形成の具象化を学習「成果(Output)」としてTEM図の中に入れる。

次に、I-E-OモデルをTEM図の概念と関連づける。TEM図の概念【 】内(安田・サトウ2012; 安田他2015)である人が外界と相互交渉をしながら選択する【分岐点】、多くの人が制度的・慣習的にはほぼ通過する【必須通過点】を客観的側面に、そして人や社会からの支援や制度、行動を後押しする認識である【社会的助勢】、反対に阻害・抑制として働く【社会的方向付け】

を主観的側面に位置づける。そして、異なる経路たどりながらも最終的に類似の結果にたどり着く【等至点】を極限概念の具象化である〈極限概念の構造的認識〉に設定し、【等至点】と正反対の到達点【両極化した等至点（Polarized Equifinality Point: 以下 P-EFP）】〈極限概念の構造的認識なし〉を追加設定した。本稿では、自主ゼミ活動における極限概念の構造的認識である等至点までの長いスパンで分析するため、分析の段階では分岐点も極限概念形成の等至点と捉えることができる。従って、分岐点も一つの等至点として、P-EFPを追加設定した。

### 3. 分析方法

分析は、収集したインタビューを意味のまとまりごとにコード化し、A さんに関する 122 個のコードを作成した。このコードを、TEM 図の概念の内、【分岐点】、【必須通過点】、【社会的方向付け】、【社会的助勢】にあたるものを TEM 図に配置した。自主ゼミにおける活動の映像（模擬数学授業）や TEM に含まれないカテゴリー、例えば【自己内対話】などについてはそれらを、TEM 図との関係を捉えながら考察した。また、TEM 図の作成において、補足データとして、追加のインタビュー、活動中の映像や記述したプリントなどを用いた（荒川他 2012）。その後、作成した TEM 図を研究対象とした A さんに提示して、追加、修正を検討し最終的に TEM 図を完成させた。

## Ⅲ. 結果と考察

分析の結果、図 3 の TEM 図（図 3: 教員採用試験終了後から卒業までの自主ゼミ活動の TEM 図）にまとめることができた。まず、TEM 図にある分岐点から極限概念の変容を A さんが書いた図や数式と併せて考察する。分岐点を考察の対象とした理由は、先述したように分岐点は

等至点とも捉えることが可能であり、TEM 図における分岐点から極限概念の変容が捉えられたためである。そして、TEM 図から A さんの極限概念の認識を精緻に捉えるため、極限概念の形成過程に対し、等至点への歩みを後押しする【社会的助勢】を考察する。なお、考察の文中「 $\square$ 」はインタビューデータの引用、【 $\square$ 】はカテゴリー、〈 $\square$ 〉はコード、[ $\square$ ] は分析枠組みのカテゴリーを表す。インタビューデータ内の（ $\square$ ）は筆者が数学的な意味を分かりやすくするために追加した内容である。

### 1. 分岐点を通した A さんの極限概念の変容

本稿では、Sfard (1991) の具象化論の枠組みに基づき、A さんの極限概念の形成過程を「成果 (Output)」として、TEM 図から分析した結果、A さんの極限概念は操作的概念から構造的概念に変容していくプロセスが示された。以下で、五つの分岐点において A さんの極限概念の変容プロセス及びその概念を考察する。

第一の分岐点は、〈自主ゼミの継続〉である。教員採用試験も終了し、自主ゼミの当初の目標がなくなったが、教員採用試験のための知識を覚える学習から、数学をしっかりと教えるための深い数学的な概念認識という目標に変わったことで自主ゼミを A さんは継続した。このことは「自主ゼミの活動が数学教師として授業をしっかりと行うことにプラスになる」、また自主ゼミ仲間の「数学をきちんと教えるという使命感に感化された」と A さんは述べており、前者は「既得情報 (Input)」としての〈受講動機〉であり、後者は【社会的助勢】として自主ゼミの仲間との〈共同体意識〉になっていたといえる。このときの自主ゼミ活動の短期目標は〈テキストによる数学的な概念理解の活動〉と〈中学校から高等学校の指導内容を通した冊子づくり〉である。これは、A さんにとって「正直、またこれまでの学習をおさらいすることには飽きた」と

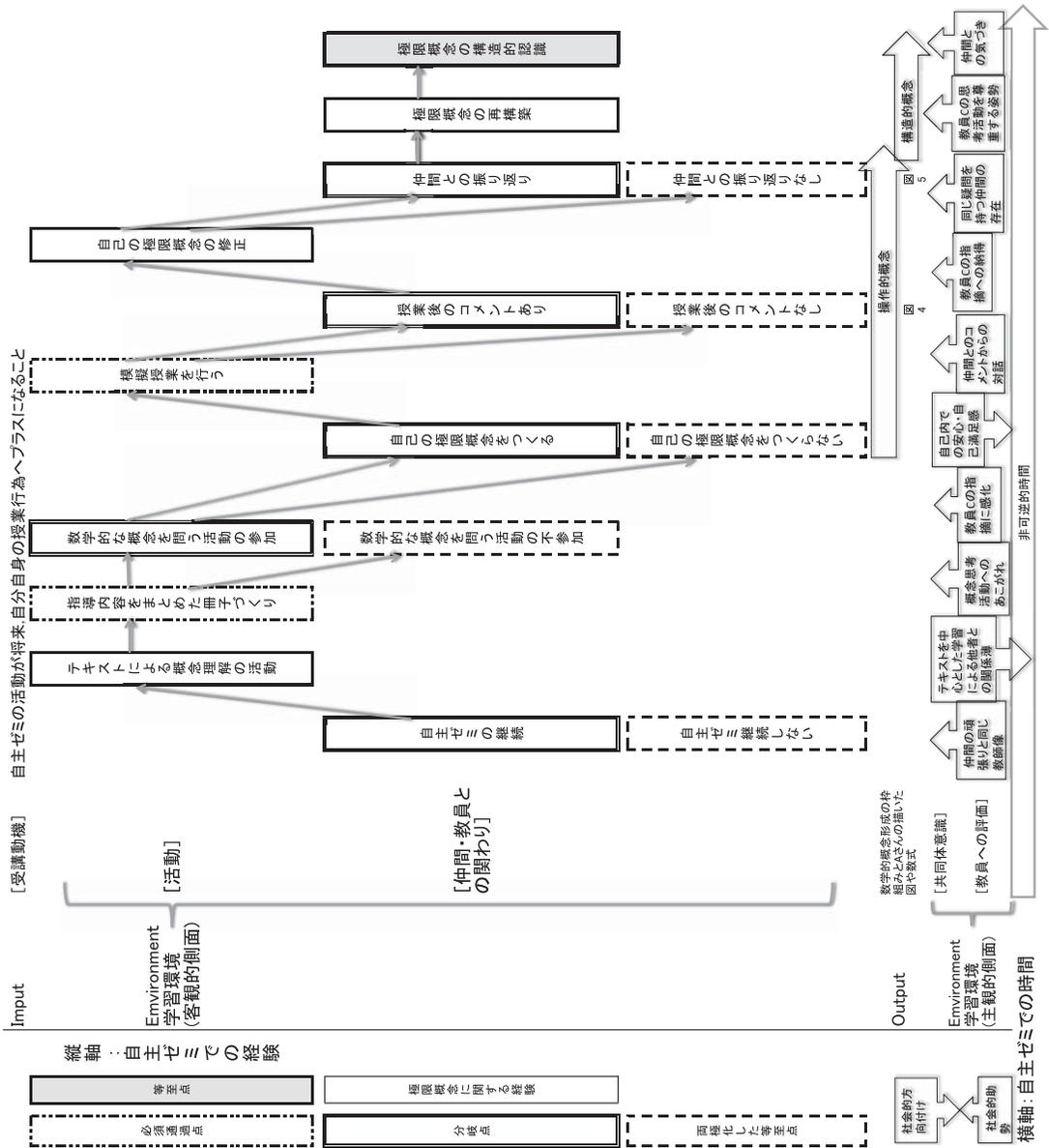


図3: 教員採用試験修了後から卒業までの自主ゼミ活動のTEM図

述べられていることから【社会的方向付け】として極限概念形成に作用しているといえる。さらにテキストを中心とした学習形態は「仲間・教員との関わり」を減じている要因になっているといえる。

第二の分岐点は、＜数学的な概念を問う活動の参加＞と自主ゼミの最終目標「数学的な概念

を深く探り、模擬授業を行うこと」への取組みである。「自分の好きな数学的な概念を深く思考することで、教師になったとき授業で役立つ学習ができる」ことが、Aさんの知的好奇心を誘うことになり、概念思考の学習環境はテキストのみならず「仲間・教員との関わり」を増加させる要因になっているといえる。また【社会的

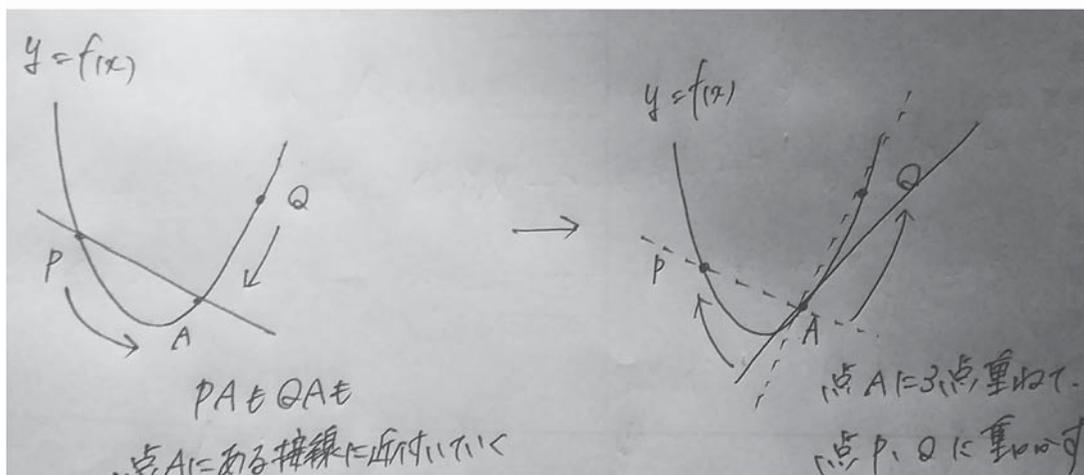


図4: 動的極限概念として、目標物となる接線に近づくとみなすことを説明するためにAさんが描いたグラフ図

助勢】として仲間も「数学的にしっかりとした概念を持った教師像」を抱いて頑張っていることと教員Cからの「深い概念理解をもった数学教師の必要性」の指摘に感化されていったといえる。そして、模擬授業を行うための指導案づくりでは、教員Cからの指摘「日常の中の行動様態を数学という世界に入れていく」ことが[教員への評価]として働き、指導案の中にAさんの極限概念「極限值としてみなす」「視覚的な意味」を挿入することにつながった。

第三の分岐点は、＜自己の極限概念をつくること＞である。自らでつくった極限概念をもとに【必須通過点】として仲間や教員Cに対する模擬授業を行うために、Aさんは動的な極限概念を創り上げた。この時【社会的方向付け】として＜自己満足＞と＜一人で創り上げた＞が極限概念の形成に働いている。「結構やった」「自分は最後(教員採用試験後)まで学習をしている」ことが[仲間・教員との関わり]を減じ、Aさんの創り上げた極限概念が深まることを阻害しているといえる。なぜなら、Aさんは授業後に仲間からコメントを受けるまで、線分を限りなく近づけた時に表出する接線にみなす極限概念を持っており、仲間からのコメントを受けて初

めて、目標となる接線に近づくとみなす動的極限概念に深まったからである。

第四の分岐点は、模擬授業後の他者からの＜授業後のコメントあり＞を受けての＜気づき＞である。「いろんな考え方があるもんや」「より概念としては進んでいる」など述べていることから、極限概念の認識が深まったといえる。【社会的助勢】として仲間からの極限概念への指摘は[共同体意識]、教員Cからの「動的に考えると、みなすという行為は前提として対象物などを設定している」に対する納得感[教員への評価]があるといえる。さらにAさんは、模擬授業のコメントを受けた後、すぐに自身の＜気づき＞を示す極限概念の捉える方法としてグラフ図に示し、自主ゼミ仲間と共に、教員Cに意見をもらいに行っている。そこでは、授業後のコメント「目標物となる接線に近づくとみなす」という動的極限概念として、Aさんは仲間からのコメントを受け入れていた。図4は、Aさんが説明に使用したグラフ図である。

第五の分岐点は、＜仲間との振り返り＞に伴う＜気づきの共有＞である。

模擬授業後に、Aさんは自主ゼミ仲間のDさんとともに教員Cの所に、模擬授業の振り返りと

依然として極限概念の部分で納得できない所に対しての疑問を持って来る。以下、その時の中心となる談話を示す。

Dさん「大学の授業でも、有限回は無理やから、無限回では成り立つと（極限概念を）仮定しておいている。まあ、そういうもんやろって、それを刷り込まれているから。」

Aさん「この前（模擬授業後のコメント）は、一応納得したが、目標物（接線）があってそれにみなすという風（極限）になるが、まあ思考を放棄した状態に近い。」

C教員「それは、高校のときまでのやり方が思考を放棄しているとみんなは考えているの？」

Aさん「いや、大学も近い。高校の時はさあーっと（二点間を結ぶ線分が）縮んでいって、ある対象物に近づくジャンプ部分（極限概念）をこっそり隠して飛んでいる。大学（極限に関する授業）は、一応そのこっそりを隠す手段をやっているが、そもそも無限とは、極限とは何か？の根本的な所。要するに、無限とは数えられない有限ではないだろうっていう風にしておいて、その言葉を決めた上でやっているんで、一見全く通っているように見えるが、じゃあここでいう極限ってなんだよっていう所を議論し出すと、よく話を聴くと $\epsilon-\delta$ （極限を定義する大学数学の授業で履修する形式的方法）を使って、高校の極限の妥協点を解消しているはずなのに結局、この命題、極限を考えるはめになるなら議論が循環しているということ。」

Dさん「ここの極限（二点間を限りなく近づける操作）の部分で、何で無限回の処理が必要なのかって考えたことやろ？」

C教員「単純にその命題を否定するって所に着目すれば、どうなるかな？」

Aさん「例えば、その帰納法とかにすれば、あれって、要するに $n$ を自然数ときに、自然数のパターン確かに調べることができて、そ

れによってあらゆる自然数が、命題が成り立つっていう方法じゃないですか。でっ、あらゆるパターンにおいて確かめなければならないというのであれば、これもあっそうか、確かに帰納法でやれば、帰納法でやれるなら、全パターンに対して否定されれば極限が成り立ちますけど。あっそうか。そういうことか、まあ今やっとう理解したというか。」

この談話の中で、Aさんは教員Cによる極限概念の構造上の示唆を受けながら、自ら自問自答し、極限概念のさらなる深まりとして記号論的認識を行っていった。そこでは、Dさんとの〈気づきの共有〉もあった。以下、図5においてその際、AさんとDさんが、極限值 $a$ に近づくことの説明に使用した数式と図を示す。

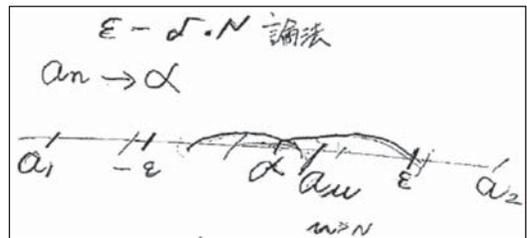


図5:AさんとDさんが極限概念を記号論的に説明した数式と図

ここには、数学教師として自己の中で、きちんとした極限概念を持って教えるといったAさんらの〈共同体意識〉としての教師像を【社会的助勢】として捉えることができる。さらに、教員Cの極限概念の知識を刷り込むのではなくAさんらの〈気づきを誘発する発言〉が、教員Cへの信頼となる〈自ら思考する学生への尊重〉というAさんの〔教師への評価〕による【社会的助勢】として〈極限概念の構造的認識〉に至ることが可能になったといえる。

## 2. 学習環境と極限概念形成の考察

Sfard (2008) のコモグニション論に従うと、数学学習における概念形成の過程を学習環境の

観点から捉えることが可能である。本研究においては、TEM図に配置した主観的学習環境である【社会的助勢】、つまり等至点である《極限概念の構造的認識》に至る極限の形成過程を助長させる要因をTEM図に配置した主観的学習環境である二つの[共同体意識][教員への評価]から分析した。結果、その学習環境を構成する主なる四つの要因を導出した。以下で、その詳細を述べる。

#### (1) 自問自答による自己内対話

Aさんは、思考をすることが好きで小学生のときから「計算よりむしろ、思考をしてそれを人と議論するのが好き」「答えでなく、むしろ解決する過程を明らかにしたい」と述べていることから、仲間や教員Cと数学的な概念や考え方の話を通して、再び自ら思考し他者と談話をする中で、自分自身と対話をして、解決していく様子がある。当初「高校までのとんだ部分が未解消」であったAさんが、「あっそうか。確かに帰納法でやれば」「そういうことか」等の自らが納得するための気づきがあった。これは、自主ゼミにおいて数学的な疑問に対して、Aさんは[共同体意識][教員への評価]による仲間や教員Cとの談話から、自分自身との対話を通して、極限概念に対する考察を深めることで、構造的極限概念の形成がされたといえる。

#### (2) 自主ゼミでの学び方

Aさんが、自主ゼミを卒業の直前まで継続した理由の一つは、仲間との「教師になる」といった強い意志があり、この意志は<数学概念の深い理解を伴った教師像>を抱いている仲間たちとの学習環境があったからといえる。当初、Aさんは「みんなよくやるな」といった自主ゼミの仲間たちを少し冷静な目で見ていた。しかし、仲間との数学的な議論を通して、周囲の様子が<数学的な概念を深く学んでいく>といった教師としての真剣な姿勢に触れ、自分もそうありたいといった気持ちが芽生えていった。そのよ

うな気持ちを抱くようになった【社会的助勢】は<極限概念をとことん追求していく>といった思考を掘り下げる仲間との自主ゼミでの学び方であった。

#### (3) 自主ゼミ教員Cとの相互交渉

教員Cは、Aさんの疑問に対する答えを決して言わない。Aさんもそれを承知で、教員Cに極限概念を初めとした数学的な問いと答えを同時に引き出してくれる存在>として[教員への評価]を行っている。極限概念を知る学問の先達者として、教員CはAさんの自力での極限概念形成のため、極限概念の周辺をあらいだす問いを発し、Aさんは納得するまで教員Cとの対話をグラフ図なども使用し行っていく。そこには、学生自身が自ら考え、自らで納得するまで行動させるという教員Cの教育観がみてとれる。このようなAさんと教員Cとの相互交渉によって、極限概念をとことん追求するAさんが自主ゼミ活動の中、自然な形で、操作的極限概念から構造的極限概念へ形成がされていったといえる。

#### (4) 自己開示による協働的な振り返り

Aさんは、「一人で勉強したいが、部屋で一人での勉強は嫌」と述べているように、自分自身の数学概念や数学学習に対する自己開示を、自主ゼミという活動を通して行っていた。そこには、自分の有り様を指摘してくれる仲間の存在もあった。Aさんが仲間到自己を開示し、仲間も同様に自己の有り様を開示してくれる協働的な振り返りが認められる。そこでは、数学的な概念をとことん追求し、指摘し合う関係構築がされたといえる。この関係からAさんと疑問を同じにする仲間との納得できない極限概念の部分の自己開示を、教員Cを含め共に行うことで、仲間との意味や感覚の共有である協働的な振り返りが生じ、構造的極限概念の形成に至ったといえる。

## IV. 総合考察

## 謝辞

## 1. まとめ

本稿の目的は、数学教師を志す大学生の極限概念の形成がどのようになされるのかを検討することであった。そこで、自主ゼミという特定の学習形態に参加した大学生 A さんのインタビューを中心に、自主ゼミの活動時間の経過とともに移り変わる学習環境の視点から、数学教師に汎用的技能として必要な数学的概念の一つである極限概念に特化し、その形成過程を分析した。その結果、極限概念の形成は、動的な操作的な概念から静的な記号論における構造的な概念へ変容することがわかった。その過程は、「実際数学」から「形式数学」(Tall 2013=2016: 429-444) への学習者の数学的思考発達過程といえる。そして、その極限概念の発達を促す要因は、仲間や教員との自由闊達な数学的な語りによって支えられた学習環境にあることが示唆された。

## 2. 今後の課題

今後は、この学習過程において何がどのように作用して極限概念の形成が促進されたのか、数学教師となり極限を生徒たちに教える際に、自主ゼミでの極限概念の形成が汎用的技能として A さんは、どのように活用していくのか、また本稿では扱わなかった A さんのこれまでの被教育体験全てを含めた学習環境と数学教師としての汎用的技能との関係を探る課題が残されているといえる。

## 付記

本研究は、「2017年度立命館大学人間科学研究所重点研究プログラム」(キャリア発達の図化プロジェクト)の一部である。

本研究を進めるにあたり、ご協力頂きました学生の皆さん、そしてプロジェクトにおける関係の皆様、本紙面をお借りしまして、心より御礼申し上げます。

## 引用文献

- Astin, W.A. (1991) *Assessment for Excellence: the Philosophy and Practice of Assessment and Evaluation in Higher Education*. New York: American Council on Education Macmillan Publishing Company.
- 荒川歩・安田裕子・サトウツツヤ (2012) 複線径路・等至性モデルの TEM 図の描き方の一例. 立命館人間科学研究, 25, 95-107.
- 中央教育審議会 (2012) 新たな未来を築くための大学教育の質的転換に向けて～生涯学び続け、主体的に考える力を育成する大学へ～ (答申). (2017年5月24日取得 [http://www.mext.go.jp/component/b\\_menu/shingi/toushin/\\_icsFiles/afieldfile/2012/10/04/1325048\\_1.pdf](http://www.mext.go.jp/component/b_menu/shingi/toushin/_icsFiles/afieldfile/2012/10/04/1325048_1.pdf)).
- 中央教育審議会 (2016) 幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について (答申). (2017年1月14日取得 [http://www.mext.go.jp/b\\_menu/shingi/chukyo/chukyo0/toushin/\\_icsFiles/afieldfile/2017/01/10/1380902\\_0.pdf](http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo0/toushin/_icsFiles/afieldfile/2017/01/10/1380902_0.pdf)).
- 伏木田稚子・北村智・山内祐平 (2011) 学部3.4年生を対象としたゼミナールにおける学習者要因・学習環境・学習成果の関係. 日本教育工学会論文誌, 35 (3), 157-168.
- 伏木田稚子・北村智・山内祐平 (2014) 学部ゼミナールの授業構成が学生の汎用的技能の成長実感に与える影響. 日本教育工学会論文誌, 37 (4), 419-433.
- Hughes-Hallett, D., Andrew, M. and McCallum, W. G. (2007) *Calculus: Single Variable*. 永橋英郎 (訳) (2010) 概念を大切にす微積分1変数. 日本評論社, 2-84.
- 岸磨貴子・久保田賢一 (2017) 大学のゼミ活動とキャリア形成: 卒業生のライフストーリーから. 関西大学総合情報学部紀要「情報研究」, 第45号, 1-22.

- Sfard, A. (1991) On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22 (1), 1-36.
- Sfard, A. (2008) *Thinking as Communication: Human Development, the Growth of Discourses, and Mathematizing*. New York, NY: Cambridge University Press.
- Sfard, A. (2012) Introduction: Developing mathematical discourse—Some insights from communicational research. *International Journal of Educational Research*, 51-52, 1-9.
- Tall, D. (2013) *How Humans Learn to Think Mathematically: Exploring the Three Worlds of Mathematics*. England: Cambridge University Press.
- 磯田正美・岸本忠之 (監訳) (2016) 数学的思考—人間の心と学び—. 共立出版.
- 山田剛史・森朋子 (2010) 学生の視点から捉えた汎用的技能獲得における正課・正課外の役割. 日本教育工学会論文誌, 34 (1), 13-21.
- 山田嘉徳 (2015) 大学教育実践: 卒業演習における教師と学生のかかわり. サトウタツヤ (編) TEA 実践編. 新曜社, 92-98.
- 安田裕子・滑田明暢・福田茉莉・サトウタツヤ (2015) TEA 理論編. 新曜社.
- 安田裕子・サトウタツヤ (編著) (2012) TEM でわかる人生の径路 質的研究の新展開. 誠信書房.

(受稿日: 2017. 5. 31)

(受理日 [査読実施後]: 2017. 9. 25)

## Practical Research

# The Formative Process of Limit Conception in Independent University Seminar Activities for Aspiring Mathematics Teacher: An Analysis Using the Trajectory Equifinality Model

SHIGENO Kenji

(Organization for Teaching Training Advocacy, Ritsumeikan University)

---

This study aims to investigate the formative process of the limit conception for students aspiring to be mathematics teacher in the learning environments of independent seminars conducted at universities; The analysis involved conducting interviews for four times for students who were in the last term of their graduation. It is evident that independent seminar experiences, where students engaging in self-directed team learning, and facilitated by a particular instructor in open-ended learning environments, may have a strong impact on the formation of limit concept. Further, based on the interviews of students' independent seminar experiences, the Trajectory Equifinality Model (TEM) was employed for the analysis. The results indicate that the limit conception develops in the learning environments of independent seminars supported by mathematical narratives that explore their motivations behind their aspirations to cooperate and learn with their peers as well as positively evaluate their faculty. The limit conception changed in such a way that it regarded ontological lights from the operational to the structural conception. In other words, Tall (2013=2016) found that concept evolved from "practical mathematics" to "formal mathematics" wherein learners developed their mathematical thinking skills.

**Key Words** : formative process of the limit conception, independent seminar,

Trajectory Equifinality Model, mathematical narratives, student mathematics teacher

*RITSUMEIKAN JOURNAL OF HUMAN SCIENCES, No.37, 103-114, 2018.*

---