

博士論文

SPD-PM プロセスにより形成される微細組織の  
結晶学的特徴に関する研究

(Study of Crystallographic Characteristics of  
Microstructures in Severe Plastic Deformation-  
Powder Metallurgy (SPD-PM) Processed  
Compacts)

2024 年 3 月

立命館大学大学院理工学研究科  
機械システム専攻博士課程後期課程

長野 健太郎

立命館大学審査博士論文

SPD-PM プロセスにより形成される微細組織の

結晶学的特徴に関する研究

(Study of Crystallographic Characteristics of

Microstructures in Severe Plastic Deformation-

Powder Metallurgy (SPD-PM) Processed

Compacts)

2024 年 3 月

March 2024

立命館大学大学院理工学研究科

機械システム専攻博士課程後期課程

Doctoral Program in Advanced Mechanical Engineering and Robotics

Graduate School of Science and Engineering

Ritsumeikan University

長野 健太郎

NAGANO Kentaro

研究指導教員：藤原 弘教授

Supervisor : Professor FUJIWARA Hiroshi



# 目次

<b>第1章 緒論</b>	• • • •	1
1.1 はじめに	• • • •	1
1.2 強ひずみ加工による微細組織の結晶学的特徴	• • • •	2
1.3 本論文の目的と構成について	• • • •	3
1.4 参考文献	• • • •	6
<b>第2章 顕微鏡を用いた微細組織観察</b>	• • • •	9
2.1 微細組織の観察手法	• • • •	9
2.2 光学顕微鏡 (OM)	• • • •	10
2.3 走査型電子顕微鏡 (SEM)	• • • •	10
2.3.1 原理	• • • •	12
2.3.2 試料作製方法	• • • •	12
2.3.3 エネルギー分散型 X 線分析 (EDS)	• • • •	13
2.4 透過型電子顕微鏡 (TEM)	• • • •	13
2.4.1 原理	• • • •	15
2.4.2 試料作製方法	• • • •	15
2.4.2.1 電解研磨法	• • • •	15
2.4.2.2 収束イオンビーム法 (FIB)	• • • •	16
2.5 参考文献	• • • •	19
<b>第3章 結晶学的方位関係の解析手法</b>	• • • •	20
3.1 結晶方位解析	• • • •	21
3.2 電子線回折図形を用いた結晶方位解析	• • • •	22
3.3 回折斑点 (DP)	• • • •	22
3.4 Kikuchi 線	• • • •	24
3.5 電子線後方散乱回折 (EBSD)	• • • •	26
3.5.1 擬 Kikuchi 模様の指数付け	• • • •	28
3.5.2 結晶座標軸, 試料座標軸, スクリーン座標軸	• • • •	30
3.5.3 EBSD 内の座標軸の定義	• • • •	31
3.5.4 オイラー角による結晶座標系の表記	• • • •	33
3.5.5 極点図, 逆極点図, Orientation Distribution Function	• • • •	35
3.5.6 2つの結晶間の方位関係の導出	• • • •	39

3.6	EBSD を用いた新たな 2 結晶間方位解析手法	41
3.6.1	ステレオ投影図による結晶方位解析	43
3.6.2	Zs 標準ステレオ投影図	43
3.6.3	トレース解析	45
3.6.4	トレース解析を用いた結晶方位解析	46
3.7	結言	50
3.8	参考文献	51

#### 第4章 メカニカルミリング法による Ti-25Nb-25Zr 合金調和組織材に形成される変形組織の結晶学的特徴 . . . . . 52

4.1	研究目的	52
4.2	供試材料および実験方法	52
4.2.1	Ti-25Nb-25Zr 合金	53
4.2.2	供試粉末	53
4.2.3	メカニカルミリング条件	54
4.2.4	SPS 焼結条件	54
4.2.5	組織観察	55
4.3	実験結果	56
4.3.1	粉末および焼結体の微細組織	56
4.3.2	冷間圧延組織	61
4.4	考察	75
4.5	結言	76
4.6	参考文献	77

#### 第5章 高圧ねじり法を加えた SUS329J1 に形成される微細組織の結晶学的特徴 . . . . . 78

5.1	研究目的	78
5.2	供試材料および実験方法	79
5.2.1	2 相ステンレス鋼	79
5.2.2	供試粉末	79
5.2.3	高圧ねじり法	80
5.2.4	熱処理	81
5.2.5	冷間圧粉	82
5.2.6	X 線回折	83
5.2.7	走査型電子顕微鏡-電子線後方散乱回折法(SEM-EBSD)	

5.2.8 透過型電子顕微鏡 (TEM)	85
5.3 実験結果	86
5.3.1 HPT 加工材の構造と組織	86
5.3.2 ステレオ投影図を用いた詳細な結晶方位解析	92
5.4 考察	99
5.5 結言	101
5.6 参考文献	102
第6章 本研究の総括	104
謝辞	106
<b>Appendix</b>	
解析プログラムソースコード	

# 第1章

## 緒論

本研究の目的は、強ひずみ加工を加えた金属材料に形成される微細組織の結晶学的特徴を明らかにすることにある。本章では、本研究を遂行するにあたり、理解しておく必要がある強ひずみ加工に関する学術的背景や、強ひずみ加工を加えた金属材料に関する昨今の研究動向、および過去の関連研究で明らかにされてきた知見を述べるとともに、本論文の目的と構成を述べる。

### 1.1 はじめに

我々の社会はありとあらゆる材料で構成されている。身近なものを挙げると我々の生活する建物といった建築物、自動車や電車、航空機といった移動インフラ、スマートフォンやコンピューターに代表される情報機器など、どれも我々の生活に欠かせないものである。従来、これらの多くはユビキタス元素<sup>(1)</sup>と呼ばれる地球の地殻を構成する元素の存在量を表すクラーク数が大きい元素に含まれる金属(Fe, Al, Si)を用いて構築されていたが、現在の構成材料は多種多様な材料を複合化して使っているものがほとんどである。例えば最も身近でかつ、工業的に欠かせない金属材料である鉄系合金で多用されているステンレス鋼には、Cr, Ni, Moなどが含まれている<sup>(2,3)</sup>。また、近年軽量で比強度が高いことから航空や自動車産業などで多量に使用されているチタン合金には、VやZrといったレアメタルが多量に含まれている<sup>(4,5)</sup>。このような複数の希少材料によって構成された材料を多用すると、生産能力や埋蔵量を上回る需要を生み出してしまい、原材料の枯渇や供給不安定化を起こすリスクが指摘されている<sup>(6)</sup>。また、近年、材料に求められる特性として、水素吸蔵<sup>(7)</sup>や、生体適合<sup>(8)</sup>といった、従来存在しなかった分野への対応が求められており、新たな希少元素の枯渇を引き起こす懸念が指摘されている。また、既存の用途に使う材料についても、より高性能な材料に代替することによって、使用する材料を低減することや、軽量化による金属材料以外の省資源化、多くのレアメタルに含まれる有害特性の低減など、多種の方面の要件を満たす材料が求められている。そのため、現在の材料開発においては、既存の材料の機械特性を向上させることにより、希少元素への依存度の低下や希少元素の使用量を低下させること、また、材料の再利用が容易であることを念頭において開発が行われている。

このような背景から、現在、省資源化や省エネルギー化に直結する機械特性である金属材料の高強度化、高靱性化について広く研究されている。金属材料の高強度化の手法は、大きく分けて固溶強化、析出強化、転位強化、結晶粒微細化強化の4つが用いられている<sup>(9)</sup>が、どの手法においても、強度と靱性を高いレベルで維持することは困難であると考えられていた。なぜなら、金属材料の延性、すなわち塑性変形は、主に転位の移動であるすべりによって起こり、強度はこの転位の移動を妨げることによりもたらされると考えられていたためである。上記の4つの手法はそれぞれ、固溶元素、不純物や析出相、転位の集積、複数の結晶粒界とそれぞれ異なるものの、ひずみによって生じる転位の移動を阻害することで、強度の向上が起きていると考えられていたため、高強度と高靱性の両立は不可能であると考えられていた。ところが、極低温下で銅に強ひずみを加えて作成した極微細な結晶粒組織では、強度と延性が同時に向上することが *Nature* 誌で、チタンに強ひずみを加えると同様の現象が生じることが *Nature Material* 誌でそれぞれ報告されて以降、様々な材料で同様の現象が報告されている<sup>(10)</sup>。このことは強ひずみによるサブミクロンオーダーの結晶粒微細化強化には、従来の強度と延性の二律背反を超えた高性能な材料を創製しうる、あるいは既存の材料には見られない特性を有する可能性があることを示している<sup>(11)</sup>。また、強ひずみを加えることにより、サブミクロンオーダーの結晶粒微細化が加えられた金属材料には、力学的特性だけにとどまらず、水素貯蔵性<sup>(12-16)</sup>、電気伝導性<sup>(17-23)</sup>、超伝導性<sup>(24-28)</sup>、光触媒性<sup>(29-31)</sup>、フォトルミネッセンス<sup>(32,33)</sup>、熱電特性<sup>(34,35)</sup>、誘電特性<sup>(36)</sup>、磁気特性<sup>(37,38)</sup>、生体適合性<sup>(39)</sup>、耐照射性<sup>(40)</sup>、耐腐食特性<sup>(41)</sup>などの様々な機能特性を高めることができることが報告されており、機能特性の向上という側面からも現在注目を集めている加工法である。

## 1.2 強ひずみ加工による微細組織の結晶学的特徴

金属材料に強ひずみを材料に加える代表的な方法としては、Equal-Channel-Angular-Pressing : ECAP<sup>(42)</sup>、高圧ねじり法 (High-Pressure-Torsion : HPT)<sup>(42)</sup>、繰り返し重ね接合圧延法 (Accumulative Roll Bonding : ARB)<sup>(43)</sup>、メカニカルミリング法 (Mechanical Milling : MM)<sup>(44)</sup>などが挙げられる。Figure 1-1 にそれぞれの加工法の模式図を示す。MM法を除いて形状不変加工法と呼ばれ、どの手法においても相当ひずみが5程度の巨大ひずみを材料に加えることにより、1 $\mu$ m以下のサブミクロンサイズの結晶粒微細化を行う加工法である。ARB法やHPT法は、圧延と同様、一方向から応力を加えてひずみを与えている。そのため、結晶粒内に集合組織を形成することが報告されており<sup>(45)</sup>、多用途に使用することができる



可能性を秘めているとして期待されているが、強ひずみを加えた後に形成される組織については、いまだに未解明な点が多い。また、MM法は、粉末と粉砕媒体の硬質ボールをミリング容器に密閉したのち、容器を回転させることにより、強ひずみ加工を行う方法である。粉末粒子にボールを多方向から高速でぶつかることでひずみを加えるので、ARB法やHPT法と違い、粉末表面に均一にひずみを加えていくことが特徴として挙げられる。また、MM法はほかの加工法と違い、室温下で加工を加えるため、強ひずみを加える過程でひずみの動的回復が起きにくく、ナノ結晶組織を作製できる要因であると考えられている。また、MM法は粉末表面に強ひずみを与える加工法であることから、粉末外周部のみナノ結晶組織を有する粉末を作製することができる。このような粉末を焼結することで、微細結晶粒領域 (Shell) が粗大結晶粒領域 (Core) を包み込むように3次元の連結した網目構造を持つヘテロ構造組織を作製することができる。このようなヘテロ構造組織を調和組織構造<sup>(46)</sup>と呼び、複数の金属材料で延性を低下させることなく、高強度化することが報告されており<sup>(47-50)</sup>、調和組織構造の変形に際して形成される固有の結晶方位関係を持つ変形組織が強度と延性の両立の要因であると推察されている。このように、強ひずみ加工によって形成される結晶粒微細化組織の結晶学的特徴を、詳細に把握することは、重要な研究課題の一つである。しかしながら、強ひずみ加工を加えた材料の特徴である微細組織と粗大組織が混合した調和組織や、集合組織の持つ特異な方位関係やこれらの固有の組織と力学的特性の向上の相関関係についての研究は少なく、未だにどのような組織が形成されているのか、不明点が多い。本研究では、電子線後方散乱回折法を用いた新たな結晶方位解析手法を構築し、強ひずみ加工材料の結晶学的特徴について、より詳細な解明を行うことにより、明らかにすることを目的とした。

### 1.3 本論文の目的と構成

本研究の目的は、強ひずみを加えた金属材料に形成される微細組織の結晶学的特徴を明らかにすることである。そのため、電子線後方散乱回折法を用いた新たな結晶方位解析法を構築することにより、既存の解析手法よりも詳細な結晶方位解析を試みた。次に、実際に強ひずみを加えた金属材料を作製し、立案した結晶方位解析手法を用いて、強ひずみを加えた材料に見られる結晶学的特徴について解析を行った。解析対象とした強ひずみを加えた材料は二つあり、一つはメカニカルミリング(MM)法によるTi-25Nb-25Zr合金調和組織材に形成される変形組織の結晶学的特徴、もう一つは高圧ねじり法(HPT)を加えて作製したSUS329J1合金材に形成される微細組織の結晶学的特徴の二つである。

本論文は全6章で構成されている。

第1章では、強ひずみを加えた金属材料に形成される微細組織とその研究背景、現状の課題について述べた。

第2章は、電子顕微鏡を用いた微細組織観察の手法と原理について述べる。

第3章は、既存の結晶学的方位関係の解析手法について触れたのちに、本論文で特に重要な結晶方位解析法である電子線後方散乱回折法(Electron - Back - Scatter - Diffraction : EBSD)を用いた新たな結晶方位解析手法について述べる。

第4章は、3章で述べた結晶方位解析手法を用いて、メカニカルリング(MM)法による Ti-25Nb-25Zr 合金調和組織材に形成される変形組織の結晶学的特徴について検討を行った。

第5章は、4章同様に、高圧ねじり法(HPT法)を加えて作製した SUS329J1 合金材に形成される微細組織の結晶学的特徴について、検討を行った。

第6章は、第3章から第5章までの研究により得られた成果の総括について述べる。

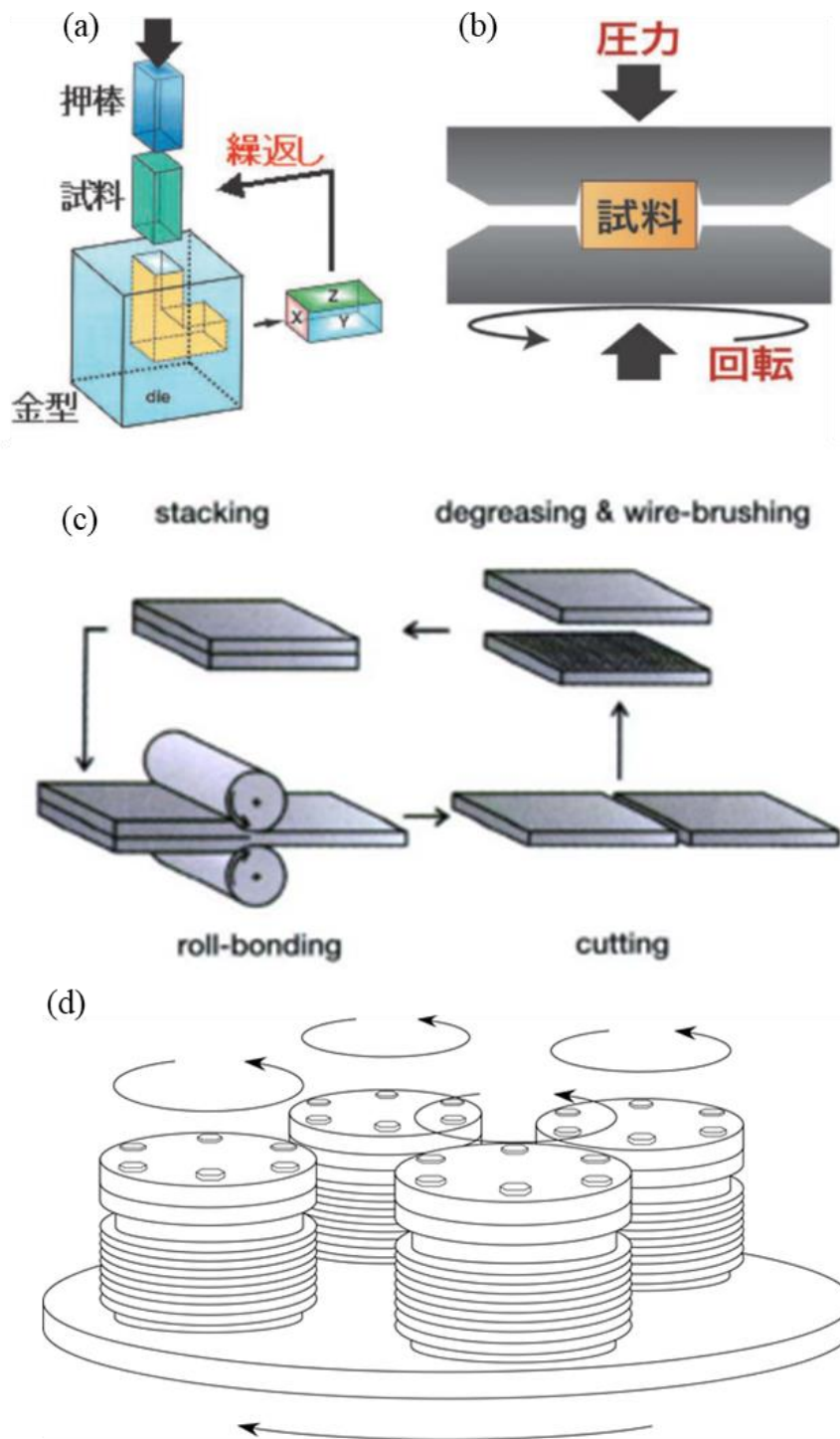


Fig.1-1 Schematic diagrams of Severe - Plastic - Deformation process  
 (a) Equal-Channel Angular Pressing (ECAP)<sup>(42)</sup>, (b) High-Pressure-Torsion (HPT)<sup>(42)</sup>,  
 (c) Accumulative Roll Bonding (ARB)<sup>(43)</sup>, (d) Mechanical Milling (MM)<sup>(44)</sup>.

## 1.4 参考文献

- 1) H. Hosono: *Int J Life Cycle Assess*, 8, 2 (2012), 136-142.
- 2) ステンレス鋼材の成分について:ステンレス鋼(SUS)専門情報サイト, <https://www.susjis.info/prop/seibun.html>, 参照 2023/12/13.
- 3) 日本規格協会 : JIS ハンドブック鉄鋼 1, 日本規格協会, 2021.
- 4) 主なチタン及びチタン合金 : 一般社団法人日本チタン協会, <http://www.titan-japan.com/technology/titanium.html>, 参照 2023/12/13.
- 5) 日本規格協会 : JIS ハンドブック非鉄, 日本規格協会, 2021.
- 6) T. Okabe : *Materia Japan*, 56, 3 (2017), 157-160.
- 7) S. Takayoshi: *J. Surf. Finish. Soc. Jpn.*, 56, 4 (2005) 189-193.
- 8) T. Narushima: *J. JILM*, 55, 11(2005) 561-565.
- 9) 松原 英一郎, 田中 功, 大谷 博司, 安田 秀幸, 沼倉 宏, 古原 忠, 辻 伸泰 : *金属材料組織学*, 朝倉書店, 2011.
- 10) 文部科学省特定研究領域「巨大ひずみが拓く新しいマテリアルサイエンス」平成 17 年度発足特定領域計画書 : 堀田善治, 2004.
- 11) Z. Horita, Y. Tang, T. Masuda, Y. Takizawa: *J. Japan Inst. Met. Mater.*, 86, 7 (2022), 107-120.
- 12) K. Edalati, J. Matsuda, H. Iwaoka, S. Toh, E. Akiba and Z. Horita: *Int. J. Hydrogen Energ.* 38, (2013) 4622–4627.
- 13) K. Edalati, J. Matsuda, M. Arita, T. Daio, E. Akiba and Z. Horita: *Appl. Phys. Lett.* 103, 143902 (2013).
- 14) K. Edalati, E. Akiba and Z. Horita: *Sci. Technol. Adv. Mater.* 19, (2018) 185–193.
- 15) D.R. Leiva, A.M. Jorge, Jr., T.T. Ishikawa and W.J. Botta: *Mater. Trans.* 60, (2019) 1561–1570.
- 16) J. Huot: *Mater. Trans.* 60, (2019) 1571–1576.
- 17) K. Edalati, K. Imamura, T. Kiss and Z. Horita: *Mater. Trans.* 53, (2012) 123–127.
- 18) R.Z. Valiev, M.Y. Murashkin and I. Sabirov: *Scr. Mater.* 76, (2014) 13–16.
- 19) R.K. Islamgaliev, K.M. Nesterov, J. Bourgon, Y. Champion and R.Z. Valiev: *J. Appl. Phys.* 115, 194301 (2015).
- 20) S. Lee, H. Matsunaga, X. Sauvage and Z. Horita: *Mater. Character.* 90, (2014) 62–70.
- 21) J.M. Cubero–Sesin, H. In, M. Arita, H. Iwaoka and Z. Horita: *J. Mater. Sci.* 49, (2014) 6550–6557.
- 22) J.M. Cubero–Sesin, M. Arita and Z. Horita: *Adv. Eng. Mater.* 17, (2015) 1792–1803.
- 23) M. Mito, K. Shibayama, H. Deguchi, K. Tsuruta, T. Tajiri, K. Edalati and Z. Horita: *J. Appl. Phys.* 122, 125105 (2017).

- 24) T. Nishizaki, S. Lee, Z. Horita, T. Sasaki and N. Kobayashi: *Phys. C* 493, (2013) 132–135.
- 25) K. Edalati, T. Daio, S. Lee, Z. Horita, T. Nishizaki, T. Akune, T. Nojima and T. Sasaki: *Acta Mater.* 80, (2014) 149–158.
- 26) M. Mito, H. Matsui, K. Tsuruta, T. Yamaguchi, K. Nakamura, H. Deguchi, N. Shirakawa, H. Adachi, T. Yamasaki, H. Iwaoka, Y. Ikoma and Z. Horita: *Sci. Rep.* 6, (2016) 36337–36344.
- 27) M. Mito, S. Shigeoka, H. Kondo, N. Noumi, Y. Kitamura, K. Irie, K. Nakamura, S. Takagi, H. Deguchi, T. Tajiri, M. Ishizuka, T. Nishizaki, K. Edalati and Z. Horita: *Mater. Trans.* 60, (2019) 1472–1483.
- 28) T. Nishizaki, K. Edalati, S. Lee, Z. Horita, T. Akune, T. Nojima, S. Iguchi and T. Sasaki: *Mater. Trans.* 60, (2019) 1367–1376.
- 29) H. Razavi–Khosroshahi, K. Edalati, M. Hirayama, H. Emami, M. Arita, M. Yamauchi, H. Hagiwara, S. Ida, T. Ishihara, E. Akiba, Z. Horita and M. Fuji: *ACS Catal.* 6, (2016) 5103–5107.
- 30) H. Razavi–Khosroshahi, K. Edalati, J. Wu, Y. Nakashima, M. Arita, Y. Ikoma, M. Sadakiyo, Y. Inagaki, A. Staykov, M. Yamauchi, Z. Horita and M. Fuji: *J. Mater. Chem. A* 5, (2017) 20298–20303.
- 31) H. Razavi–Khosroshahi and M. Fuji: *Mater. Trans.* 60 (2019) 1203–1208.
- 32) V.I. Levitas: *Mater. Trans.* 60, (2019) 1294–1301.
- 33) R.K. Islamgaliev, R. Kuzel, S.N. Mikov, A.V. Igo, J. Burianek, F. Chmelik and R.Z. Valiev: *Mater. Sci. Eng. A* 266, (1999) 205–210.
- 34) S. Harish, M. Tabara, Y. Ikoma, Z. Horita, Y. Takata, D.G. Cahill and M. Kohno: *Nanoscale Res. Lett.* 9, (2014) 326.
- 35) G. Rogl, M.J. Zehetbauer and P.F. Rogl: *Mater. Trans.* 60, (2019) 2071–2085.
- 36) K. Edalati, M. Arimura, Y. Ikoma, T. Daio, M. Miyata, D.J. Smith and Z. Horita: *Mater. Res. Lett.* 3, (2015) 216–221.
- 37) K. Suehiro, S. Nishimura, Z. Horita, S. Mitani, K. Takanashi and H. Fujimori: *J. Mater. Sci.* 43, (2008) 7349–7353.
- 38) S. Nishihata, K. Suehiro, M. Arita, M. Masuda and Z. Horita: *Adv. Eng. Mater.* 12, (2010) 793–797.
- 39) R.Z. Valiev, E.V. Parfenov and L.V. Parfenova: *Mater. Trans.* 60, (2019) 1356–1366.
- 40) N.A. Enikeev, V.K. Shamardin and B. Radiguet: *Mater. Trans.* 60, (2019) 1723–1731.
- 41) H. Miyamoto, M. Yuasa, M. Rifai and H. Fujiwara: *Mater. Trans.* 60, (2019) 1243–1255.
- 42) Z. Horita : *JILM*, 68, 8, (2018) 407-417.

- 43) N. Tsuji : WL, 74, 2, (2005) 92-98.
- 44) C.C. Koch: Nanostructure Mater. 9, (1997) 13-22.
- 45) S. Suwas, S. Mondal: Materials Transactions, 60, 8, (2019) 1457-1471.
- 46) K. Ameyama, M. Nakatani and M. Kawabata: J.FGMs, 32, (2018) 1-6.
- 47) K. Yagi, B. Sharma, M. Kawabata, K. Ameyama : J. Jpn. Soc. Powder Powder Metallurgy, 67, (2020) 239-244.
- 48) M. Nagata, N. Horikawa, M. Kawabata and K. Ameyama : J. Jpn. Inst. Met., 83, 7, (2019) 231-237.
- 49) C. Sawangrat, O. Yamaguchi, S. K. Vajpai, and K. Ameyama : Materials Transactions, 55, 1, (2014) 99-105.
- 50) B. Sharma, K. Nagano, M. Kawabata, K. Ameyama : Letters on Materials, 9, 4s, (2019) 511-516.

## 第 2 章 顕微鏡を用いた微細組織観察

本章では、本研究で用いた組織観察手法の原理、および試料作製の諸条件を記す。なお、本章での論題は本研究で使用した組織観察手法に絞って述べ、その他の具体的な実験の過程、および諸条件は各章に記す。

### 2.1 微細組織の観察手法

前節で述べた結晶学的特徴を把握するもっとも原始的、かつ、簡単な手法は組織表面を観察し、特徴的な組織を観測する方法である。このような手法は特定の結晶構造を有する鉱物の結晶に見られる特有の組織を観察することで行われている<sup>(1)</sup>。しかし、このような金属材料の表面に現れる組織構造は極めて小さく、その多くがマイクロメートルからナノメートルオーダーで幅広く観測されるため、肉眼で観察することはできない。そのため、金属の表面の組織を観察する際には、物体を拡大することができる顕微鏡を用いることが一般的である。可視光を用いた顕微鏡の歴史は古く、17 世紀後半にレーウエンフックが単式顕微鏡を開発したことから始まった。以後、レンズの製造技術の向上に伴い、より高倍率で高分解能の像を取得できるようになった。以下にアッペの分解能<sup>(2)</sup>の数式を記す。

$$\text{分解能} : \delta = \frac{\lambda}{NA}$$

ここで $\lambda$ は光の波長を意味し、NA はレンズの開口数<sup>(2)</sup>を示す。製造技術の向上により、レンズの開口数は上昇したが、現代でもその値は 1.6 程度である。可視光線の波長が 390nm であることを考えると、可視光を使用する限り、ナノメートルサイズの組織を観測することは不可能であるということを示している。可視光よりも波長が短い光として X 線があるものの、X 線には、光路をレンズで収束することが困難であるという欠点があるため、顕微鏡の光源として適していないという問題点を抱えている<sup>(3)</sup>。このような状況が変化したのは、電子に波動性があることが判明した事<sup>(3)</sup>で、電子線を用いた電子顕微鏡の開発が始まったことである。可視光線とは異なり、電子線の波長は、加速電圧によって変化し、以下の数式で求められる。

$$\lambda = 12.27 / E^{1/2} [1 + 0.978 \times 10^{-6} E]^{-1/2}$$

この数式に 100kV の加速電圧を代入すると、得られる電子線の波長は約 0.0037nm となり、分解能がナノメートルオーダーに達する。そのため、現在の金属材料の組織観察では、粗大組織を光学顕微鏡で、微細組織を電子顕微鏡で観察する手法が主流になっている。

## 2.2 光学顕微鏡 (OM)

光学顕微鏡 (Optical Microscopy: OM) は、対物レンズで組織の拡大像をつくり、その拡大像を接眼レンズでさらに拡大することによって肉眼では見えない微小領域を観察することができる。Figure 2-1 に、光学顕微鏡の概略図を示す。このように、対物レンズと接眼レンズを組み合わせて拡大像を造る形式の顕微鏡は複式顕微鏡と呼ばれ、一般に、光学顕微鏡の観察光学系はこの複式顕微鏡を基本としている<sup>(4)</sup>。本研究では、株式会社ニコン製の工業用顕微鏡 (型式: エクリプス L150) を用いて、のちに詳述する SEM-EBSD 試料表面の研磨状態の確認に使用した。

## 2.3 走査型電子顕微鏡 (SEM)

Figure 2-2 に、走査型電子顕微鏡 (Scanning Electron Microscope : SEM) の模式図に示す。真空中で電子銃から放出された電子ビームが、電子レンズを用いることで細く絞られ、試料上に電子スポットとして集束する<sup>(5)</sup>。電子スポットを走査コイルを用いて試料表面を走査した際に、発生した二次電子 (secondary electron : SE)<sup>(6)</sup> や反射電子 (Back Scattered Electron : BSE)<sup>(6)</sup> を検出することにより、試料の表面構造を画像として記録する装置である。光学顕微鏡と比較すると、焦点深度が深く、広い領域で焦点が合うため、三次元的な像が得られることが利点として挙げられる。また、SEM では OM などと異なり、試料表面を直接結像するのではなく、電子線が試料表面を走査した際に、照射した箇所から発生する二次電子や反射電子などの強度をコントラストに変換し、デジタル的に組織表面の結像を行っている<sup>(7)</sup>。本研究では、株式会社日立ハイテクノロジーズ製低真空分析走査電子顕微鏡 (型式: SU6600) および、日本電子製株式会社製ショットキー電界放出型電子顕微鏡型式: JSM-7200F) を二次電子像、反射電子像の観察に用いた。



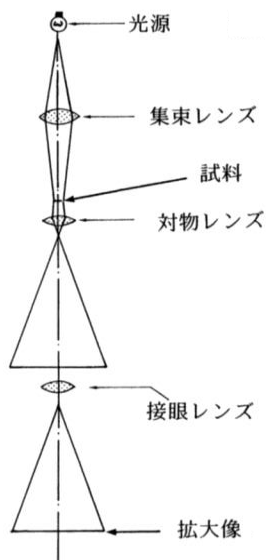


Fig. 2-1 Schematic diagram of Optical Microscopy <sup>(5)</sup>.

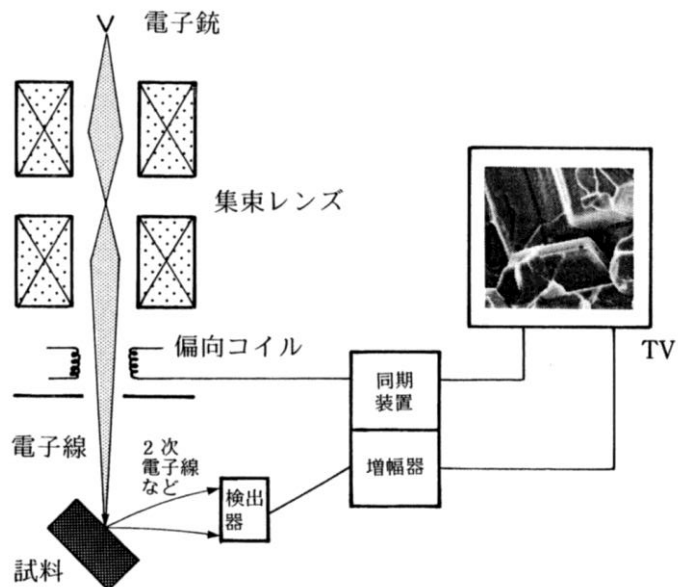


Fig. 2-2 Schematic diagram of Scanning Electron Microscope <sup>(5)</sup>.

### 2.3.1 原理

真空中で電子ビームを試料に照射すると、試料表面からおよそ 10nm の深さまで電子が入射し、二次電子や反射電子、特性 X 線などが放出される。前節で述べたように、絞った電子ビームを試料上で走査した際に、放出された電子線を検出し、コントラストを付けることにより、走査型電子顕微鏡は、描画を行っている。Figure2-3 は、電子が試料中の原子に照射された時に出てくる電子・X 線の模式図である。検出する電子線のうち、二次電子は、電子ビームの照射により、試料中の電子が内殻準位から真空準位より高いエネルギーまで励起されることによって放出される電子線である<sup>(8)</sup>。二次電子の特徴として、試料の表面の凹凸によって放出される量が変わる特徴を持つため、試料表面の形状により、画像のコントラストが変化し、表面状態を正確に拡大することが可能である。一方、反射電子は入射電子が後方背面に散乱されることにより、試料表面から飛び出す電子である<sup>(8)</sup>。そのため、反射電子の持つエネルギーは入射電子のエネルギーに近いので、二次電子より深い箇所でも反射した電子も試料表面まで戻ってくる特徴がある。また、試料を構成する元素によって発生量が異なり、原子番号が大きいほど発生量が多くなる性質を持っているため、撮影された画像のコントラストを比較することで、試料表面の組成の違いを観察することができる。特性 X 線は上記の電子線と違い、結像には用いないが、エネルギー分散型 X 線分析 (EDS) および、元素マッピングに用いる。EDS の原理については、後ほど詳しく述べる。走査型電子顕微鏡の特徴は、試料表面上を電子線で走査して結像するという点にある。そのため、近年では、走査型電子顕微鏡を用いた電子線後方散乱回折分析 (EBSD) が行われるようになっており、本研究においても極めて重要な分析法であるため、こちらの原理の詳細についても、3 章にて詳述する。

### 2.3.2 試料作製方法

粉末の外観観察は、試料ステージ上にカーボンテープを貼り付け、その上に直接粉末を散布、固定して行った。粉末断面観察試料は、二液混合硬化型エポキシ樹脂中に粉末を埋込し、機械研磨により粉末断面を露出させて作製した。

粉末断面および焼結体表面は、エメリー紙を用いて #2000 まで湿式機械研磨を行い、アルミナ懸濁液（砥粒径 1 $\mu\text{m}$ ）と琢磨布を用いてバフ研磨を行った後、コロイダルシリカ懸濁液（砥粒径 0.04 $\mu\text{m}$ ）と琢磨布で仕上げ研磨を行い、観察を

行った。なお、樹脂埋込試料は、仕上げ研磨の後に観察面に対し、白金蒸着を行うことにより、観察面の導電性を確保している。

### 2.3.3 エネルギー分散型 X 線分析 (EDS)

エネルギー分散型 X 線分析 (Energy Dispersive X-Ray Spectroscopy: EDS) は、観察領域から出てくる特性 X 線のエネルギーを測定し、元素の同定や組成分析を行う方法である<sup>(9)</sup>。電子線が試料に入射すると、原子核と電子雲からなる試料中の電場 (ポテンシャル) によって、弾性散乱電子が散乱される。これによってはじき出された内殻電子の位置は空孔となり、外側の軌道から電子が落ち込んでくる。その際に余分なエネルギーが特性 X 線として放出される。この特性 X 線はそれぞれの元素によって特定のエネルギー値を示すため、特性 X 線を測定することによって試料に含まれる元素が同定できる<sup>(9)</sup>。また、走査型電子顕微鏡に EDS を組み合わせることにより、試料表面部の元素の分布をマッピング化できる。本研究では、Oxford 製検出器(型式: Nordlys Nano)と TSL 株式会社製検出装置 (型式: OIM-Analysis) を使用して元素の同定、および元素マッピングを行った。

## 2.4 透過型電子顕微鏡 (TEM)

透過型電子顕微鏡 (Transmission Electron Microscopy: TEM) とは、電子顕微鏡の一種であり、透過光を利用する生物用の透過光学顕微鏡と類似した構造を有する電子顕微鏡である。仕組みとして、電子源である電子銃を用いて電子ビームを形成し、薄膜試料を透過させることにより、高倍率の拡大像を取得する。Figure 2-4 に、TEM の模式図を示す。本研究の極微小領域の組織観察には、日本電子株式会社製透過型電子顕微鏡 (型式: JEM-2100plus) を使用した。

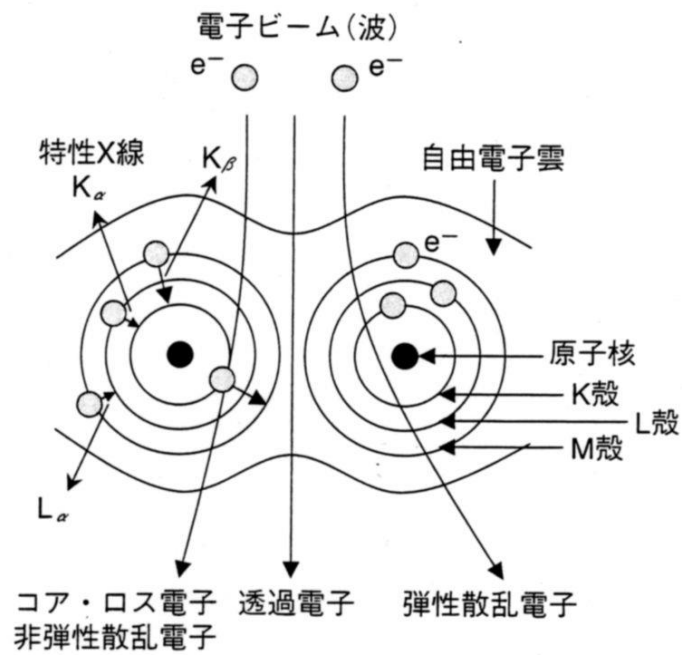


Fig. 2-3 Schematic diagram of electrons and X-rays when the sample is irradiated with electron beams <sup>(8)</sup>.

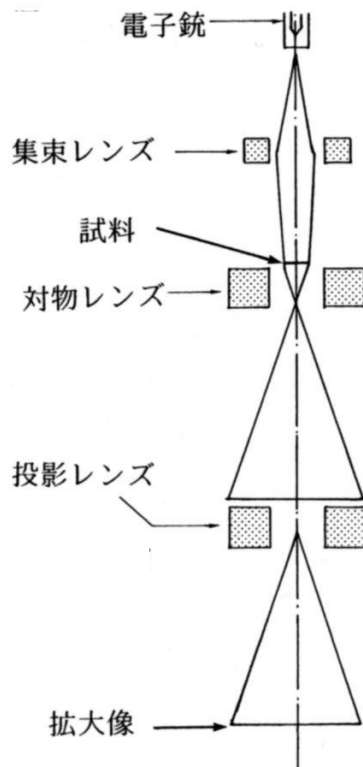


Fig. 2-4 Schematic diagram of Transmission Electron Microscope <sup>(5)</sup>.

## 2.4.1 原理

透過型電子顕微鏡は電子銃から放出され、加速管によって加速された電子を試料に照射し、試料を透過した電子を磁界レンズで拡大することにより、試料を拡大して観察することができる。拡大像を取得する際に試料を透過するため、試料の厚いところや原子番号が大きい原子が存在するところが暗く映る。また、析出物や界面、欠陥などの格子ひずみによって、コントラストの変化が生じるため、析出物やひずみによって生じた転位の観察が可能であることが特徴である<sup>(10,11)</sup>。本研究では、明視野および暗視野での組織観察と同時に、制限視野電子線回折 (Selected Area Diffraction: SAD) を用いて結晶の方位解析を行った。方位解析の原理、手法については、3章にて詳述する。また、走査透過型電子顕微鏡 (Scanning Transmission Electron Microscope) と、付属のエネルギー分散型 X 線分光 (Energy Dispersive X-ray Spectroscopy: EDS) 装置を用いて、組織の元素マッピングを行った。

## 2.4.2 試料作製方法

TEM 観察を行うためには、電子線が透過できる厚さ 100nm 未満のごく薄い試料を準備する必要がある。本研究では、電解研磨法および収束イオンビーム加工法により TEM 観察用薄膜を作製した。これらの方法の原理や作製方法について次節で詳細に述べる。

### 2.4.2.1 電解研磨法

電気分解の原理を利用して薄膜を作製する方法が電解研磨法であり、その利点は、比較的広い範囲で薄膜を作製することが可能な点が挙げられる。手法として窓開け法、Bollman 法、ジェット研磨法などの複数の手法があるが、本研究では、ツインジェット研磨法を用いた。Figure2-5 に、ツインジェット研磨法の模式図を示す。この方法は、あらかじめ試料を直径 3mm に切り出して機械研磨で 0.1~0.2mm 程度の厚さに調整した薄板を陽極とし、その中心部に両側から負極印加した電解液を噴射して研磨を行う。電気分解により薄板に穿孔部が形成されることにより、開口部周囲に透過型電子顕微鏡の観察可能視野となる薄膜が形成される<sup>(10)</sup>。

#### 2.4.2.2 収束イオンビーム法 (FIB)

収束イオンビーム (Focused Ion Beam: FIB) 法は, もともと半導体デバイスの配線修復に用いられていた技術である<sup>(11)</sup>. 本研究では, 株式会社日立ハイテクノロジーズ製収束イオンビーム加工機 (型式: FB-2000) を用いた. Figure 2-6 に FIB の装置構成図を, Figure 2-7 にイオン光学系の概略図を示す. 基本的な構成は SEM に類似しているが, FIB では電子ビームのかわりに, 質量の大きい Ga イオンビームを照射することにより, 試料表面の加工を行うことができる. 微小領域に絞られた Ga イオンビームが試料表面に照射されると, 試料を構成する原子がはじきとばされることにより, 加工が進行する (スパッタリング加工). また, 表面を削るスパッタリング加工だけでなく, イオンビーム進路上にガスを放出することで, 試料表面にデポジション加工を行うことができる. FIB の利点として, スパッタリング加工時に同時に放出される二次電子を検出することで, SEM と同様に試料加工中の表面像が高倍率で観察できるため, 微細な組織を高い精度で任意に選定, 加工することができることが挙げられる. そのため, FIB による加工は, 100nm 以下の薄膜を必要とする TEM 試料の作製に極めて有効な手法である. Figure 2-8 に, 実際に FIB を用いて作製した TEM 試料の SEM 像を示す. FIB を用いて試料をピックアップし, FIB のデポジション機能を用いて半月状の銅メッシュ上に固定する. その後, FIB のスパッタリング加工を使用して 100nm 以下の薄膜を作成する.

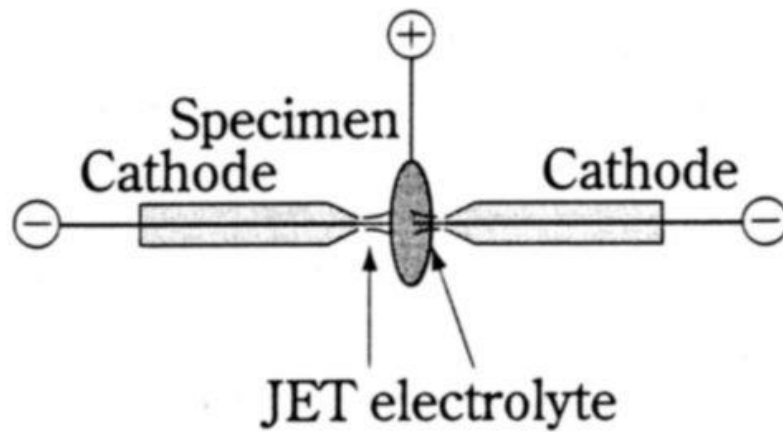


Fig. 2-5 Schematic diagram of Twin-jet electro-polishing system<sup>(10)</sup>.

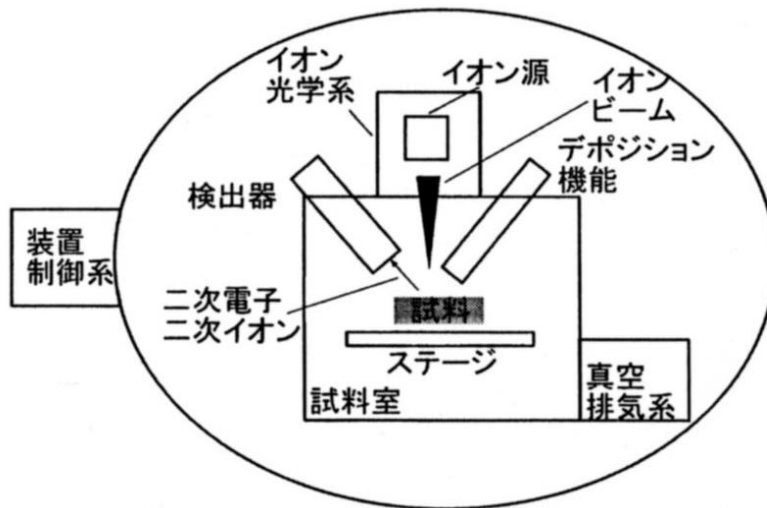


Fig. 2-6 Equipment Configuration Diagram of Focused Ion Beam<sup>(12)</sup>.

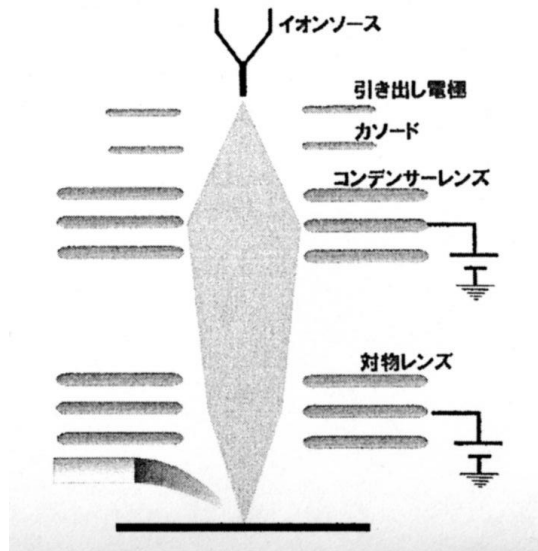


Fig. 2-7 Ion optics of Focused Ion Beam<sup>(12)</sup>.

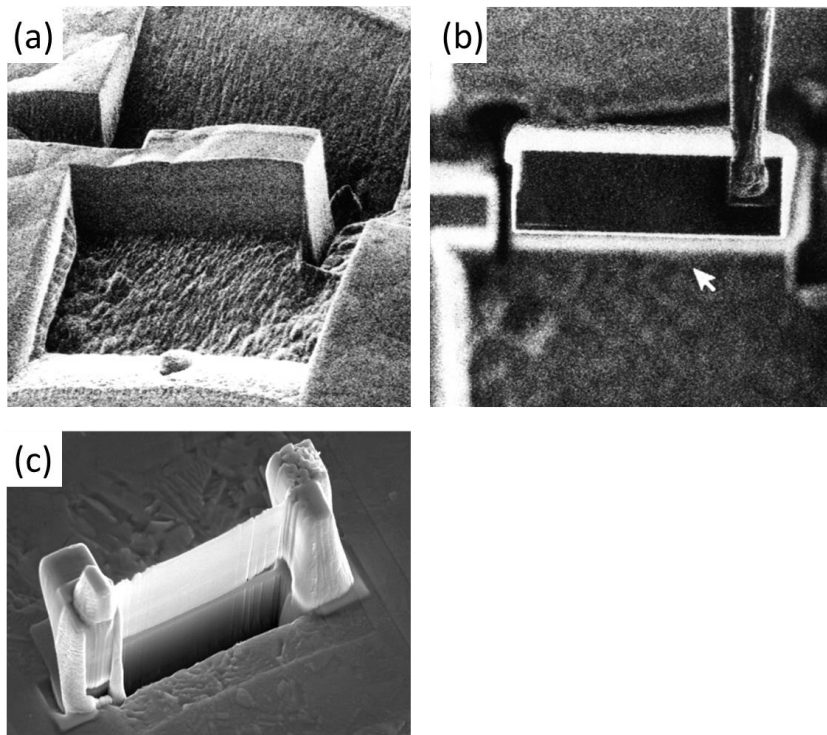


Fig. 2-8 Micro-sampling procedures of TEM sample by Focused Ion Beam.



## 2.5 参考文献

- 1) 藤野 清, 大谷 栄治, 長谷川 昭, 花輪 公雄 : 結晶学・鉱物学, 共立出版, 2015.
- 2) 顕微鏡を学ぶ : オリンパスライフサイエンスソリューションズ,  
<https://www.olympus-lifescience.com/ja/support/learn/>, 参照 2023/12/15.
- 3) Y. Matui : Journal of the Crystallographic Society of Japan, 39 (1997), 157-167.
- 4) 顕微鏡の種類 : 株式会社ニコンソリューションズ,  
[https://www.microscope.healthcare.nikon.com/ja\\_JP/resources/basic-knowledge/microscope-type](https://www.microscope.healthcare.nikon.com/ja_JP/resources/basic-knowledge/microscope-type), 参照 2023/12/13.
- 5) 坂 公恭 : 結晶電子顕微鏡学-材料研究者のための-, 内田老鶴圃, 1997.
- 6) T. Watanabe : Journal of the Japan Society of Precision Engineering, 77, 11 (2011), 1021-1026.
- 7) Y. Tani : Chemical education, 70, 3 (2022), 138-141.
- 8) 奥 健夫 : これならわかる電子顕微鏡, 化学同人, 2004.
- 9) EDS/EDX とは : オックスフォードインストゥルメンツ事業部,  
<https://nano.oxinst.jp/learning-hub/eds-edx>, 参照 2023/12/15.
- 10) 日本金属学会・日本鉄鋼協会 : 電子顕微鏡法の実践と応用写真集, 丸善, 2002
- 11) 進藤 大輔, 及川 哲夫 : 材料評価のための分析電子顕微鏡法, 共立出版, 1999.
- 12) 平坂 雅男, 朝倉 健太郎共編 : 電子顕微鏡研究者のための FIB・イオンミリング技法 Q&A-ナノテクノロジーの推進役-, アグネ承風社, 2002.

## 第 3 章 電子線後方散乱回折法を用いた新たな結晶学的解析手法

金属材料の重要な性質の一つとして、固体状態で金属結合によって結ばれた金属原子は結晶構造<sup>(1)</sup>を持つという特徴がある。結晶とは、構成する原子が三次元で規則正しく並んだ構造のことであり、単一の結晶のみで構成されているものを単結晶、方位の異なる多くの結晶の集合体を多結晶とよぶ。結晶の構造には 7 つの結晶系、14 種類のブラベー格子<sup>(2)</sup>が存在するが、代表的な結晶格子として、体心立方格子 (Body Center Cubic: BCC)、面心立方格子 (Face Center Cubic: FCC)、六方最密充填 (Hexagonal Close packed: HCP) の 3 つが挙げられる。金属材料によって結晶構造は異なり、例を挙げると鉄は BCC 構造 (高温では FCC に変態する)、アルミやニッケルは FCC 構造、チタンやマグネシウムは HCP 構造を有している。

第 1 章にも記したが、金属の力学的特性の一つである塑性変形の特徴を決定づける重要な要因の一つとして、すべり変形を引き起こす転位の移動が挙げられる<sup>(3)</sup>。これらの転位の移動は結晶構造によって定められたすべり面に沿って起きることが知られており<sup>(4)</sup>、金属の力学的特性を把握するうえで結晶に依存したすべり面を把握することは極めて重要な要素である。また、金属材料には転位に依存しない双晶変形<sup>(5)</sup>が存在する。双晶変形とは、結晶を特定の面上で特定の方向だけシアーさせた際に形成される元の結晶と鏡映関係を持つ結晶に変化することを指す。双晶変形は原子の拡散を伴わないため、転位の移動を行うすべり変形とは異なるメカニズムで形成されている<sup>(5)</sup>が、双晶関係には元の結晶が持つ結晶構造によって特定の面が選択されることが知られている<sup>(6)</sup>。

このように、金属材料の力学的特性と結晶構造は極めて密接な関係がある分野であるため、結晶構造、ならびに各々の結晶が持つ結晶方位を解析する手法が考案されている。この章では、代表的な方位解析手法の特徴について述べたのちに、本研究で新たに考案した電子線後方散乱法を用いた結晶方位によるステレオ投影図作図法と、作図したステレオ投影図とトレース解析を併用した新たな結晶方位解析の手法について詳述する。

### 3.1 結晶方位解析

結晶方位解析とは、金属材料を構成する結晶粒の方向を面指数で表した結晶方位を用いて解析する手法である。各々の結晶粒が持つ結晶方位を解析、比較することにより、結晶粒間の方位関係性を導出するため、金属材料を構成する結晶粒固有の座標である結晶座標の取得が必須となる。しかしながら、一部の鉱物などでみられる特殊な条件を除き、結晶座標は単に試料表面の状態を観察するだけでは求めることができない。そのため、結晶座標という結晶学的情報を得るための手法としては、エッチピット法<sup>(7)</sup>、X線回折法<sup>(8)</sup>、試料に電子線を照射することによって得られる回折図形を用いる方法などが用いられている。

エッチピット法とは、結晶構造を有する材料の表面を、化学薬品でエッチング処理すると現れる表面の腐食孔を利用して結晶方位を求める方法である。エッチング条件が適切であれば、多量のピットが形成されるため、複数の微細組織の結晶方位を同時に測定できるが、エッチング条件によって変化するピット形状の評価が解析精度を左右するため、安定した評価が難しい。

X線回折法(XRD)は、試料にX線を照射した際に生じる回折線を検出する装置であり、試料物質の同定や結晶構造の分析などの物性測定に使用されている。しかしながらX線の特徴として、X線を屈折させる物質が存在せず、可視光のようにレンズを用いてある一点に収束することが難しいことが挙げられる<sup>(9)</sup>。そのため、大まかな範囲しか指定できず、強ひずみ加工を加えた際に形成されるような微細組織の方位解析には向かない。また、収束が困難であるということは、X線を用いて高解像度の組織観察を行うための顕微鏡を作成することが困難であることを示している。そのため、近年では電子顕微鏡を用いて取得できる電子線回折図形を用いた結晶方位解析<sup>(10)</sup>が主流となっている。

### 3.2 電子線回折図形を用いた結晶方位解析

電子線回折とは、物質に電子ビームを照射した時に、干渉によって様々な模様が現れる現象のことを示す。特に結晶構造を持つ物質に電子線を照射すると、回折模様と呼ばれる結晶構造ごとに決まった電子回折図形が得られる。そのため、電子回折図形を解析することで、結晶構造や結晶の方位などの情報を得ることができる。また、2章でも述べたように、試料に照射する電子線を電磁レンズで制御した電子顕微鏡の電子線とすることで、電子顕微鏡による微細組織観察と

微細組織の方位解析を同時に行うことが可能である。次節では、透過型電子顕微鏡から得られる電子回折図形について記述する。

### 3.3 回折斑点 (DP)

回折斑点(Diffraction point : DP)とは、十分に薄い試料を電子線が透過した際に観察される回折画像の一つであり、主に透過型電子顕微鏡の制限視野電子回折法を用いて取得することができる。Figure 3-1 に透過型電子顕微鏡の明視野結像撮影時と、回折斑点撮影時の電子線光路の模式図<sup>(11)</sup>、回折斑点撮影により得られるβチタン合金の DP 像を示す。回折斑点には結晶学的情報を含んでいること、また、TEM 内部の条件を切り替え、光路を変更するだけで入射方向を変えずに撮影できることから、主に微小領域の結晶構造を調べることに利用される。DP の特徴は、逆空間での表記されることで<sup>(10)</sup>、個々の斑点はそれぞれ結晶の面を意味することから、結晶構造の同定などに用いられる。一方で、結晶の傾きによって、回折斑点の強度は変化するが、DP の位置はほとんど変化しないことが特徴として挙げられる。そのため、DP を用いて結晶方位を算出すると、10°程度の誤差が含まれる<sup>(10)</sup>ことが知られており、各々の結晶が持つ結晶方位の正確な計測には不向きである。

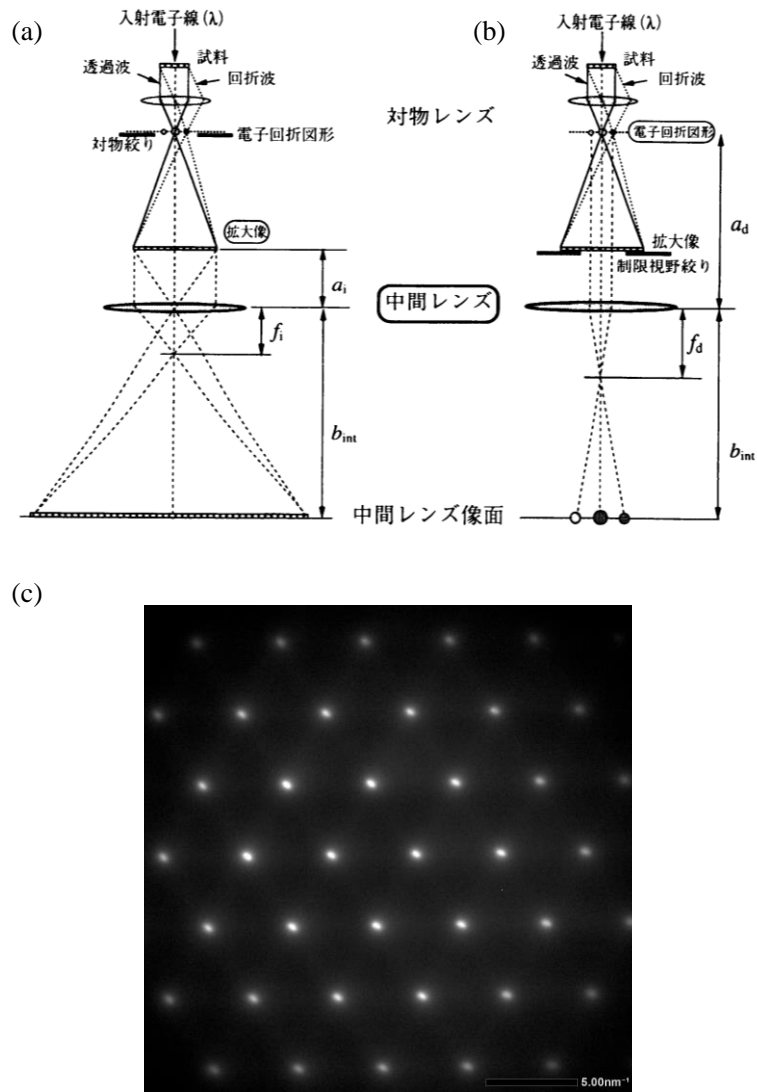


Fig.3-1 Schematic diagram of electron ray of TEM<sup>(5)</sup>,  
 (a) Brightness Image and (b) Diffraction mode and  
 (c) Diffraction Point image of  $\beta$  Titanium alloy.

### 3.4 Kikuchi 模様

Kikuchi模様は、一定の厚さを持つ結晶構造を持つ材料を電子線が透過したときに観察される回折模様であり、DPと同じく、主に透過型電子顕微鏡を用いて取得される<sup>(12)</sup>。Figure 3-2にKikuchi模様<sup>(13)</sup>を、Figure 3-3にTEMで取得されるKikuchi模様の発生過程の模式図<sup>(10)</sup>をそれぞれ示す。試料内に侵入した入射電子線が、点Pで非弾性散乱をおこし、電子があらゆる方向に散乱したのち、結晶内部に存在する平行な面上の点A(hkl面)、および点B(HKL面)で、それぞれブラッグ反射を起こしたとする。この時、散乱後の電子線PAは入射線方向OPに対して、 $\alpha^\circ$ だけ傾いており、PBは $\beta^\circ$ だけ傾いた二つのコーンを形成する。その結果、散乱後の電子線が蛍光面に照射されることによって、1対の直線状の回折模様が形成される。このような回折模様をKikuchi線と呼ばれ、実空間を反映する特徴を持つことが挙げられる。そのため、これらのKikuchi線は、それぞれ平行な(hkl)面、(HKL)面に対応しており、二つのKikuchi線の中心線を実空間の(hkl)および、(HKL)面が投影されたものとみなすことができる。

このような2対のKikuchi線で構成される帯状の像をKikuchiバンドと呼び、それぞれのバンドは結晶の面を表す。そのため、DPと異なり、Kikuchi模様は結晶の傾きに対して鋭敏に図形が変化する特徴がある。Kikuchi線には、結晶の傾斜に対して鋭敏に変化する特徴を有していることに加えて、任意の入射線方向からの方位解析が行える点や、2つ以上の相の相対的な方位関係を精度よく導出できること、100nm程度のある程度の厚さの試料から取得できること、同一入射線で組織観察と方位解析が同時に行えることが利点として挙げられる。反面、電子線が透過する薄膜試料作製の難易度が高く、観測可能範囲が数百 $\mu\text{m}^2$ 程度と狭いことに加えて、Kikuchi線の解析手法が煩雑であるという欠点を持つ<sup>(14)</sup>。

一般にKikuchi線は、電子線が試料に透過した際に回折を起こすことにより描画される回折模様だが、原理上、SEMで取得できる反射電子も同様に回折を起こし、擬Kikuchi線と呼ばれる回折模様が取得できることが知られている<sup>(10)</sup>。次節ではSEMを用いて結晶方位解析を行う手法である電子線後方散乱回折分析について詳述する。

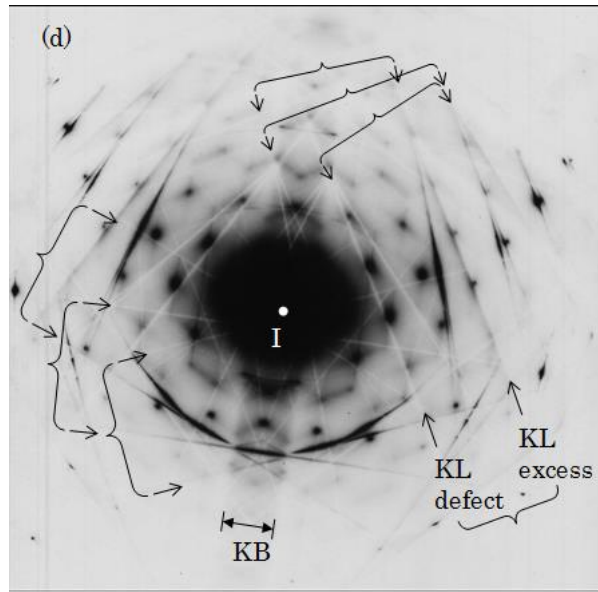


Fig.3-2 Dark-field Image of Kikuchi Pattern<sup>(13)</sup>.

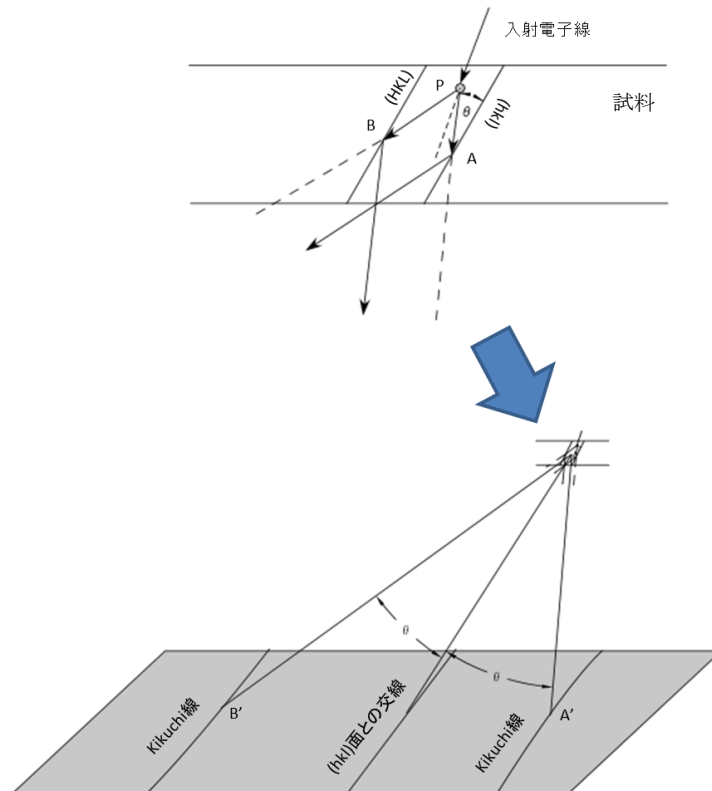


Fig.3-3 Schematic diagram of Kikuchi pattern formation process<sup>(10)</sup>.

### 3.5 電子線後方散乱回折分析 (EBSD)

電子線後方散乱回折分析<sup>(15)</sup> (Electron Back Scatter Diffraction: EBSD) は, 1990年代前半に開発された SEM による結晶構造解析の技法である. Figure 3-4 に EBSD 解析の模式図を示す. EBSD では通常の SEM 像撮影と違い, 70°傾斜させた試料に対して電子線を照射することにより得られる擬 Kikuchi 模様を用いて, 解析を行うのが特徴として挙げられる. 解析の原理については, 次節で詳しく述べる.

EBSD 解析の利点として, 透過型電子顕微鏡と異なり, 薄膜試料を作製する必要がないため, 試料作製が簡単であること, また, 試料表面上を電子ビームで連続的に走査することで得られる擬 Kikuchi 模様から結晶方位を自動で計算させることにより, 1 $\mu$ m 以下の微細な測定点で表記された結晶方位のマップが作成可能であることが挙げられる. 得られた結晶方位のマップを用いることで結晶粒の定義や, 結晶系の違いから相を同定することができるため, 近年, 試料表面の結晶方位マッピング作成に広く用いられている. EBSD を行う際に照射された電子線の進入深さは 50nm 以下と極めて小さいため, 試料表面近傍の結晶方位を高い精度で検出できるが, その反面, 試料表面の凹凸の影響を受けやすい. そのため, 方位解析の精度を向上させるには, 試料表面の研磨の精度が重要である<sup>(16-18)</sup>.

本研究では, Oxford 製検出器(型式: Nordlys Nano)と TSL 株式会社製検出器(型式: OIM-Analysis) を使用して, 結晶構造の解析を行った.



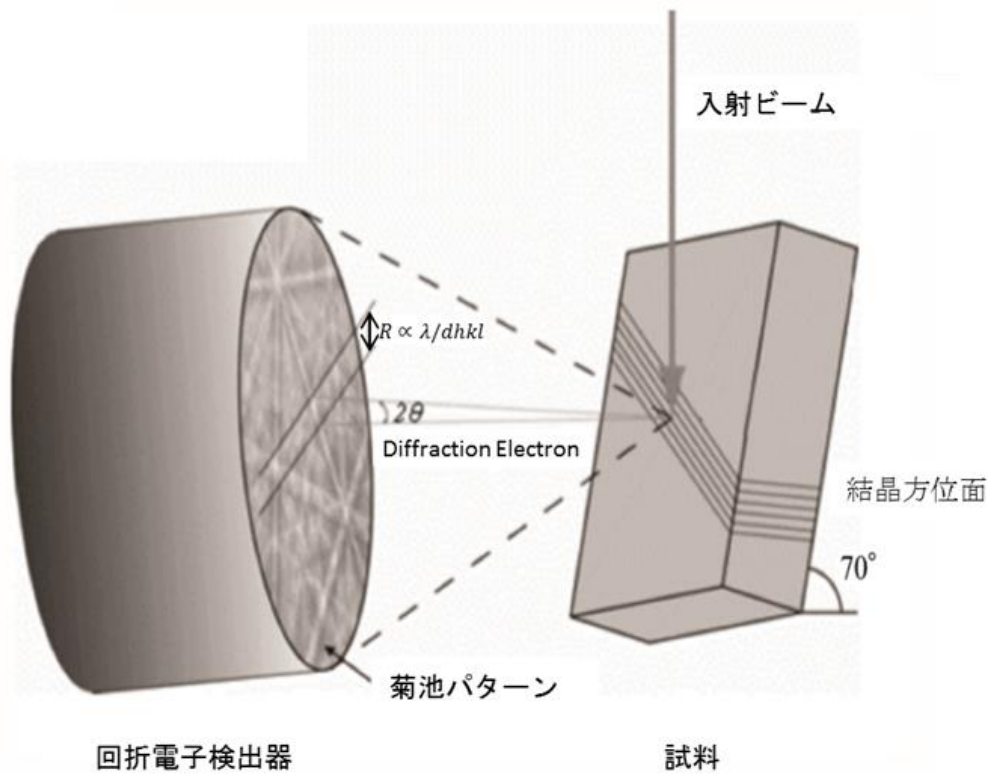


Fig.3-4 Schematic diagram of EBSD Analysis<sup>(19)</sup>.

### 3.5.1 擬 Kikuchi 模様 の 指数 付け

Figure 3-4 に示した通り，EBSD では  $70^\circ$  に傾斜した観察試料に電子線を照射し，電子線回折模様 の 一種である擬 Kikuchi 模様 を取得することで方位解析を行う．Figure 3-5 に擬 Kikuchi 模様 の明視野像を，Figure 3-6 に擬 Kikuchi 模様 の発生過程の模式図を示す．傾斜した試料内に入射した電子線は，非弾性散乱を起こし，全方向に拡散する．この時，試料表面方向に向かう電子線が結晶格子面でブラッグ散乱を起こすと，二つのコーンを形成する．この二つのコーンを検出器面上に投影すると，Figure 3-5 に示すように擬 Kikuchi 模様内に擬 Kikuchi 線<sup>(11)</sup>と呼ばれる固有の回折模様を得ることができる．明瞭な擬 Kikuchi 線を取得するためには，散乱した電子線がエネルギーを失う前に，なるべく早く試料表面に到達し，試料表面から放出される必要があるため，試料に  $60\text{-}80^\circ$  近辺の傾斜をかけることで，試料表面までの距離を短くする必要がある．この時，観察試料の傾斜角度を  $70^\circ$  より大きくすると，試料内に侵入した電子が非弾性散乱を起こした個所と試料表面までの距離が短くなるため，擬 Kikuchi 線の信号強度が高くなり，方位解析の精度が向上する．しかし，観察する試料表面のアスペクト比が極端に高くなり，EBSD で作図するマッピングの解像度が低下する．逆に観察試料の傾斜角度を  $70^\circ$  より小さくすると，観察する試料表面のアスペクト比が低下することにより，マッピングの解像度は上昇するが，試料内に侵入した電子が非弾性散乱を起こした個所と試料表面までの距離が長くなるため，擬 Kikuchi 線の信号強度が低下し，方位解析の解析精度が低下する関係性にある．そのため，EBSD の標準的な設定では，双方の中間地点であり，かつ，Si 標準試料を用いたキャリブレーションを行いやすいという点から， $70^\circ$  の傾斜が試料の傾斜角度として採用されている<sup>(20)</sup>．

このようにして取得された擬 Kikuchi 線のうち，2 本の平行な擬 Kikuchi 線により形成される帯を，擬 Kikuchi バンドと呼称する．Figure 3-4 に示したように，擬 Kikuchi 線で形成されるバンドは，結晶格子面で回折することによって形成されるため，TEM で取得できる Kikuchi バンドと同様にそれぞれの結晶面のミラー指数に対応したバンドの幅を持つ．しかしながら，EBSD で取得した擬 Kikuchi バンドは，検出器とサンプルの距離によって，擬 Kikuchi バンドの幅が変化することに加え，Figure 3-5 に示すように，TEM で取得できる Kikuchi バンドと比較した際，バンドのエッジやコントラストも不明瞭であるため，明確なバンド幅を測定することが困難であり，バンドの幅を用いてミラー指数を求めることが困難である．そこで EBSD では，バンド間の角度を求めることで各々のバンドの指数を導出している<sup>(20)</sup>．

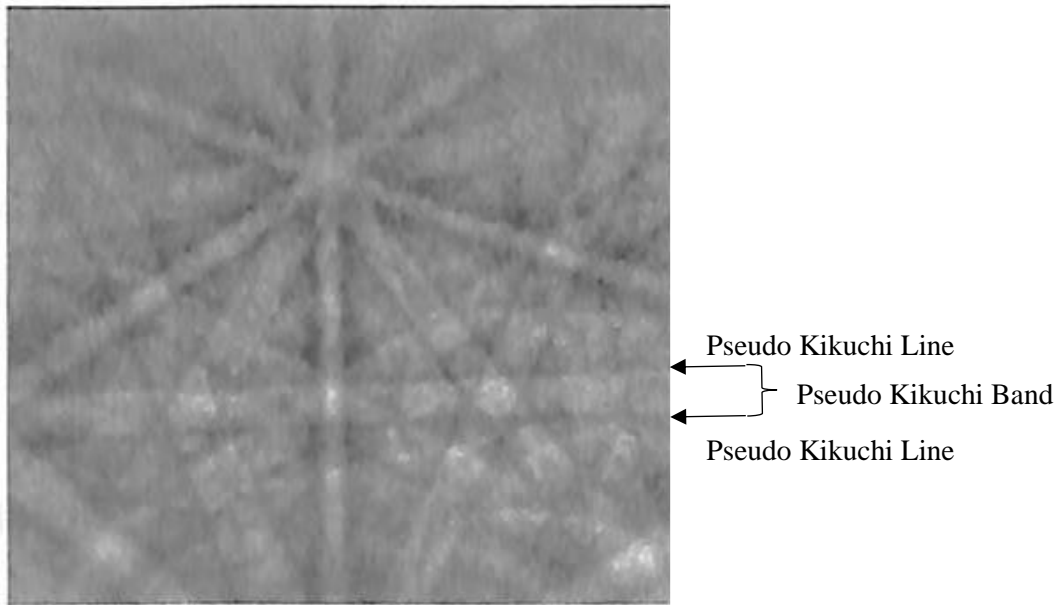


Fig.3-5 Bright - Field Image of pseudo-Kikuchi Pattern<sup>(19)</sup>.

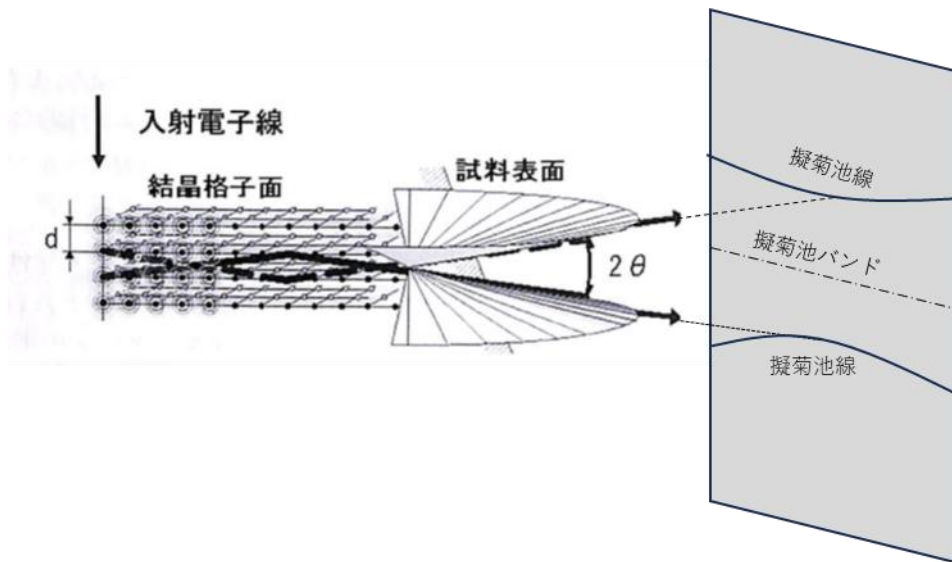


Fig.3-6 Schematic diagram of pseudo-Kikuchi formation process<sup>(19)</sup>.

### 3.5.2 結晶座標軸，試料座標軸，スクリーン座標軸

前節で取得した擬 Kikuchi 線で得られたバンドの指数はあくまでも，結晶の面を蛍光スクリーン上にステレオ投影面上の模様として投影したものに過ぎない．言い換えれば，擬 Kikuchi 線によって結晶の形状は把握できたが，どの方向から結晶を観察する際の定義座標が存在しないため，このままでは結晶方位を定義することができない状態である．透過型電子顕微鏡を用いて取得した Kikuchi 模様の場合では，取得した明視野像と Kikuchi 模様の基準座標が，電子ビームの入射線方向で一致しているため，取得した明視野像上に試料軸座標 X-Y-Z 軸を規定し，これを基準座標軸として用いることで，試料座標軸上の結晶方位の指数を定義することができる．

しかし EBSD で得られる回折図形は，傾斜した試料から得られた擬 Kikuchi 模様であり，TEM で得られる Kikuchi 模様とは違い，基準となるべき入射線方向が画像上に描写されることがないため，入射線方向を用いた基準座標軸を作成することができない．そこで EBSD では，試料座標系，スクリーン座標系，結晶座標系の 3 つを用いることで，解析の基準座標軸である試料座標と，結晶固有の結晶座標の回転関係を導出している．次節でそれぞれの座標軸の定義について詳述する．

### 3.5.3 EBSD 内の座標軸の定義

Figure 3-7 に TSL 製 OIM-Analysis における試料座標軸  $M_s$ , スクリーン座標軸  $M_p$ , 結晶座標軸  $m$  の相関関係図を示す. 前節でも述べたが, EBSD における基準座標は試料座標軸である. 試料座標軸  $M_s$  の定義は, 電子顕微鏡内部で観察を行っている試料表面を基準とする座標軸であり, 試料表面に対して垂直な方向を  $Z_s$  軸, 試料の傾斜軸と平行な方向を  $Y_s$  軸とする直交座標系である. スクリーン座標軸  $M_p$  は, 擬 Kikuchi 模様が投影されている蛍光スクリーンを基準とする座標軸であり, 蛍光スクリーンに対して垂直な方向を  $Z_p$  軸, 試料の傾斜軸と平行な方向を  $X_p$  軸とする直交座標系である. これらの二つの座標軸のうち, 蛍光スクリーン座標の  $X_p$  軸と試料座標軸の  $Y_s$ , 試料の傾斜軸の 3 つは平行関係にある. 一方, 結晶座標軸  $m$  は, 個々の結晶の基本格子を基準軸とする直交座標である. そのため, 結晶座標の座標軸の定義は結晶構造によって異なるが, 対称性の強い立方晶構造を持つ結晶では  $\{100\}$  面の法線を座標軸と定義する. 上記の 3 つの座標軸を定義したことにより, 擬 Kikuchi 線で得られたバンドの指数は, 蛍光スクリーン座標上に表記されていると定義できる. そのため, 擬 Kikuchi 模様から得られたバンドの指数を用いることで, スクリーン座標軸  $M_p$  と結晶座標軸  $m$  間を最小の回転角で一致させる回転関係を求めることができる<sup>(19,20)</sup>. このような  $M_p$ - $m$  間の回転関係を表す行列を  $T_{sp}$  とおく. また, 試料座標軸  $M_s$  とスクリーン座標軸  $M_p$  間の回転関係も同様に  $T_s$  と置くことができる<sup>(19,20)</sup>. これらの行列を用いることで, EBSD が最終的に導出する試料座標軸  $M_s$  と結晶座標軸  $m$  の回転関係を表す回転行列  $T$  は, 以下の数式<sup>(19)</sup>で表すことができる.

$$T = T_s \cdot T_{sp}$$

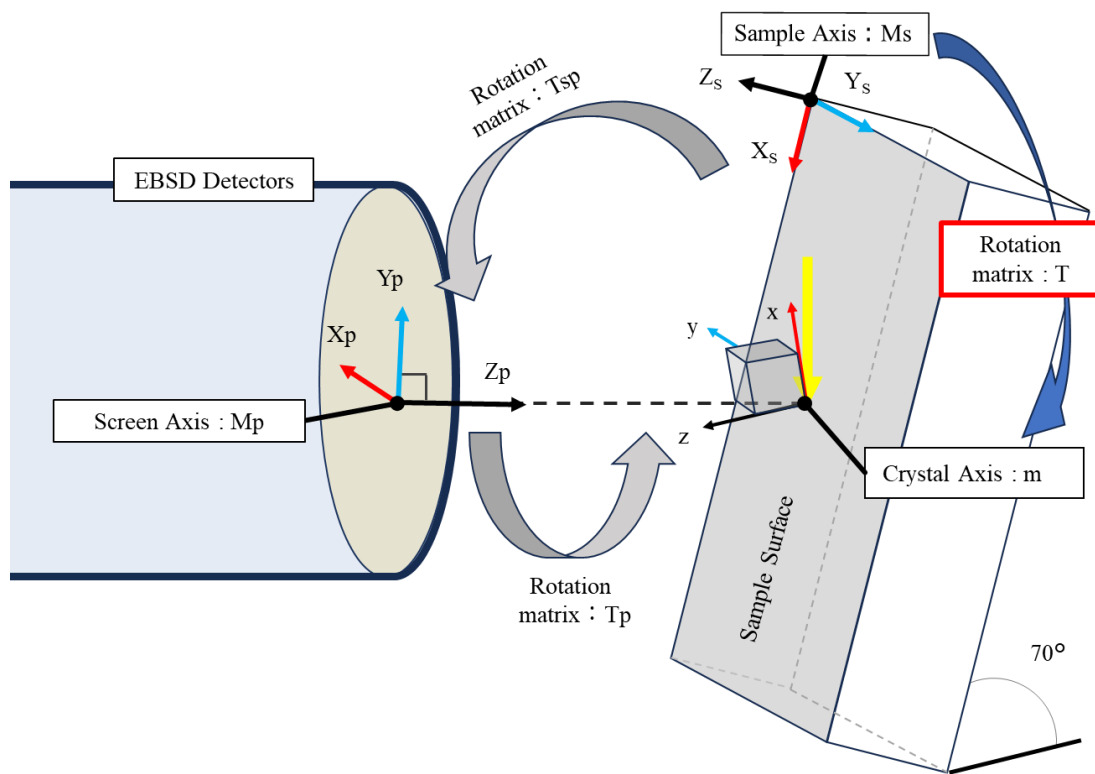


Fig.3-7 Correlation diagram of Sample, Screen and Crystal Axes in OIM-Analysis<sup>(19)</sup>.

### 3.5.4 オイラー角による結晶座標系の表記

3.3節で説明したように、各々の結晶が持つ試料座標から結晶座標への回転行列Tは、3行3列の数値で表される。EBSDでは回転行列Tをオイラー角に変換して取り扱っている。オイラー角とは、数学者のレオンハルト・オイラーが考案した二つの直交座標系の関係性を表現する方法で、3次元空間のあらゆる座標は3つの角度の組み合わせであらわすことができる、という考え方である<sup>(20)</sup>。

3次元の座標をオイラー角で表す場合、3つの角度のうち、最低2つの異なる座標軸を回転させた角度を用いることで、3次元の座標をすべて表記できる。そのため、座標軸を基準として回転させるオイラー角表記の場合、Table 3-1に図示する12通りの組み合わせが存在する。EBSDで使用される座標軸回転は、Z-X-Z軸回転のオイラー角である。また、EBSDで出力されるオイラー角によって導出される回転行列Tは、試料座標系と結晶座標系との間の回転行列である。

前節でも少し触れたが、結晶座標系は個々の結晶の基本格子を基準軸とする直交座標の事である。そのため、結晶構造によって座標軸が異なるが、結晶構造の対称性の強い立方晶構造を持つFCCやBCCでは、{100}面の法線をそれぞれ座標軸であるx, y, z軸とする。EBSDはZ-X-Z周りのオイラー角で計算されているので、3.3節で求めた試料座標系と結晶座標系との間の回転行列Tを表すと、以下の数式<sup>(21)</sup>で表される。この時、 $\Psi$ は一回目のZ軸周りの回転角を、 $\theta$ はX軸周りの回転角を、 $\phi$ は2回目のZ軸周りの回転角を示す。

$$T = \begin{pmatrix} \cos \Psi \cos \phi - \sin \Psi \cos \theta \sin \phi & \cos \Psi \sin \phi + \sin \Psi \cos \theta \cos \phi & \sin \Psi \sin \theta \\ -\sin \Psi \cos \theta - \cos \Psi \cos \theta \sin \phi & -\sin \Psi \sin \phi + \cos \Psi \cos \theta \cos \phi & \cos \Psi \sin \theta \\ \sin \theta \sin \phi & -\sin \theta \cos \phi & \cos \theta \end{pmatrix}$$

この行列式に3.3節で得られた回転行列Tを代入することにより、EBSD上で表記される結晶方位を示すオイラー角を求めることができ、その数式は以下のようにならわされる。

$$\Psi = \tan^{-1}(T_{13}/T_{23}), \theta = \cos^{-1} T_{33}, \phi = \tan^{-1}\left(-\frac{T_{31}}{T_{32}}\right)$$

Table 3-1 12 rotation axes selections at Euler angles<sup>(21)</sup>.

X-Y-Z	X-Z-Y	Y-X-Z	Y-Z-X
Z-X-Y	Z-Y-X	X-Y-X	X-Z-X
Y-X-Y	Y-Z-Y	Z-X-Z	Z-Y-Z



### 3.5.5 極点図, 逆極点図, Orientation Distribution Function

EBSD では回転行列  $T$  を用いて記述される試料座標と結晶座標の回転関係を基に, 極点図(Pole-Figure : PF)や逆極点図(Inverse-Pole-Figure : IPF), 結晶方位分布関数(Orientation Distribution Function : ODF)などの各種のマップを作成している。これらのマップはそれぞれ以下の定義に基づいて作成されている。

- PF : 試料表面で観測される結晶の特定の結晶面に注目し, その結晶面がステレオ投影図上でどのように配向しているか, 図示したマップ。
- IPF : 試料を特定方向から見たときに, 観察方向を結晶面の法線の指数をステレオ投影図上の最小範囲に図示したマップ。
- ODF :  $\Psi$ ,  $\theta$ ,  $\Phi$ を座標軸として取り, オイラー角で表示された結晶方位を3次元空間で表したマップ。

それぞれのマップの作製法と欠点を以下に記述する。

Figure 3-8 に PF の模式図と具体例を示す。Figure 3-8 (a)は試料座標軸を基準とした結晶儀内に立方晶の単位胞を置いた図である。この時, 立方晶の $\{100\}$ 面に着目してそれぞれの面の法線と結晶儀の交点を結ぶ。その後, 特定の方向から結晶儀を投影し, ステレオ投影図上の交点をプロットとして図示したものである。Figure 3-8 (b)は結晶儀の  $Z_s$  方向で作製したステレオ投影図である。このステレオ投影図では, 結晶儀中に一つの単位胞, つまり完全な単結晶を入れた場合の $\{100\}$ 極点図である。しかし, 実際に作成される極点図は, Figure 3-8 (c)に示すように, 複数の計測地点で得られた結晶方位から計測されている。そのため, 2つ以上の結晶から得られた結晶方位が PF 上で描写されている場合, それぞれの PF 上のプロットが多量に重なり合ってしまうため, 複数の結晶間の正確な方位関係を導出することができない欠点がある。

Figure 3-9 は IPF マップとその模式図である。Figure 3-9 (a)に示す IPF マップは特定の方向から結晶を観察した際に, 結晶のどの面の法線を観察しているかを極点図上に図示し, その指数に応じてカラーチャートを与えたものである。この IPF マップでは, 試料座標  $Z_s$  方向から観察している。IPF マップの特徴としては正六角形のタイルを敷き詰めた形状をしていることである。これは一つの正六角形のタイルにつき, 各々の計測個所の結晶方位を計測しているためである。Figure 3-9 (b)に, IPF マップ上の点線で囲われた箇所を基に作成した模式図を示す。IPF マップの結果から, この材料は大きく分けて青色とオレンジ色の二つの異なる結晶で構成されていることがわかるが, IPF マップで描写できるのは, 特定の方向から見た結晶方位の指数のみである。そのため, 模式図中に図示したように IPF マップ上で同じカラースケールであったとしても, 計測地点の結晶

方位が同一であることを意味しない。そのため、IPF マップで示される色だけでは、計測点の正確な結晶方位を得ることはできない欠点がある。

Figure 3-10 は ODF マップの概念図と計算結果である。ODF では、一つの結晶面の情報のみ表示する PF や IPF と異なり、各々の計測点から得られたオイラー角を用いて作図するため、Figure 3-10(a)に示すように、各々の計測点から得られた結晶方位座標のプロットを 3 次元で描写することができる点がメリットである。しかしながら、3 次元空間上で表記する関係上、それぞれのプロットを重ねられないように表記することが困難であることが難点として挙げられる。そのため一つの基準座標を選択し、決まった角度によってスライスすることで図示する。Figure 3-(b)は(a)に示した ODF を  $\Phi 2$  軸の  $5^\circ$ ごとにスライスすることによって図示される ODF マップである。スライスする角度によってプロットの精度が変化するという欠点があることや、結晶座標と試料座標の表記が難しいこと、また、PF と同じようにプロットが多量に重なり合ってしまうため、複数の結晶間の正確な方位関係を導出することが困難であるという問題点がある。

Table 3-2 は上記 3 マップの特徴をまとめたものである。本研究では結晶の詳細な方位解析を行うために、単一のマップで、特定の方向から見た際の面指数、各々の結晶が持つ結晶方位、2 結晶間の方位関係の 3 つのパラメータを取得することを目的としているが、EBSD で作成可能な 3 マップではこの 3 つを同時に表記できないため、新たな解析法を構築する必要がある。

このように EBSD で作成するマップを用いて、2 結晶間の方位関係を導出することは困難であるが、EBSD ではマップを作成するだけでなく、個々の計測地点の結晶座標を取得しているため、各々の結晶が持つ結晶座標を比較することで 2 結晶間の方位関係を導出することができる。次節で EBSD による 2 結晶間の方位関係の導出方法を示す。

Table 3-2 Characteristics of EBSD Maps.

	Index from observed direction	Crystal orientation	Crystallographic orientation relationship
IPF	○	×	×
PF	×	○	×
ODF	△	○	×

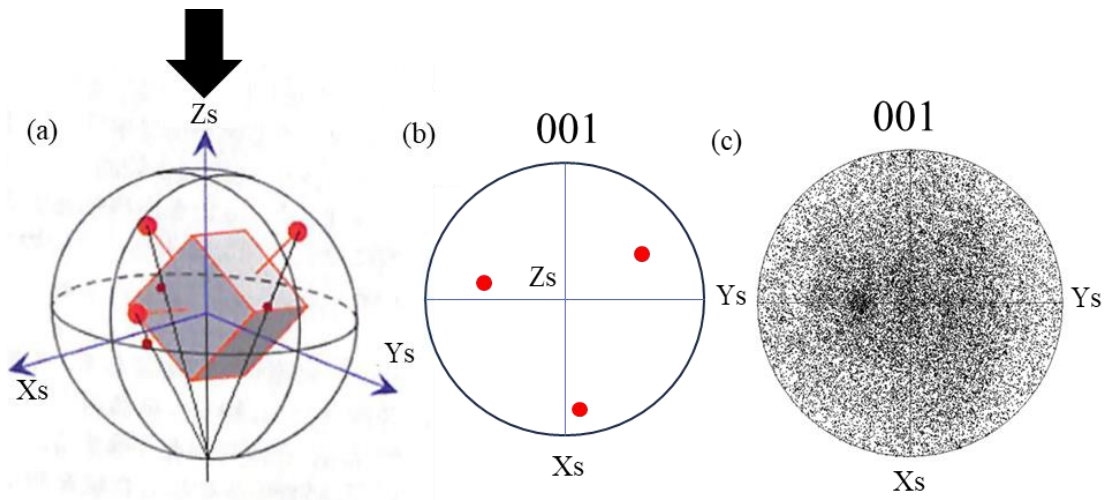


Fig.3-8 Pole Figure map<sup>(19)</sup>,  
 (a) Drawing (001) Polar Plot from Zs,  
 (b)(001) Pole Figure on Zs-standard stereographic projection,  
 (c) Result of (001) Pole Figure of Ni Compact.

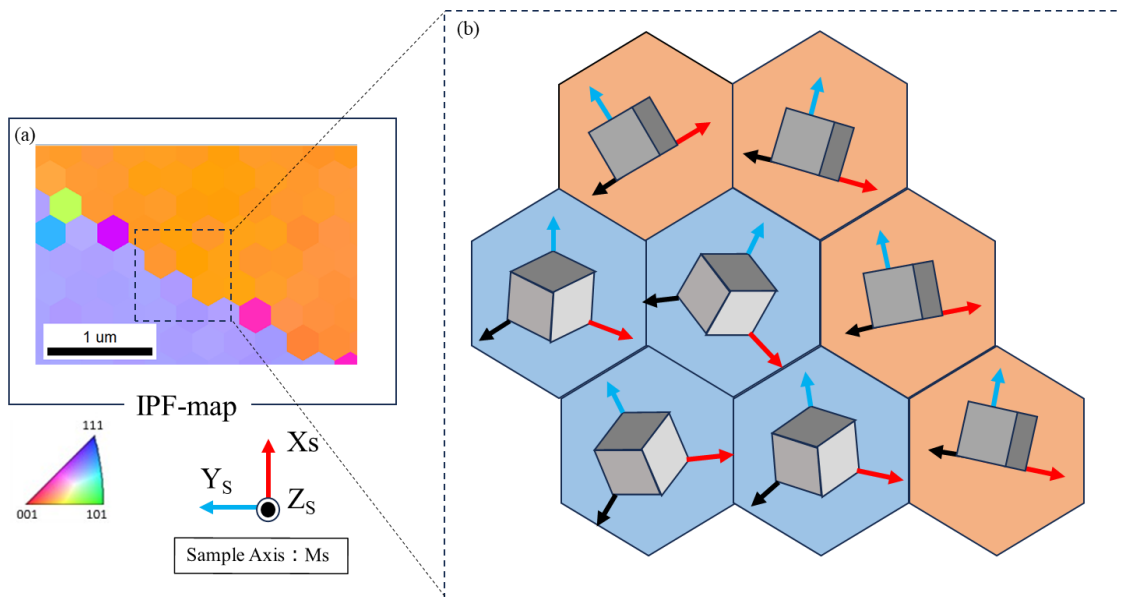


Fig.3-9 IPF map of Ni compact, (a) IPF-Map image,  
 (b) Schematic diagram of Inverse Pole Figure<sup>(19)</sup>.

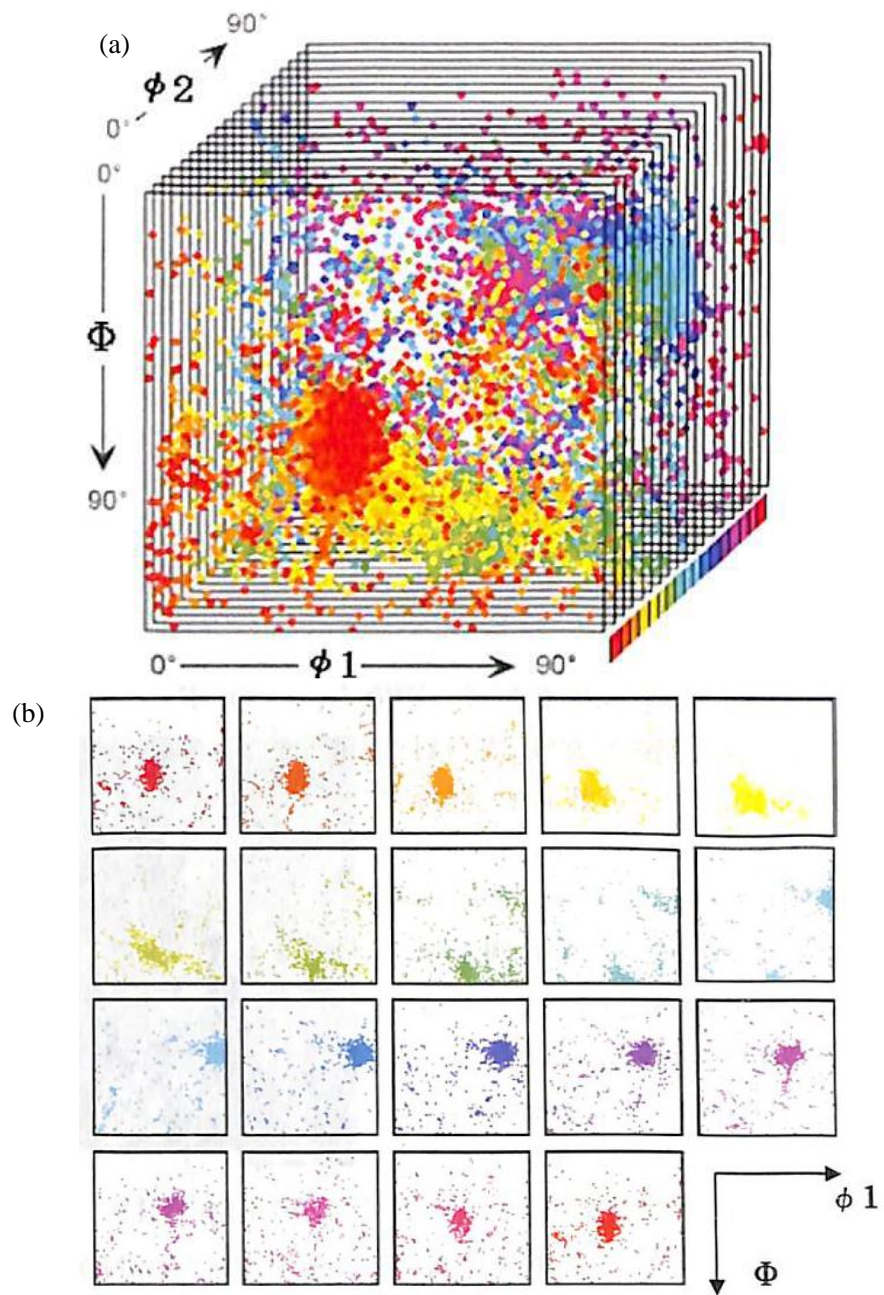


Fig.3-10 Schematic diagram of Orientation Distribution Function<sup>(19)</sup>,  
 (a) Conceptual diagram of ODF, (b) ODF plots displayed in EBSD.

### 3.5.6 2つの結晶間の方位関係の導出

EBSDによって、二つの結晶の結晶座標から得られるオイラー角を用いることで、2結晶間の結晶方位関係を表す回転角と回転軸を導出することが可能である。以下に導出方法を示す。各々の結晶が持つ回転行列  $T$  を用いるある結晶  $A$  の試料座標軸と結晶座標軸の回転行列を  $TA$  と置き、比較したい結晶  $B$  の試料座標軸と結晶座標軸の回転行列を  $TB$  と置く。試料座標は共通の座標軸であるので、結晶  $A$  と結晶  $B$  間の相対的方位関係を表す変換行列  $T$  は、以下の数式<sup>(14)</sup>で表される。

$$T = TA \cdot TB^{-1}$$

この時、得られた回転マトリクス  $T$  の固有ベクトル  $[h k l]$  は2結晶間の回転軸を表している。また、回転角は回転軸に垂直なベクトル  $[\bar{k} h 0]$  と、 $[\bar{k} h 0]$  を変換行列  $T$  によって変換したベクトル  $[u v w]$  の間の内積から求めることができるため、回転角  $\theta$  は以下の数式<sup>(14)</sup>であらわされる。

$$\cos \theta = \frac{\bar{k}u + hv}{\sqrt{k^2 + h^2} \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}}$$

結晶粒界などの2結晶間の方位関係を考える際には、等価な結晶方位の中で最も小さな回転角を持つ結晶方位関係が物理的な意味を持つ値であるため、最小の回転角を得られる等価な結晶方位を導出する必要がある。そこで、結晶  $A$  の回転マトリクス  $MA$  を基準として固定し、比較する結晶  $B$  の回転マトリクス  $MB$  に対し、等価な方位(ヴァリエント)を示す行列  $C$  をかけることで各々の結晶  $B$  の持つマトリクス  $MB^*$  と  $MA$  間の方位関係をあらわす変換行列  $T^*$  の導出が可能であり、以下の数式<sup>(14)</sup>で表される。

$$T^* = T \cdot C$$

立方晶の場合、結晶構造の対称性から24通りの結晶学的に等価な方位が存在する。Table 3-3 に行列  $C$  のヴァリエントを記載する。これら24通りの  $T^*$  から求められる回転角のうち、最小の回転角を持つ行列  $C$  を探すことで回転角を導出することができる。

Table 3-3 24 variants of Matrix C <sup>(14)</sup>.

---

$v_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$v_5 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$v_9 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	$v_{13} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$v_{17} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	$v_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
$v_2 = \begin{bmatrix} \bar{1} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$v_6 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \bar{1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$v_{10} = \begin{bmatrix} \bar{1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	$v_{14} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \bar{1} & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$v_{18} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \bar{1} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	$v_{22} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ \bar{1} & 0 & 0 \end{bmatrix}$
$v_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$v_7 = \begin{bmatrix} 0 & \bar{1} & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$v_{11} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & \bar{1} & 0 \end{bmatrix}$	$v_{15} = \begin{bmatrix} 0 & \bar{1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$v_{19} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{1} & 0 \end{bmatrix}$	$v_{23} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & \bar{1} & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
$v_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{1} \end{bmatrix}$	$v_8 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{1} \end{bmatrix}$	$v_{12} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{1} \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	$v_{16} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{1} \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$v_{20} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \bar{1} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	$v_{24} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \bar{1} \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

---

## 3.6 EBSD を用いた新たな 2 結晶間の方位解析手法

3.5.6 節で、個々の結晶座標、および結晶間の方位関係から、2 結晶間の方位関係を回転角と回転軸で導出できることを示したが、EBSD における結晶間方位関係の導出は、あくまでも擬 Kikuchi 線から求められる方位関係のみで計算されている。そのため、EBSD のみで取得できる検出結果では、実際の組織形状と乖離したという問題点がある。以下に実例を示す。

Figure 3-11 は OIM-Analysis で作成した焼きなまし処理を加えたニッケルの IPF マップ、および Grain-Boundary マップである。Figure 3-11(a)の IPF-Z マップに示す(1)の矢印で図示した組織では、双晶の特徴である直線状の双晶面が観察されることから、明らかな焼鈍双晶の特徴を示している。しかし、Figure 3-11 (b)に示す EBSD の Grain-Boundary マップでは、結晶粒界は検出されているものの、双晶ではないと判定されている。くわえて、Figure 3-11 (b)の Grain-Boundary マップ内の(2)の領域のように、双晶の特徴である直線状の双晶面が全く見られないにもかかわらず、複数の微細な双晶面が存在すると判断されるケースも発生している。このような現象は EBSD 内の組織の定義によって発生する。EBSD の定義では、粒界は双方の結晶の回転角が  $15^\circ$ 以上の大角粒界であるか否かのみで判定するのに対し、双晶は回転角、回転軸、K1 面が双晶関係から既定の角度内に収まっているかどうかで判断されている。Figure 3-11 に示した Ni に形成される焼鈍双晶の IPF-Z マップの場合では、試料表面状態の凹凸により、粒界の定義内には収まったものの、双晶の定義から外れるといった現象が起きている。

このような EBSD の解析結果は、擬 Kikuchi 線のみ依存した EBSD のマッピングだけでは、正確な組織解析が行えないことを意味している。また、EBSD は自動で 2 結晶間の最小の回転角を取る回転軸を計算し、予想される方位関係を既知の方位関係から選択し、Grain-Boundary マップ上に記載することができる。しかし、2 結晶間の結晶方位関係が未知の関係であった場合、マップ上に反映されない問題点がある。強ひずみ加工を加えた金属材料の形成される組織では、未知の結晶方位関係が形成されることが予想される。そこで本研究では、EBSD で得られたオイラー角からステレオ投影図を作図し、トレース解析を行うことにより、詳細な結晶方位解析を行うことを試みた。次節以降で、Figure 3-11 (c)に示すように EBSD 上で双晶関係を持たないと判定された結晶粒にそれぞれ A,B と名称を付け、実際に A-B 間の結晶方位解析を行った際の結果を示す。

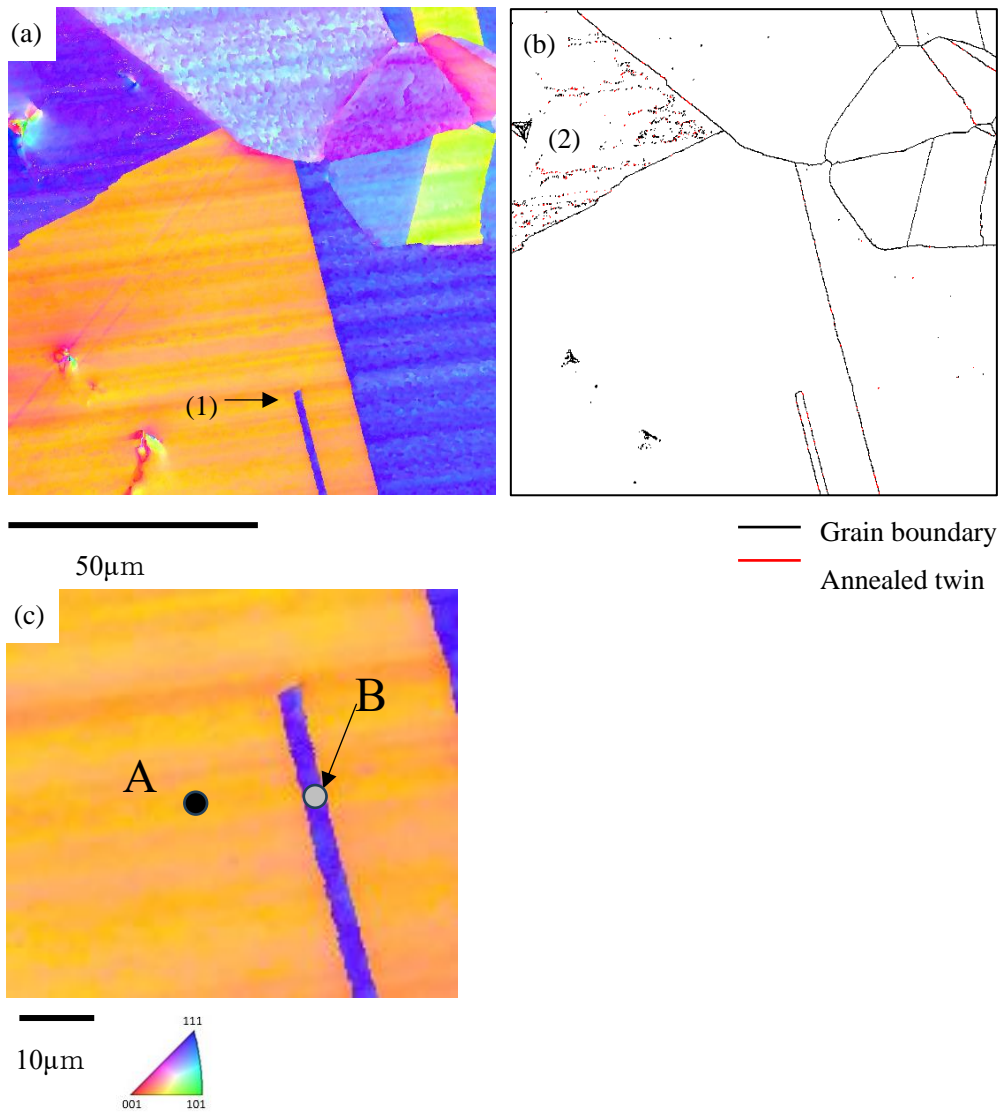


Fig.3-11 EBSD images of Annealed Ni, (a) IPF-Z map, (b) grain boundary and annealed twin map, (c) analysis locations A and B on IPF-Z map.



### 3.6.1 ステレオ投影図による結晶方位解析

ステレオ投影図とは、極座標上で表した結晶の持つ方向や面を表した結晶儀上の点を、特定の方向から投影することによって作図される図表を指す。一般に結晶の主要な方向、または面の法線方向から投影したものが多く、3.3.2 節で示した PF も、複数の計測点から得られたある特定の面のみを投影面に記載したものである。ステレオ投影図の利点として、任意の方向を投影する方向として選択できることが挙げられる。そのため、どの座標を基準として作図したステレオ投影図であるのか、把握することは極めて重要である。次節では、最も基本的なステレオ投影図である EBSD の基準座標である試料座標の  $Z_s$  方向から投影した 2 結晶間の方位関係を図示した  $Z_s$  標準ステレオ投影図の作図方法について解説する。

### 3.6.2 $Z_s$ 標準ステレオ投影図

先ほど Figure 3-10 (a) に示した Ni の IPF マップのオレンジ色の結晶粒を A、青色の焼鈍双晶と思われる結晶粒を B と置く。この時、結晶粒 A 内のある点のオイラー角を求めると、 $(\Psi \theta \Phi) = (152.2 \ 16.7 \ 180.6)$  であるため、これらの値を 3.5.4 節で示した数式に代入することで回転行列  $T$  を導出することが可能である。また求めた回転行列  $T$  を用いて逆行列  $T^{-1}$  も同時に導出すると、以下の数列<sup>(21)</sup> が導出される。

$$T = \begin{pmatrix} 0.8892 & -0.4575 & -0.003 \\ 0.4374 & 0.8521 & -0.2873 \\ 0.1340 & 0.2542 & 0.9578 \end{pmatrix}$$

$$T^{-1} = \begin{pmatrix} 0.8892 & 0.4374 & 0.1340 \\ -0.4575 & 0.8521 & 0.2542 \\ -0.003 & -0.2873 & 0.9578 \end{pmatrix}$$

Niの結晶構造であるFCC構造は立方晶であり、高い対称性を持つ。そのため、ステレオ投影図上に基準軸座標である{100}, {110}, {111}それぞれに変換行列 $T'$ との内積を算出することで、結晶座標における指数hklを、試料座標軸における指数HKLに変換することができる。HKLは以下の数式<sup>(14)</sup>で導出される。

$$\begin{pmatrix} H \\ K \\ L \end{pmatrix} = T' \begin{pmatrix} h \\ k \\ l \end{pmatrix}$$

実際に母相の結晶指数(100)と変換行列 $T'$ の内積を算出すると、結晶座標上の(100)の指数は試料座標上の指数(hkl)=(0.8892 -0.4575 -0.003)に変換される。同様に求めたい全ての指数を計算することで、試料座標上で表した結晶座標の指数を求めることができる。ステレオ投影図は投影球の半球部分のみを描画するので、算出した指数のうち、HKLのLの値が負の値を示す指数を取り除くことで、試料座標ステレオ投影図上に描写される指数だけを抽出することができる。

算出した指数HKLのZs標準ステレオ投影図上での座標は以下の数式<sup>(14)</sup>で表すことができる。

$$\begin{aligned} \text{Zs-STD X座標 : } X &= \frac{H}{L + \sqrt{H^2 + K^2 + L^2}} \\ \text{Zs-STD Y座標 : } Y &= \frac{K}{L + \sqrt{H^2 + K^2 + L^2}} \end{aligned}$$

上記の計算を、全てのHKL指数に対して行うことで、母相のステレオ投影図の座標を導出することができる。同様に隣接するBのZs標準ステレオ投影図も、Bのオイラー角( $\varphi \theta \Psi$ )=(310.0 120.2 214.3)を用いて同様に作図し、Aと重ねて描写したすることで、A-B間の結晶方位関係をステレオ投影図上に図示することが可能である。

### 3.6.3 トレース解析

トレース解析とは、すべり線などの組織表面に現れる特徴的な組織を用いることで、電子線回折図形の解析を必要としない代替結晶方位解析法である。例として、FCC構造におけるすべり面が4種の{111}面であることを利用した結晶方位解析<sup>(22-24)</sup>などが挙げられる。先にも述べたように、この解析手法の特徴は、電子線回折図形の解析結果とは全く異なる原理を基に、結晶方位を算出することである。しかし、複数の兄弟晶（ヴァリエント）のトレースが組織上に存在しない場合、結晶の方位を導出できないこと、また、FCC構造におけるすべり面といったトレース自体の面指数が判明していない場合、解析に用いることができない欠点がある。

3.5節でステレオ投影図を用いた結晶方位解析法について述べたが、ステレオ投影図面上に A-B 間の結晶方位関係を描写しただけでは、隣接した2つの結晶が偶然特定の結晶方位関係の検出範囲に入っている可能性を否定できない。また、実際の結晶間の結晶方位関係を解析する場合、結晶間の結晶方位関係が未知であるため、誤って方位関係を自動で導出していることが想定される。そこで、ステレオ投影図面上で計測された結晶方位関係と、擬 Kikuchi 線に依存しない組織画像から得られたトレースの方向指数を一つのステレオ投影図面上に描写することにより、粒界上に定義した方向ベクトルと粒界面の法線ベクトルがなす角度が必ず直角関係を満たしているかどうか検討することで、未知の2結晶間の方位関係を確定させることができる。

そこで本研究では、粒界トレースの方向ベクトルと擬 Kikuchi 線から得られる結晶方位の双方を満たす2結晶間の結晶方位関係を図示するプログラムを作成した。作成したプログラムは Mathematica を用いることで動作する。また、Appendix に本研究で使用したプログラムのソースコードを添付している。

### 3.6.4 トレース解析を用いた結晶方位解析

電子顕微鏡で取得されるトレースの指数は、SEM像、および取得されたEBSDマップの画面上の座標に依存して表記されるため、トレース解析を行う際は、EBSDマップ上から得られる座標軸と、オイラー角の基準となる試料座標の関係性を正確に把握しておくことが極めて重要になる。3.3節で前述したが、SU-6600付属の検出器Nordlys Nanoの標準設定では、試料座標 $X_s Y_s Z_s$ とEBSDマップの画面上の座標軸XYZは一致している。しかし、JSM-7200F付属の検出器OIM-Analysisの標準設定では一致していない。このような設定の違いは、検出器の機種が作られた世代によって変わるので、トレース解析を行う際には、各々の機材の試料座標の設定を必ず確認する必要がある。

Figure 3-12に、EBSDマップ上に定義した測定座標軸XYZと検出器OIM-Analysisの試料座標軸 $X_s Y_s Z_s$ 、結晶座標xyzの相関を示した模式図を、Figure 3-13に測定座標軸XYZと検出器Nordlys Nanoの試料座標軸 $X_s Y_s Z_s$ 、結晶座標xyzの相関を示した模式図をそれぞれ示す。Nordlys Nanoの測定座標軸は試料座標軸と一致しているため、そのまま測定座標軸であるZ標準ステレオ投影図を作図してかまわないが、OIM-Analysisで取得したオイラー角を用いて、測定座標軸であるZ標準ステレオ投影図を作図する場合、取得した $Z_s$ 標準ステレオ投影図を、 $Z_s$ 軸周りで時計回りに90°回転させることで、測定座標軸XYZと一致させる必要がある。

Figure 3-14(a)に、Ni焼鈍双晶のEBSDマップ上に定義した測定座標XYZと、A-B間の長手方向の粒界面のトレース $\alpha$ の方向ベクトルを示す。SEM像から取得した粒界トレース $\alpha$ の方向ベクトルは画面右下に向かってX軸から-80°の方向を持つ。Figure 3-14(b)に、結晶粒Aと結晶粒Bの指数を記載したZ標準ステレオ投影図を示す。ステレオ投影図上にある(111)の指数のプロットを確認すると、矢印で図示した箇所で、AとBの指数(111)がほぼ一致していることがわかる。FCC結晶で形成される焼鈍双晶の双晶面は、 $\{111\}$ 面、 $\langle 110 \rangle$ 方向の関係を持つ<sup>(25)</sup>ことから、擬Kikuchi線から得られるA-B間の結晶方位関係は、焼鈍双晶で見られる結晶方位関係であることがわかる。

次にZ標準ステレオ投影図上の方向ベクトル $\alpha$ をステレオ投影図面上に図示すると、ステレオ投影図の中心からX軸に対して-80°の線を引き、外周部との交点を求めることで得られる。その時のZ標準ステレオ投影図上での粒界トレース $\alpha$ の方向指数を求めると、 $[0.1736 -0.9848 0]$ と表すことができる。

得られた粒界トレース $\alpha$ の方向指数から、粒界トレース $\alpha$ の大円を作図すると、ステレオ投影面の中心を通り、かつ、粒界トレース $\alpha$ と直交する直線として、ス

ステレオ投影図上に図示できる。作図した粒界トレース $\alpha$ の大円上を確認すると、 $(111)_A$ と $(111)_B$ が隣接するプロットが存在する。これは、 $(111)_A$ 面および $(111)_B$ 面上に粒界トレース $\alpha$ が存在していることを表している。これらをまとめると、AとBは双晶関係にあり、かつ、画面上に描画されたトレース $\alpha$ は双晶面の切片であると、SEMで取得した組織画像の情報を加えて判断することができる。この段階で粒界トレースの大円上にAとBの方位関係を示すプロットが存在しない場合は、A-B間の方位関係を表す指数は別の指数であることが予想されるため、ステレオ投影図面上により高い指数を描写することで、新たな候補を描写し、より粒界トレースに一致するものを選択することで、A-B間の結晶方位関係を導出することが可能である。

Figure 3-14(b)に示したように、ステレオ投影図と粒界トレース解析を併用し、EBSD上の結晶間の方位関係に組織の情報も加えることで、より精度の高い方位解析結果を得ることができるが、EBSDの測定座標系を用いてステレオ投影図を作図する場合、いくつかの不都合がある。例えば、同じ結晶を複数の方向から観察する場合、複数の測定座標軸が存在することになり、それぞれのステレオ投影図を単純比較できないことになる。そこで、観察方向に依存しない結晶座標軸xyzを基準とするz標準ステレオ投影図を用いて作図するのが一般的である。

結晶座標軸を基準として作図する場合、どちらかの結晶を母相と置き、母相のz軸標準のステレオ投影図を図示する。Figure 3-14(c)に、結晶粒Aを母相として作図したzA標準ステレオ投影図を示す。Z標準ステレオ投影図上での指数としてあらわしたトレースの方向ベクトルの指数 $\alpha$ は、 $[0.1736 -0.9848 0]$ である。Zs-Standard上の指数に変換したトレースの方向ベクトル $\alpha$ の指数は、 $[0.9848 0.1736 0]$ となる。得られた指数と変換行列Tの内積から、結晶座標x<sub>A</sub>,y<sub>A</sub>,z<sub>A</sub>上での方向ベクトルの指数 $\alpha$ の値を導出することができ、その値は $[0.7963 0.5787 0.1761]$ となる。作図した結晶軸zA標準ステレオ投影図をFigure 3-15に図示する。こちらのステレオ投影図においても、 $(\bar{1}11)_A$ の大円がベクトル $\alpha$ の近くを通過しており、AとBは双晶関係であることが明らかである。このように、2結晶の結晶方位を表記したステレオ投影図上に、粒界トレースの方向指数を併記して解析を行うことで、EBSDでは求められない任意の2つの結晶間の未知の方位関係を詳細に導出することが可能である。

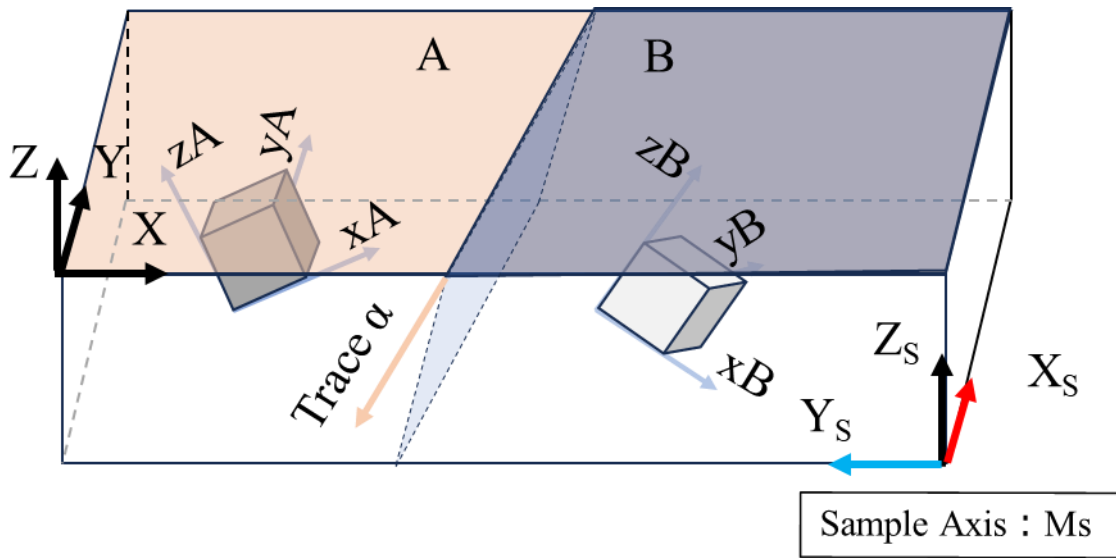


Fig.3-12 Schematic diagram of sample coordinate system, crystal coordinate system and Trace  $\alpha$  in OIM-Analysis.

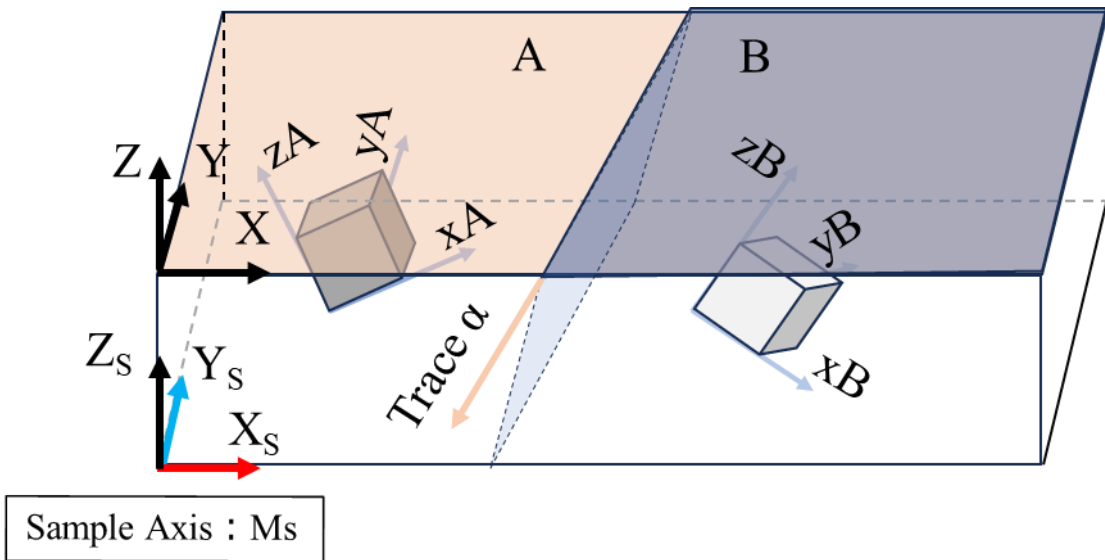


Fig.3-13 Schematic diagram of sample coordinate system, crystal coordinate system and Trace  $\alpha$  in Nordlys Nano.

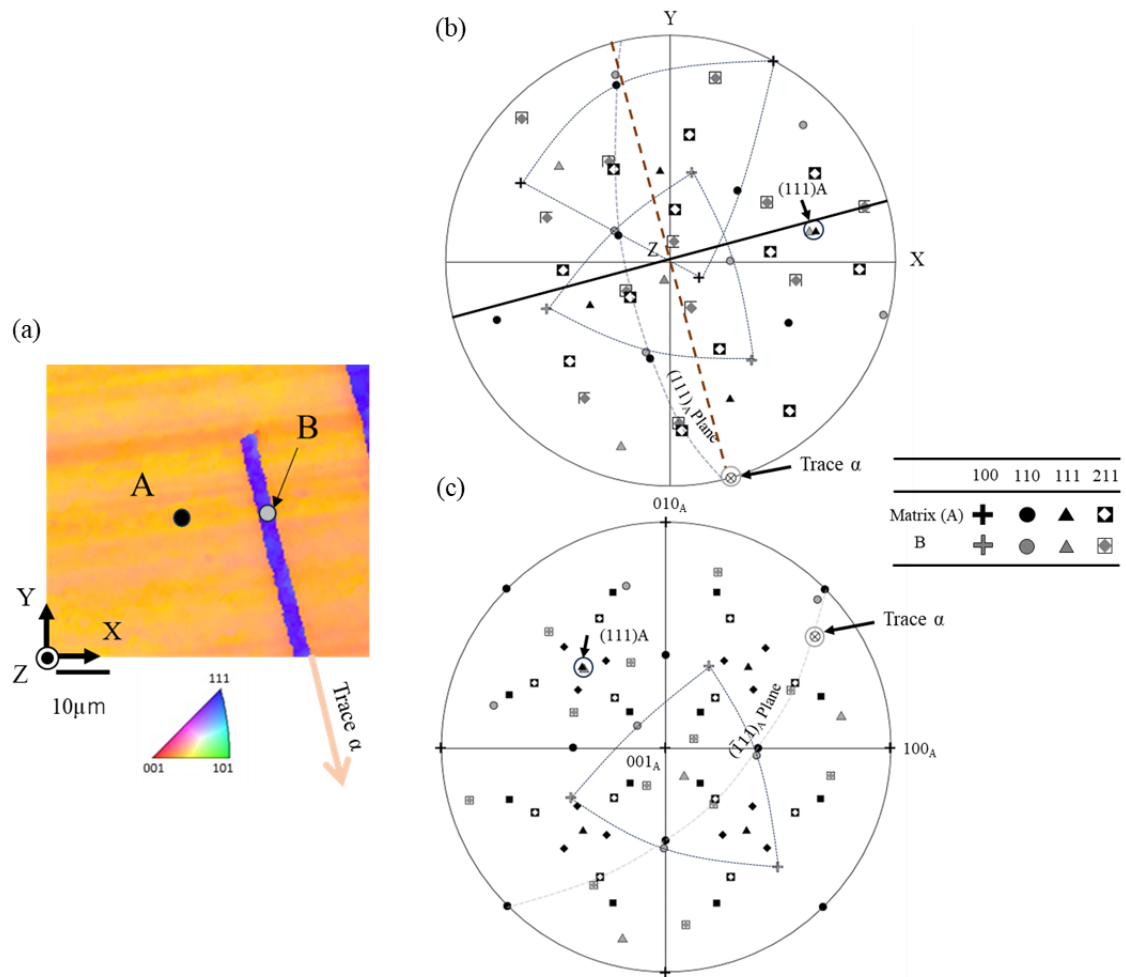


Fig.3-14 IPF-map and stereographic projections of Ni Compact,  
 (a) Schematic diagram of measurement coordinate system (XYZ-axes)  
 and Trace  $\alpha$ ,  
 (b) Z - standard stereographic projection of A, B and Trace  $\alpha$ ,  
 (c) (001)<sub>A</sub> - standard stereographic projection of A, B and Trace  $\alpha$ .

### 3.7 結言

本研究で新たに考案した電子線後方散乱回折法を用いた結晶学的特徴の解析手法について検討を行った。得られた結果を以下に示す。

1. 電子線後方散乱回折法で取得できる擬 Kikuchi 線から結晶座標を求めることで極点図や逆極点図などの各種マップを作成できるが、EBSD で作成できる単一のマップでは、2 結晶間の結晶方位関係を解析することが困難である。
2. EBSD が出力する試料座標と結晶座標間の回転行列  $T$  から、任意の方向から投影したステレオ投影図に任意の指数グループを作図することにより、単一のステレオ投影図上で任意の 2 結晶間の結晶方位関係を描写することが可能なプログラムを作成した。
3. プログラムを用いて作図したステレオ投影図上に、組織観察から得られたトレースの方向指数を併記する工夫を加えることにより、二つの結晶間の未知の結晶方位関係を同定する新しい解析手法を確立した。



### 3.8 参考文献

- 1) 小原 嗣朗：基礎から学ぶ金属材料，朝倉書店，2012.
- 2) 日本金属学会：回折結晶学，丸善，1981.
- 3) 日本金属学会：転位論 - その金属学への応用 - ，丸善，1971.
- 4) 鈴木 秀次：転位論入門，アグネ，1967.
- 5) R. W. Cahn : Acta Metall., 1, (1953) 49-70.
- 6) B. A. Bilby, A. G. Crocker : Proc. Roy. Soc., A288, (1965) 240-255.
- 7) Y. Murayama, K. Obara, E. Tanaka : J. Japan Inst. Metals, 49, 9 (1985) 759-764.
- 8) 早稲田 嘉夫, 松原 英一郎：X線構造解析 原子の配列を決める，内田老鶴圃，1998.
- 9) S. Aoki: JEM, 3, 1 (2003) 3-7.
- 10) 坂 公恭：結晶電子顕微鏡学-材料研究者のための-, 内田老鶴圃，1997.
- 11) Y. Matui : Journal of the Crystallographic Society of Japan, 39, 2 (1997) 157-167.
- 12) S. Nishikawa, S. Kikuchi : Nature, 121, (1928) 1019-1020.
- 13) 透過顕微鏡基本用語集 菊池図形，日本電子株式会社，  
<https://www.jeol.co.jp/words/emterms/20121023.015559.html>，参照 2023/12/19.
- 14) H.Fujiwara, K. Ameyama : Materia Japan, 42, 6 (2003) 487-493.
- 15) 走査顕微鏡基本用語集 後方散乱電子回折，日本電子株式会社，  
<https://www.jeol.co.jp/words/semterms/20121024.032159.html>，参照 2023/12/19.
- 16) S.Suzuki : JIEP, 13, 6(2010) 469-474.
- 17) M. Sergey, S. Yutaka, K. Hiroyuki : Journal of The Japan Welding Society, 77, 8 (2008), 49-51.
- 18) R. Yoda: こべるにくす, 9 (2000) 10-11.
- 19) 鈴木 誠一：EBSD 読本 =OIM を使用するにあたって= .
- 20) Adam J. Schwarz, Mukul Kumar, and Brent L. Adams : Electron Backscatter Diffraction in Material Science, Kluwer Academic Plenum Publishers, (2000).
- 21) Euler Angles, Wolfram Mathworld, wolfram.com  
<https://mathworld.wolfram.com/EulerAngles.html>, accessed 2023/12/16.
- 22) S. Takeuchi, T. Honma and S. Ikeda: J. Japan Inst. Metals 22 (1958) 320-323.
- 23) M. Koyama, M. Murakami, K. Ogawa, T. Kikuchi and T. Sawaguchi: J. Japan Inst. Metals 71 (2007) 672-677.
- 24) M. Koyama, M. Murakami, K. Ogawa, T. Kikuchi and T. Sawaguchi: Mater. Trans. 49 (2008) 812-816.
- 25) N. Narita: J. Japan Inst. Metals, 24, 12(1985), 984-992.

## 第 4 章

### メカニカルミリング法による Ti-25Nb-25Zr 合金調和組織材 に形成される変形組織の結晶学的特徴

#### 4.1 研究目的

チタン合金は、室温の微細組織を構成する相の結晶構造の違いにより、 $\alpha$  型 (HCP)、 $\beta$  型 (BCC)、 $\alpha + \beta$  型 (HCP+BCC) の 3 種類に分けられる<sup>(1)</sup>。このなかでも、 $\beta$  安定型元素を添加することにより、本来、高温で安定な  $\beta$  相を常温で準安定相とした準安定  $\beta$  型 Ti 合金は、良好な冷間加工性と延性を示すことが知られている。近年、準安定  $\beta$  型 Ti 合金の冷間加工性と延性が優れる理由として、応力誘起による特異な  $\{332\}\langle 113 \rangle$  変形双晶が形成される<sup>(2)</sup>ことが明らかになった。さらに  $\beta$  安定型元素の種類によっては、 $\{332\}\langle 113 \rangle$ 変形双晶だけではなく、 $\{211\}\langle 111 \rangle$  変形双晶<sup>(3)</sup>も発生することが報告されている。そのため準安定  $\beta$  型 Ti 合金の変形過程において、 $\{332\}\langle 113 \rangle$  変形双晶や  $\{211\}\langle 111 \rangle$  変形双晶、すべり変形といった複数の変形組織の形成が、重要な役割を果たしていると考えられており、準安定  $\beta$  型 Ti 合金の特異な変形組織を把握することは力学特性向上のメカニズムを検討するうえで極めて重要である。

ところで、力学特性向上のための微細組織制御には結晶粒微細化が有効とされている<sup>(4)</sup>が、結晶粒微細化による強度上昇に伴い、塑性不安定の早期発現により延性は低下することが知られている。均一な結晶粒微細化強化では強度と延性の両立は難しいが、微細結晶粒を含む不均一なヘテロ組織材料は強度と延性の両立が可能である。このようなヘテロ構造の一つである調和組織構造<sup>(5,6)</sup>は、微細結晶粒領域 (Shell) が粗大結晶粒領域 (Core) を包み込むように 3 次元の連結した網目構造を有しており、強度と延性の二律背反特性を両立することが可能である<sup>(7,8)</sup>。このような調和組織材料は、粉末冶金技術を用いて作製できるため、粉末金属であれば種類を問わずに作製できる<sup>(9,10)</sup>。

準安定  $\beta$  型 Ti 合金に調和組織制御を適用した先行研究においても、優れた強度と十分な延性の両立が可能であることが明らかとなった<sup>(11-13)</sup>。しかしながら、調和組織を有する準安定  $\beta$  型 Ti 合金の変形組織の詳細については、未だに不明点が多い。そこで本研究では、準安定  $\beta$  型 Ti 合金である Ti-25mass%Nb-

25mass%Zr 合金調和組織材に冷間圧延を行った際に形成される特異な変形組織について、結晶学的観点から詳細に検討を行った。

## 4.2 供試材料および実験方法

### 4.2.1 Ti-25Nb-25Zr 合金

供試材料にはプラズマ電極法<sup>(14)</sup>により作製された Ti-25Nb-25Zr 合金粉末を使用した。メカニカルミリング法を用いて粉末表面に強加工を施して作製した加工粉末に対して SPS 焼結を行うことにより、成型体を作製した。その後、室温での圧延加工を行い、変形組織を形成させ、これを観察し考察した。以下に供試材料および焼結体の作製条件、圧延条件、および観察条件の詳細を述べる。

### 4.2.2 供試粉末

本研究では、福田金属箔粉株式会社製の Ti-25Nb-25Zr 合金粉末を使用した。Table 4-1 に粉末の化学組成を示す。粉末の粒度分布測定には、島津製作所製レーザー回折式粒子径分布測定装置 SALD-2300 を用いた。粒度分布結果については、のちほど詳述する。

Table 4-1 Chemical composition of initial powder (mass %).

Zr	Nb	Fe	C	N	H	O	Ti
25.2	24.9	0.08	0.03	0.01	0.01	0.08	Bal.

### 4.2.3 メカニカルミリング (MM) 条件

供試粉末は, MM 法により表面強加工を施した. 粉末の加工には, フリッチュ社製遊星型ボールミル装置 (型式: P-5) を用いた. MM 加工条件を Table 4-2 に示す.

### 4.2.4 焼結条件

供試粉末, および MM により作製した加工粉末は, SPS 法により焼結し, 成型体とした. Table 4-3 に焼結条件を示す.

Table 4-2 Processing conditions of Mechanical milling

Balls	Composition	SUJ2
	Diameter	Φ6.5mm
Pot	Composition	SKD11
	Volume	500ml
Temperature		RT
Powder : Ball		20g : 90g
Rotation Speed		150rpm
Atmosphere		Ar
Milling Time		72ks

Table 4-3 Processing conditions of Spark Plasma Sintering.

Applied Temperature	1073K
Holding Time	0s, 1.8ks
Applied Pressure	50MPa
Heating Rate	0.44K/s

## 4.2.5 観察観察

粉末および焼結体の微細組織観察には，日本電子株式会社製走査型電子顕微鏡 JSM-7200F (SEM) を用いた。Table 4-4 に観察条件を示す。またこの観察に当たり，試料表面に鏡面研磨加工を施している。

その後，株式会社 TSL ソリューションズ製電子線後方散乱回折 OIM Data Collection (EBSD)，日本電子株式会社製エネルギー分散型 X 線分光器 JED-2300 (EDS) を用いて，EBSD と EDS マッピングを取得した。それぞれの観察条件を Table 4-5, 4-6 に示す。

Table 4-4 Observation conditions of Scanning Electron Microscope.

Electron gun	ZrO / W
Probe current	-200nA
Accelerating voltage	15kv
Image	Secondary electron image Back scatter electron image
Working distance	4 (BEI) - 15mm (SEI)

Table 4-5 Observation conditions of Energy Dispersive X-ray Spectroscopy.

Electron gun	ZrO / W
Probe current	-200nA
Accelerating voltage	15kv
Working distance	10mm

Table 4-6 Observation conditions of Electron Back Scatter Diffraction.

Electron gun	ZrO / W
Probe current	-200nA
Accelerating voltage	15kv
Tilt angle	70deg
Working distance	15mm

## 4.3 実験結果

### 4.3.1 粉末および焼結体の微細組織

Figure 4-1 の SEM 組織写真に、(a) IP 粉末の外観、(b) MM 粉末の外観、(c) IP 粉末断面の拡大図、(d) MM 粉末断面の拡大図を示す。Figure 4-1 (a)に示す IP 粉末では、いずれの粉末も真球状を呈しており、大小の異なる寸法の粒子が観察されるのに対し、(b)に示す MM 粉末では、ほぼ均一な寸法の粒子が観察される。Figure 4-1 (a)および(b)の両粉末の表面を比較すると、IP 粉末の表面は滑らかな形状を呈しており、MM 粉末の表面は凹凸形状である。Figure 4-1 (c)、(d)に示す IP 粉末および MM 粉末の断面拡大図を比較すると、(c)の IP 粉末断面の拡大図では、粉末表面まで樹枝状晶組織が観察されるが、(d)の MM 粉末の断面拡大図では、粉末の表層部に厚さ 5  $\mu\text{m}$  程度の加工層が形成されていることがわかる。Figure 4-2 に、IP 粉末と MM 粉末の粒度分布結果を示す。Figure 4-2 より、IP 粉末の平均粒子径は 197.1 $\mu\text{m}$  であり、その分布は正規分布に近い。一方、MM 粉末の平均粒子径は、255.5  $\mu\text{m}$  であり、その割合も増加している。Figure 4-1 および Figure 4-2 の結果より、この平均粒子径の変化は、MM 処理により IP 粉末の微細粉末が粗大粉末表面に加工層として凝着することに起因すると考えられる。このような MM 粉末の表面加工層の形成は、SUS316L 粉末に MM 処理を加えた際においても観察されている<sup>(15)</sup>。また、MM 粉末の EDS 結果を Table 4-7 に示す。Table 4-7 より、MM 粉末には、IP 粉末とは異なり Fe, Cr が微量に含まれている。このことは、MM 中のミリング容器とボールからの混入が原因であると推察される。

Figure 4-3 に IP 粉末および MM 粉末の焼結体の SEM/EBSD 結果を示す。Figure 4-3 (a)に IP 粉末焼結体である A 材の Image Quality (IQ) - map を示している。Figure 4-3 (b)に MM 粉末焼結体である B 材（焼結保持時間 1.8 ks）の IQ-map を示し、Figure 4-3(c)に(b)の白い破線で示す矩形領域の拡大図を示している。Figure 4-3 (d)に、MM 粉末焼結体である C 材（焼結保持時間 0 s）の IQ-map を示し、Figure 4-3 (e)に(d)の白い破線で示す矩形領域の拡大図を示している。EBSD 結果より、A, B, C 材は全て $\beta$  (BCC) 単相であった。Figure 4-3 (a)に示す A 材は、平均結晶粒径 75.3 $\mu\text{m}$  の均一結晶粒組織である。一方で、Figure 4-3(b)および(c)に示す B 材は、調和組織を呈しており、微細結晶粒で構成された幅 10  $\mu\text{m}$  程度の網目構造と、その内側に分布した粗大結晶粒領域を有している。このような網目構造領域を Shell、そして分散した粗大結晶粒領域を Core と呼んでいる。こ

の Shell および Core の平均結晶粒径はそれぞれ  $2.6\ \mu\text{m}$ ,  $78.2\ \mu\text{m}$  であり, それらを含めた全体の平均結晶粒径は  $62.4\ \mu\text{m}$ , Shell 割合は  $8.0\%$  である. Figure 3(d) および(e)に示す C 材も, B 材と同様に調和組織を呈している. Shell および Core の平均結晶粒径はそれぞれ  $1.7\ \mu\text{m}$ ,  $23.5\ \mu\text{m}$ , 全体の平均結晶粒径は  $20.2\ \mu\text{m}$ , Shell 割合は  $14.0\%$  である. また C 材では, 矢印で示すように Shell にいくつかの空隙が観察された.

これらの焼結体の引張試験結果では, A 材は降伏強度 :  $484\ \text{MPa}$ , 引張強さ :  $507\ \text{MPa}$ , 破断伸び :  $29\%$  であり, B 材は降伏強度 :  $720\ \text{MPa}$ , 引張強さ :  $723\ \text{MPa}$ , 破断伸び :  $28\%$  であった. C 材は, 空隙の存在のため, 初期荷重をかけた時点で直ちに破断した. 調和組織を形成する B 材は, 均一組織材である A 材に比べて, 引張強さが  $1.41$  倍, 破断までの吸収エネルギーが  $1.43$  倍と, 延性を損なわずに高強度化ができることを確認した. これは調和組織形成による効果であると考えられる<sup>(6,11)</sup>が, 応力増加に関しては Table 2 に示した Fe, Cr による固溶強化の影響も考えられる. 引張試験では C 材の変形組織が観察できないため, 次に A, B, C 材に圧下率  $20\%$  の冷間圧延を行うことで形成される変形組織について, SEM-EBSD を用いた微細組織観察と結晶方位解析による詳細な検討を行った.

Table 4-7 EDS results of chemical composition of the IP and MM powder's cross-section (mass%).

	Ti	Cr	Fe	Zr	Nb
IP	51.71	-	-	22.81	25.48
MM	50.16	0.43	1.22	22.07	26.13

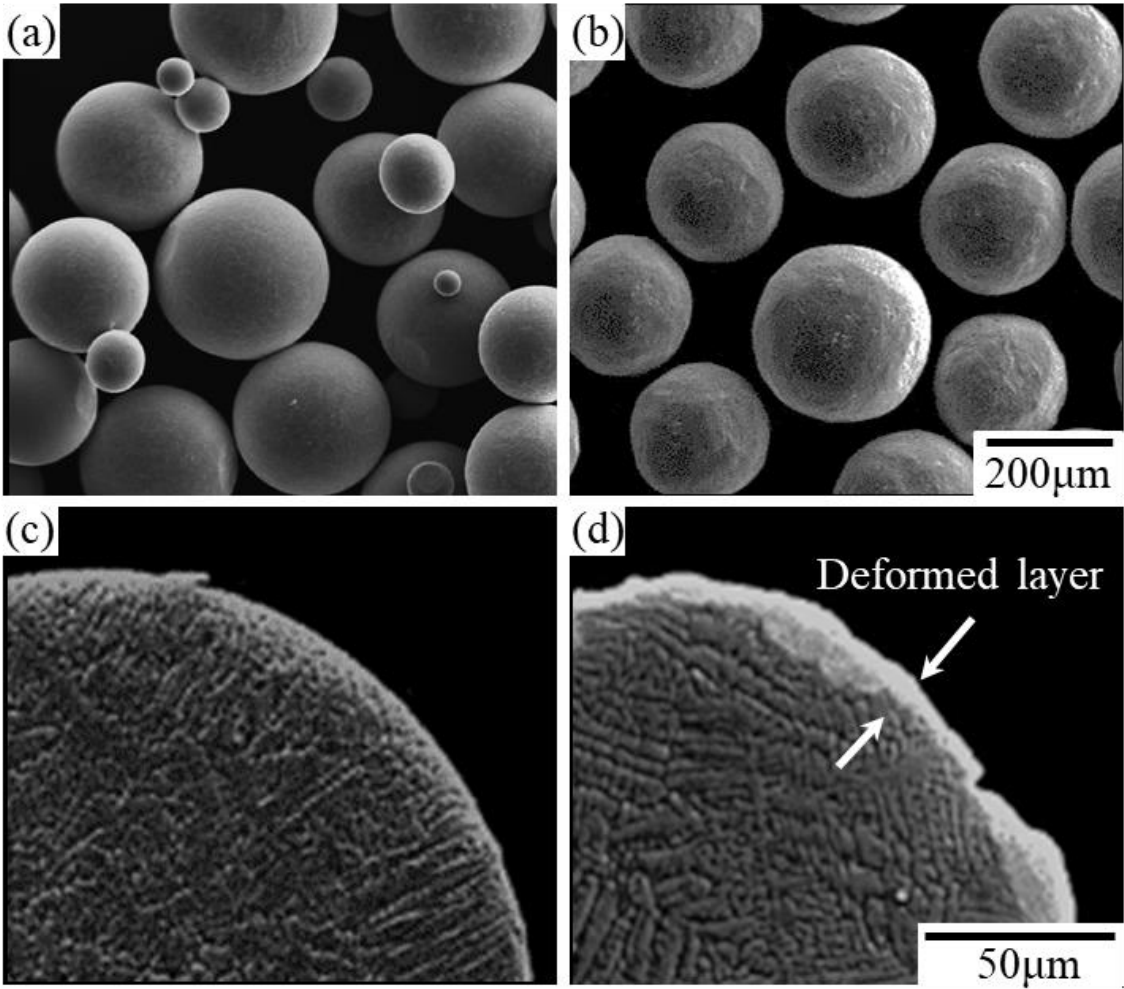


Fig. 4-1 SEM micrographs of (a) initial powder (IP), (b) MM powder, (c) cross section of IP, and (d) cross section of MM powder of the TNZ alloy.



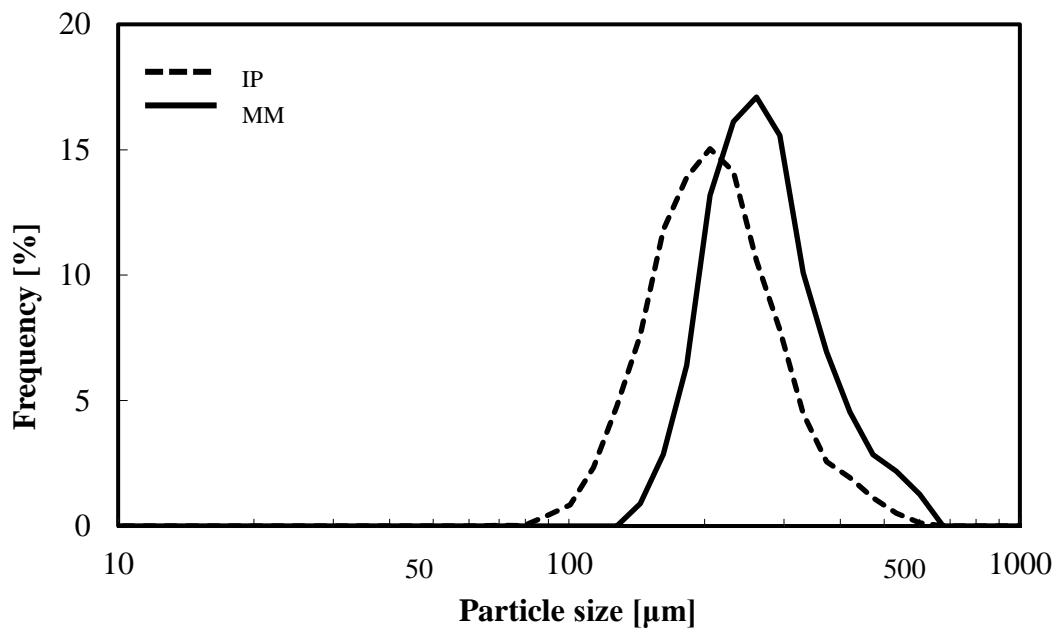


Fig.4-2 Particle size distribution of the IP and MM powder.

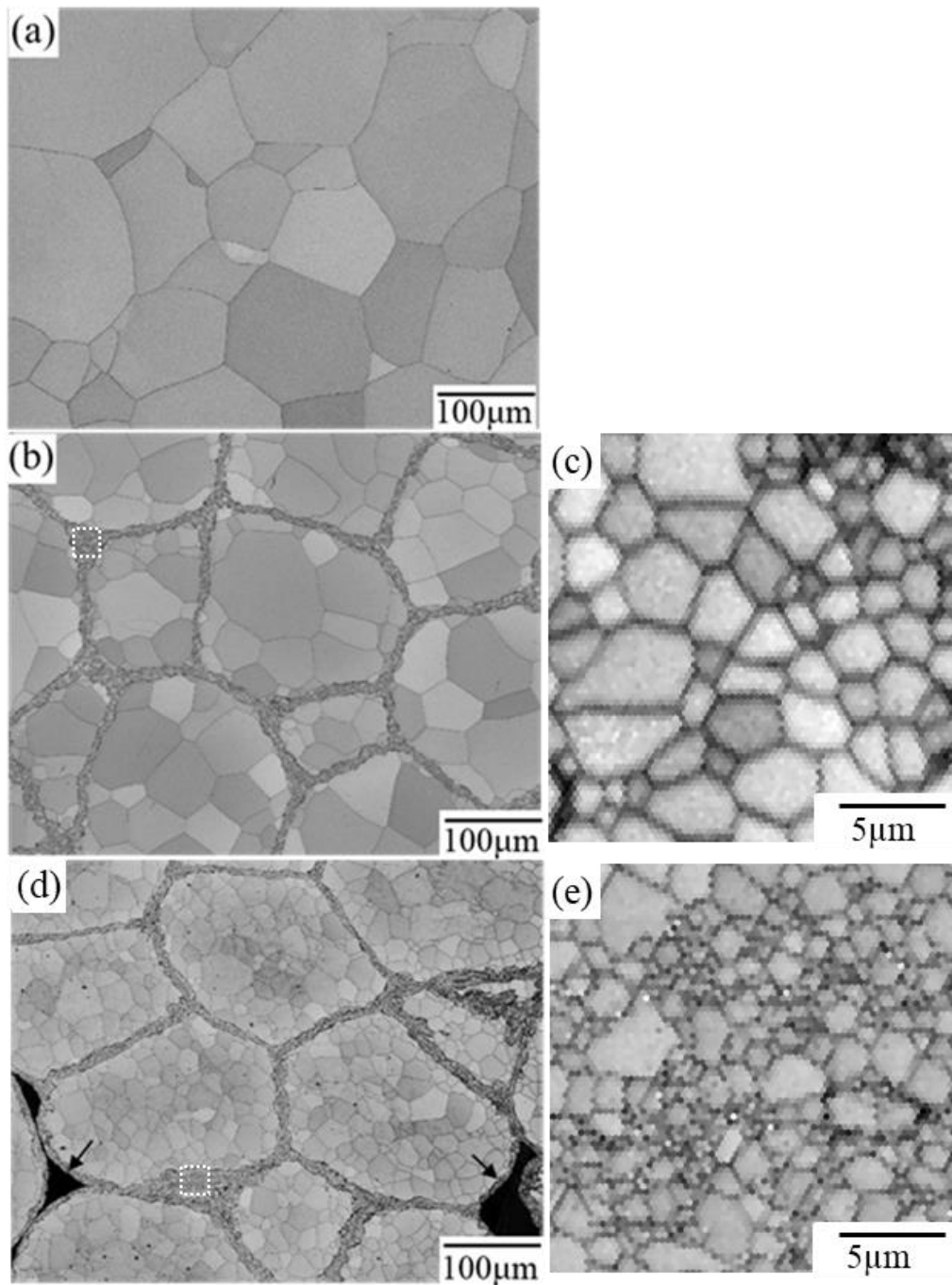


Fig. 4-3 Image quality (IQ) maps from EBSD analysis of  
 (a) a compact A with IP held for 1.8 ks,  
 (b) a compact B with MM powder held for 1.8 ks,  
 (c) an enlargement of shell area of compact B,  
 (d) a compact C with MM powder held for 0 s  
 and (e) an enlargement of shell area of compact C.

### 4.3.2 冷間圧延組織

Figure 4-4(a), (b), (c)に20%の冷間圧延後のA, B, C材のEBSD / Inverse Pole Figure (IPF) マップをそれぞれ示す。EBSDの相構成解析の結果、圧延前と同様にA, B, C材はいずれも**b** (BCC) 単相であった。Figure 4-4において、圧延方向 (RD) は紙面に対して右方向であり、圧延面法線方向 (ND) は紙面に対して上方向である。Figure 4-4(a)より、冷間圧延A材では、明瞭な界面を持つ直線状の帯状組織がほぼ全域に多数観察される。Figure 4-4(b)より、調和組織を有する冷間圧延B材では、図中の矢印に示すように、Coreにおいて不鮮明な界面を持つ帯状の局所変形領域がいくつか観察される。また、Figure 4-4(c)より、調和組織を有する冷間圧延C材では、Coreの中心部のみにいくつかの明瞭な界面を持つ帯状組織が観察される。このように、冷間圧延後のA, B, C材に形成される変形組織はいずれも異なる特徴を有することが明らかとなった。また、冷間圧延BおよびC材は、共に調和組織構造を有するにもかかわらず、Coreにおける変形組織が異なることは、非常に興味深い。次に、A, B, C材における変形組織について、結晶学的視点から詳細な解析を行った。Figure 4-5に、Figure 4-4(a)の冷間圧延A材に形成された変形帯 (Deformation band: D) と隣接する母相 (Matrix, 以下 M) 間の結晶学的方位関係を母相標準のステレオ投影図で示す。以後、この論文中のステレオ投影図は、すべて母相標準で示す。ステレオ投影図上の黒と白のプロットは、それぞれ母相Mと変形帯Dを示しており、破線はDの $\{100\}$ を結ぶ大円である。そして、1点鎖線は、 $(332)_M$ 面の大円である。ステレオ投影図の第1象限で、 $(332)_M$ 面と $(332)_D$ 面がほぼ一致しており、第三象限では $[\bar{1}\bar{1}3]_M$ 方向と $[\bar{1}\bar{1}3]_D$ 方向がほぼ一致している。 $(332)$ 面同士および $[\bar{1}\bar{1}3]$ 方向同士の方位差は、それぞれ $0.8^\circ$ と $1.2^\circ$ であった。結晶方位解析結果より、MとD間の方位関係は $[0.695, 0.719, 0.004]_M$ 軸周りの $50.7^\circ$ 回転であることが明らかとなった。これは、 $\{332\}\langle 113\rangle$ 変形双晶の方位関係である $\langle 110\rangle$ 軸周りの $50.5^\circ$ 回転から $0.9^\circ$ ずれた方位関係であることから、圧下率20%の冷間圧延A材に形成された変形帯は、Crocker<sup>(16)</sup>によって提唱された $\{332\}\langle 113\rangle$ 変形双晶であることがわかる。Figure 4-6に、冷間圧延A材の20組の母相Mと変形帯Dの組合せの方位解析結果を、 $\{332\}\langle 113\rangle$ 変形双晶からの方位差のずれ角度としてヒストグラムで示している。冷間圧延A材で観察される変形帯は、20組のうち18組が $\{332\}\langle 113\rangle$ 変形双晶からの方位差 $5^\circ$ 以内に集中しており、ほぼすべてが $\{332\}\langle 113\rangle$ 変形双晶であることがわかる。方位差のずれ角度が比較的大きく観察されるのは、変形双晶発生後にもさらに変形を受けるためである。このような変形双晶はBCC構造を有する**b**型チタン合金の特徴的な変形組織としてよく知られている<sup>(17)</sup>。

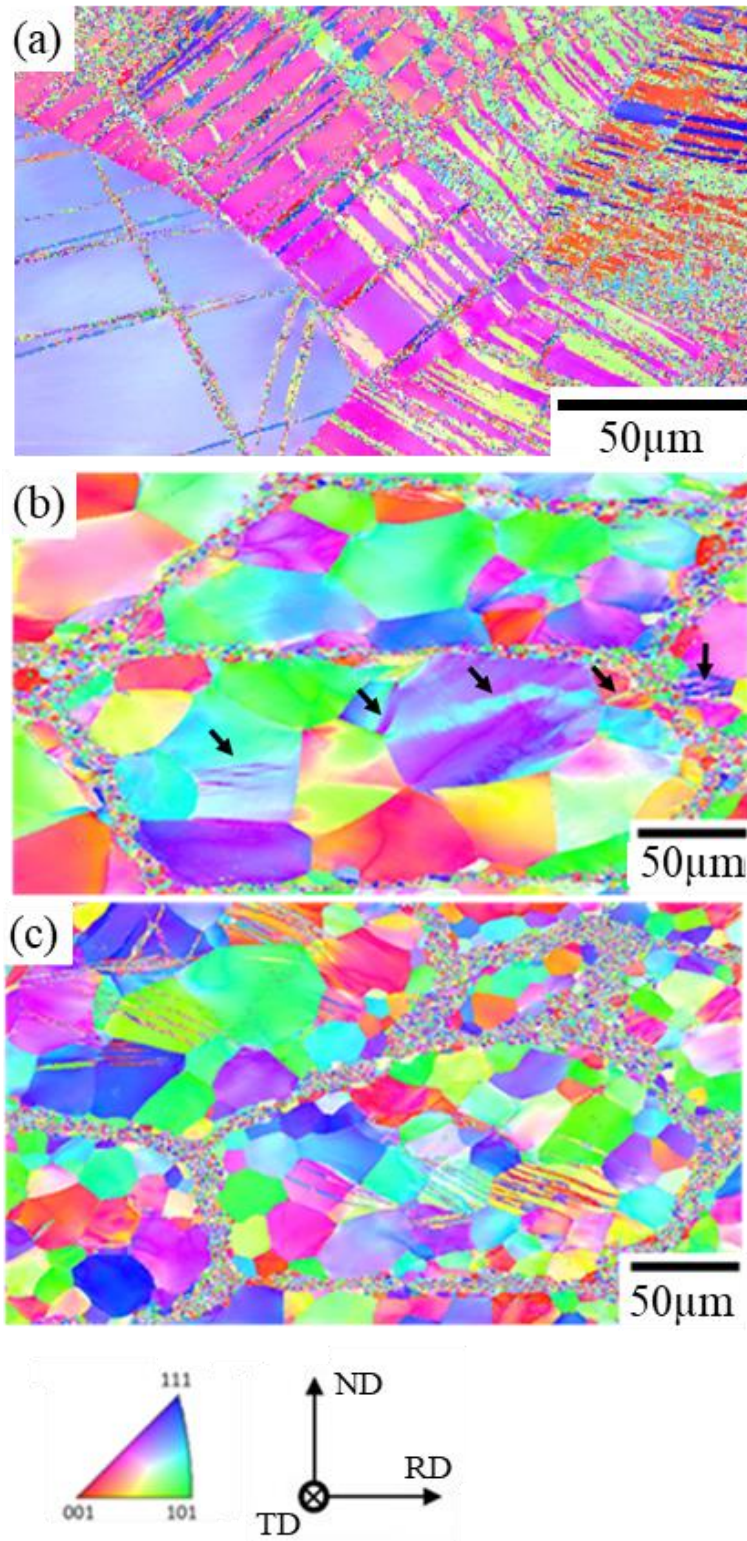


Fig. 4-4 Inverse pole figure (IPF) maps from EBSD analysis of (a) the compact A, (b) the compact B, and (c) the compact C after 20% cold rolling.

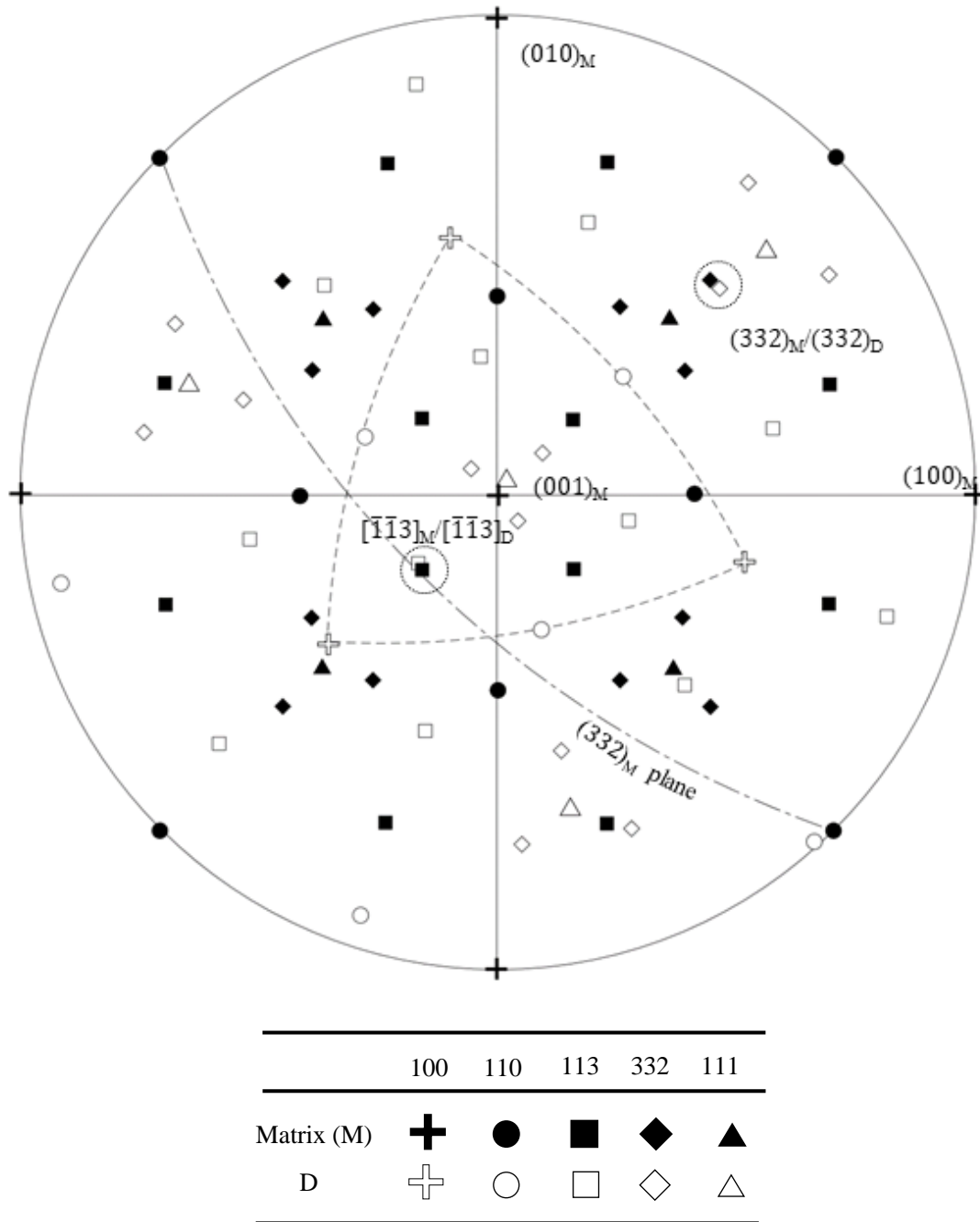


Fig.4-5  $(001)_M$  standard stereographic projection of the matrix (M) and deformation band (D) shown in Fig.4-4 (a).

次に、冷間圧延 B 材に形成される帯状の局所変形領域と母相について、先と同様の方法で結晶学的方位関係を調査した。局所変形領域と隣接する母相の組み合わせを任意に 20 組それぞれ抽出して、結晶学的方位関係を求め、その結果を  $\{332\}\langle 113\rangle$  変形双晶からの方位差のずれ角度として、Figure 4-6 のヒストグラムに、A 材の結果とともに示している。冷間圧延 B 材の  $\{332\}\langle 113\rangle$  変形双晶からの方位差のずれ角度は  $12.6^\circ\sim 45.6^\circ$  の幅広い領域に分布しており、いずれの変形帯も特定の方位関係を持たないことを示している。このように B 材と母相間の方位関係は多様であり、A 材の  $\{332\}\langle 113\rangle$  変形双晶のような特定の方位関係は観察されなかった。このことから、調和組織である B 材の Core で観察される帯状の局所変形領域は、すべり変形によって形成されたと考えられる。

Figure 4-7 は、Figure 4-4(c) に示す冷間圧延 C 材に形成された帯状組織の EBSD/IPF マップの拡大図である。Figure 4-4 とは異なり、RD は紙面に対して右方向、ND は紙面に対して垂線方向である。Figure 4-7 に示す 2 つの変形帯は Core 中心部から右下の Shell に向かって形成されており、変形帯内部は二つの領域に分割できる。Core 中心部に近い領域を X、Shell に近い領域を Y、母相を M とする。領域 X では、母相 M との明確な界面を有するが、領域 Y では Shell に近づくにつれて、母相 M との界面が不鮮明になり、やがて界面は確認できなくなる。領域 X および Y と母相 M の結晶方位を Figure 4-8 のステレオ投影図に示し、M、X、Y 間の結晶方位関係を詳細に検討した。

Figure 4-8 は、M-X-Y 間の結晶学的方位関係を示したステレオ投影図と、ステレオ投影図上の個々のプロットの詳細を示している。ステレオ投影図上の黒、白、灰のプロットは、それぞれ母相 M、領域 X、領域 Y の指数を表しており、ステレオ投影図上の破線は X、Y の  $\{100\}$  を結ぶ大円を示している。1 点鎖線は母相 M の  $(233)$  面の破線を示しており、2 点鎖線は母相 M の  $(0\bar{1}1)$  面の破線を示している。M と X の結晶学的関係に着目すると、ステレオ投影図の第一象限で M と X の  $(233)$  面がほぼ一致しており、第二象限で M と X の  $[\bar{3}11]$  方向がほぼ一致している。この時の  $(233)$  面同士の方角差は  $2.3^\circ$  であり、 $[\bar{3}11]$  方向同士の方角差は  $0.6^\circ$  であった。そして、M-X 間の方位関係は  $[0.0463, \overline{0.7142}, 0.6984]_M$  軸周りの  $50.2^\circ$  回転であり、 $\{332\}\langle 113\rangle$  変形双晶の方位関係である  $\langle 110\rangle$  軸周りの  $50.5^\circ$  回転<sup>(17)</sup> から約  $1.2^\circ$  のずれを持つ。これは、Figure 4-4(a) に示す冷間圧延 A 材で観察された  $\{332\}\langle 113\rangle$  変形双晶と同様であることがわかる。一方で、M と Y に着目すると、 $[0\bar{1}1]$  方向がほぼ一致するという結晶学的特徴を示すが、M-Y 間の方位関係は、 $[0.0666, \overline{0.7655}, 0.6400]_M$  軸周りの  $24.9^\circ$  回転であり、特定の方位関係を満足するわけではないことから、領域 Y は、Figure 4-4(b) に示す冷間圧延 B 材で観察された変形帯のように、すべり変形によって形成された局所変形領域と同様であり、ここではすべり帯が形成されていると考えられる。また、X と

Y においては、第二象限で(211)面同士がやや近く、第一象限で[111]方向同士がやや近い。それぞれの方位差は、(211)面同士で  $6.0^\circ$ 、[111]方向同士で  $6.4^\circ$  であった。X - Y 間の方位関係は、 $[\overline{0.6439}, \overline{0.5898}, 0.4873]_x$  軸周りの  $59.8^\circ$  回転であり、 $\{211\}\langle 111 \rangle$  双晶である可能性が極めて高い。冷間圧延 C 材において、上記の M - X - Y と同様の  $\{332\}\langle 113 \rangle$  変形双晶とすべり帯が連続するような変形組織を 23 箇所確認することができた。以上の結果より、調和組織を持つ C 材に形成される変形組織は、 $\{332\}\langle 113 \rangle$  変形双晶と  $\langle 110 \rangle$  軸回転のすべり帯という 2 種類の変形帯による複合変形組織である。冷間圧延材 C 材に形成される帯状の  $\langle 110 \rangle$  軸回転のすべり帯を、Transition - Deformation - Band (TDB) と呼ぶことにする。このような TDB は、 $\{332\}\langle 113 \rangle$  変形双晶と対となり、Shell に近い Core 領域でのみ観察される。

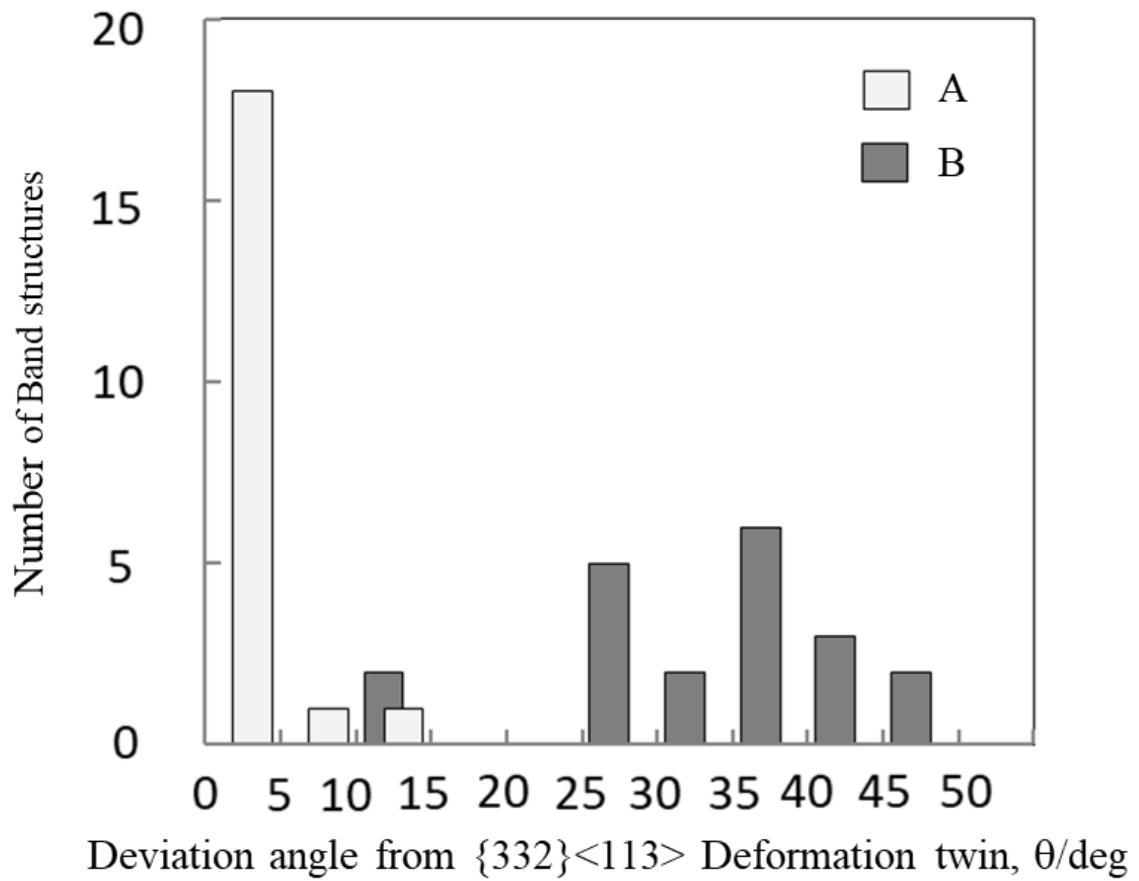


Fig.4-6 Histogram of deviation from  $\{332\} \langle 113 \rangle$  deformation twin for deformation bands of compacts A and B after 20% cold rolling.



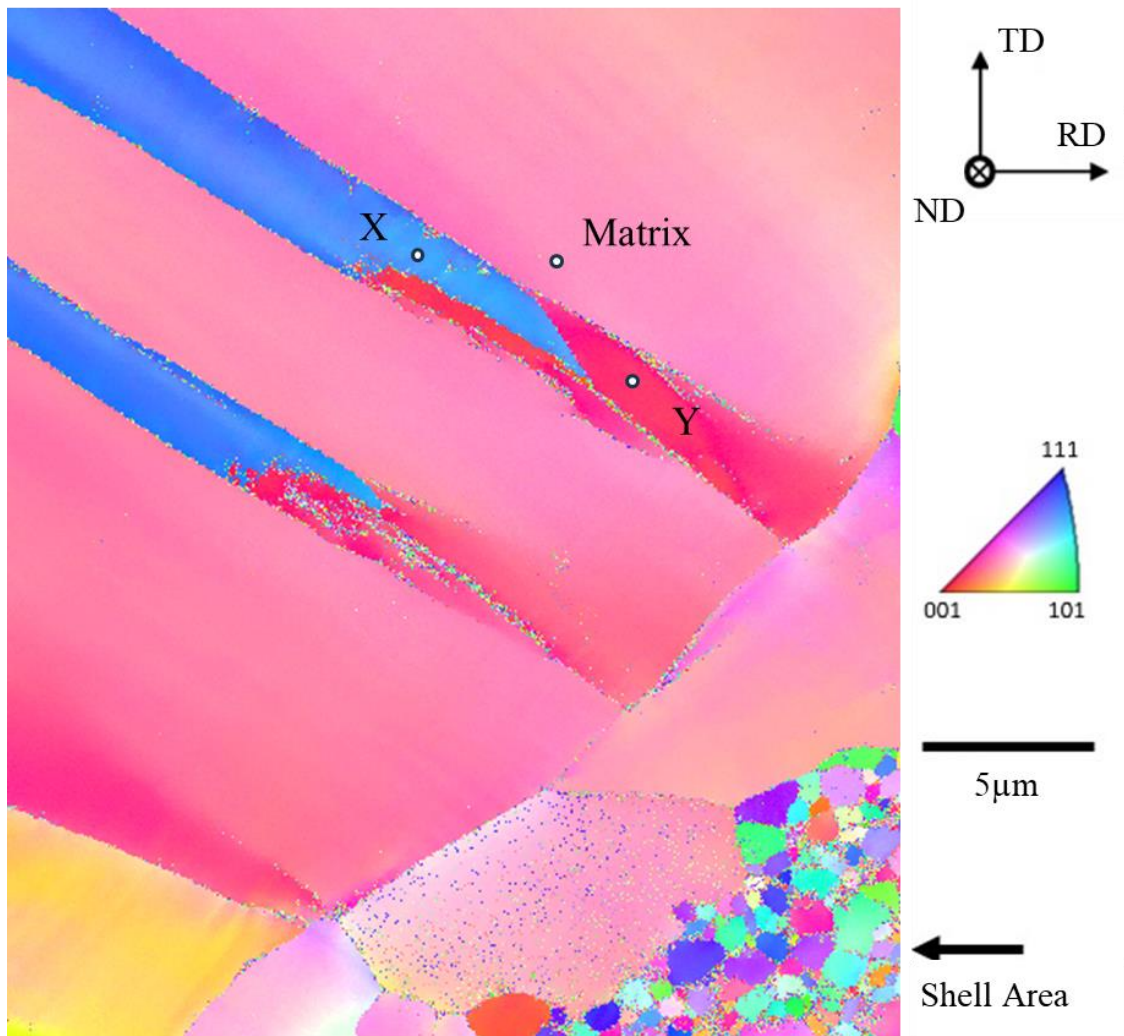


Fig.4-7 Enlargement of IPF map of Core near the Shell in the compact C.

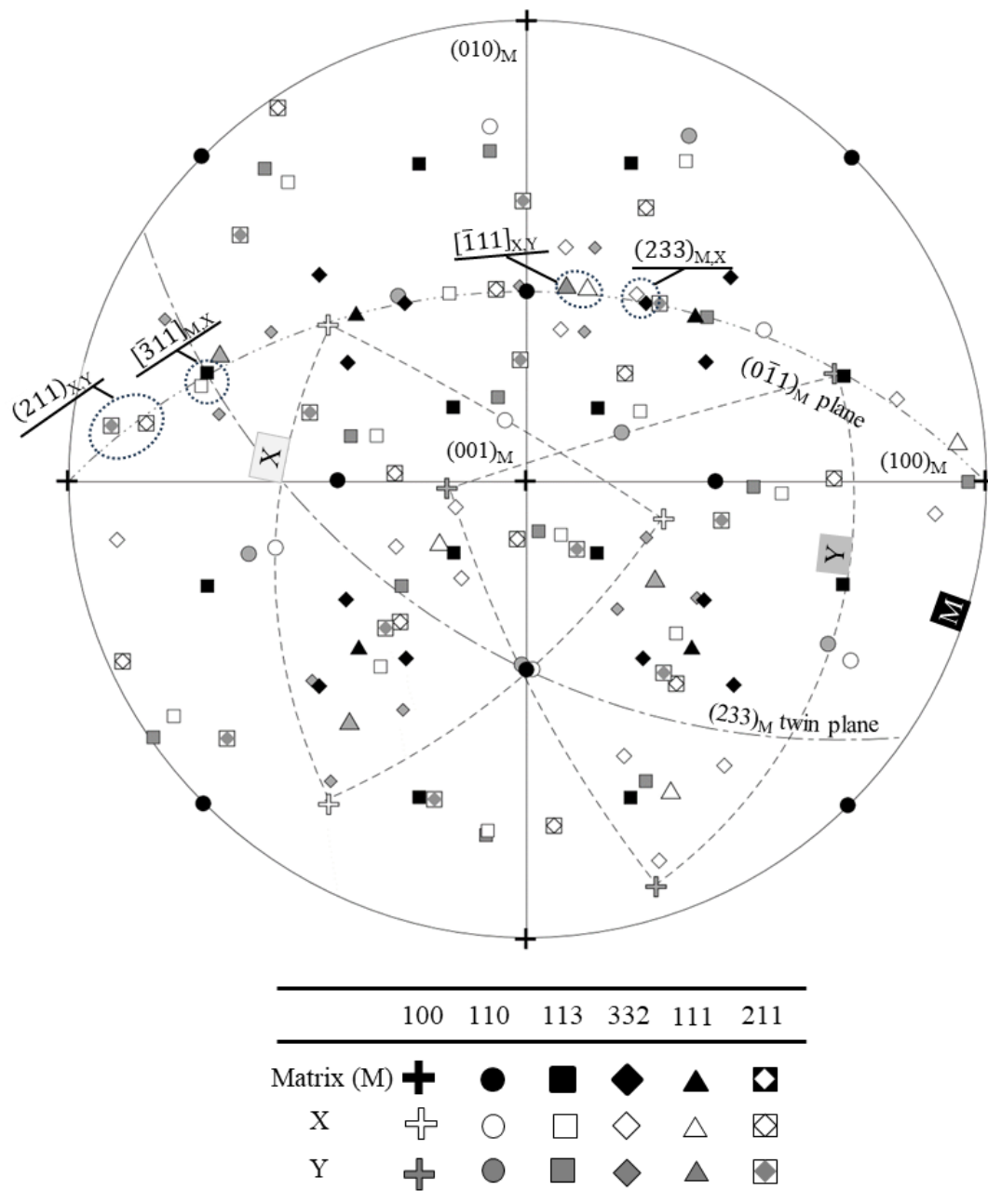


Fig.4-8  $(001)_M$  standard stereographic projection of the matrix (M) and deformation band (X and Y) shown in Fig.4-7.

冷間圧延後の B 材および C 材は、同じ調和組織を持つにもかかわらず、Core の変形組織は全く異なるものであった。この 2 種類の調和組織材料では焼結時間が大きく異なることから、焼結時間が微細組織に与える影響を検討するため、冷間圧延 B 材および C 材の元素分布を、SEM - Energy Dispersive X-ray Spectroscopy (EDS) を用いて詳細に検討した。冷間圧延後の焼結材の EDS による元素分析結果を Table 4-8 に示す。Table 4-8 より、冷間圧延後の B 材および C 材から Fe が共通して確認できる。これは Table 4-7 に示した MM 中に混入したものである。そのため、微細組織中の Fe 元素の分布に着目して検討を行った。

Figure 4-9 は、冷間圧延 B および C 材の反射電子像を(a)および(b)に、そしてそれぞれの EDS による Fe 元素濃度マップを(c)および(d)に示している。Figure 4-9(a), (b)より、B および C 材はいずれも同様な調和組織を示しており、Core 内部の変形組織を除いて組織構造の大きな違いは観察されない。そして、(c), (d)に示す EDS 分析結果は、B 材および C 材から、初期粉末には存在しない Fe 元素が検出されることを示している。(c)より B 材では Fe 元素は全体的に分布しており、(d)より C 材では Fe 元素は Shell を中心に濃度が高くなっている。この Fe 元素は MM 中にミリングボールやミリング容器から混入したものと考えられ、MM 粉末表面近傍 (Shell) に多く蓄積したものと考えられる。焼結体の Fe 元素の分布の差異については、焼結時間の長い B 材では Core 内部にまで拡散し、焼結時間が非常に短い C 材では Shell 近傍に留まった結果であると考えられる。このように、冷間圧延 B 材および C 材では、Fe 濃度分布が大きく異なることが明らかとなった。以上のことから、Fe 元素は  $\beta$  型チタン合金の調和組織材料の変形組織に大きな影響を与えることが明らかとなった。次にステレオ投影図から得られた結晶方位関係から、母相、 $\{332\}\langle 113\rangle$ 変形双晶、TDB の 3 種類の組織のもつ方位関係と組織的特徴についてより詳しく検討を行った。TDB の特徴をまとめると、 $\{332\}\langle 311\rangle$ 変形双晶と $\langle 110\rangle$ 軸回転の変形帯という 2 種類の変形組織による複合組織で、かつ $\{332\}\langle 311\rangle$ 変形双晶- $\langle 110\rangle$ 軸回転の変形帯間の方位関係は $(211)[111]$ 変形双晶関係を有する変形組織である。また、形成される個所は Fe 濃度の高い Shell に近い Core 部分に限られることがあげられる。これらの解析結果をもとに、C 材に形成される母相 -  $\{332\}\langle 311\rangle$ 変形双晶 - TDB のより具体的な模式図を作図した。

Figure 4-10 は、Fig 4-7 と同じ IPF マップに設定した計測点計測個所を示した C 材 IPF マップであり、Figure 4-11 は計測個所から得られる M(001)スタンダードステレオ投影図である。

- (1) M→A1 :  $\{332\}\langle 311\rangle$ 双晶関係
- (2) A1→A2 : 共通の $\langle 110\rangle_M$ 軸の反時計回りへ 9.7°回転
- (3) A2→B1 :  $\{211\}\langle 111\rangle$ 双晶関係、共通の $\langle 110\rangle_{A2}$ 軸の反時計回りへ 69.7°回転

(4) B1→B2 : 共通の $\langle 110 \rangle_{B1}$ 軸の時計回りに  $12.3^\circ$ 回転する TDB

(5) B2→M : 共通の $\langle 110 \rangle_M$ 軸の反時計回りに  $12.7^\circ$ 回転する TDB

\* (1) - (5) の結晶方位関係の回転軸 $\langle 110 \rangle$ はすべて同一の回転軸である.

上記の結果を基に作図した母相 -  $\{332\}\langle 311 \rangle$ 変形双晶 - TDB の模式図が Figure 4-12 である.

Table 4-8 EDS results of chemical composition of compacts (mass%).

	Ti	Cr	Fe	Zr	Nb
Compact A	51.71	-	-	22.81	25.48
Compact B	52.76	ND	1.44	23.34	22.46
Compact C	49.96	0.17	1.22	24.46	24.24

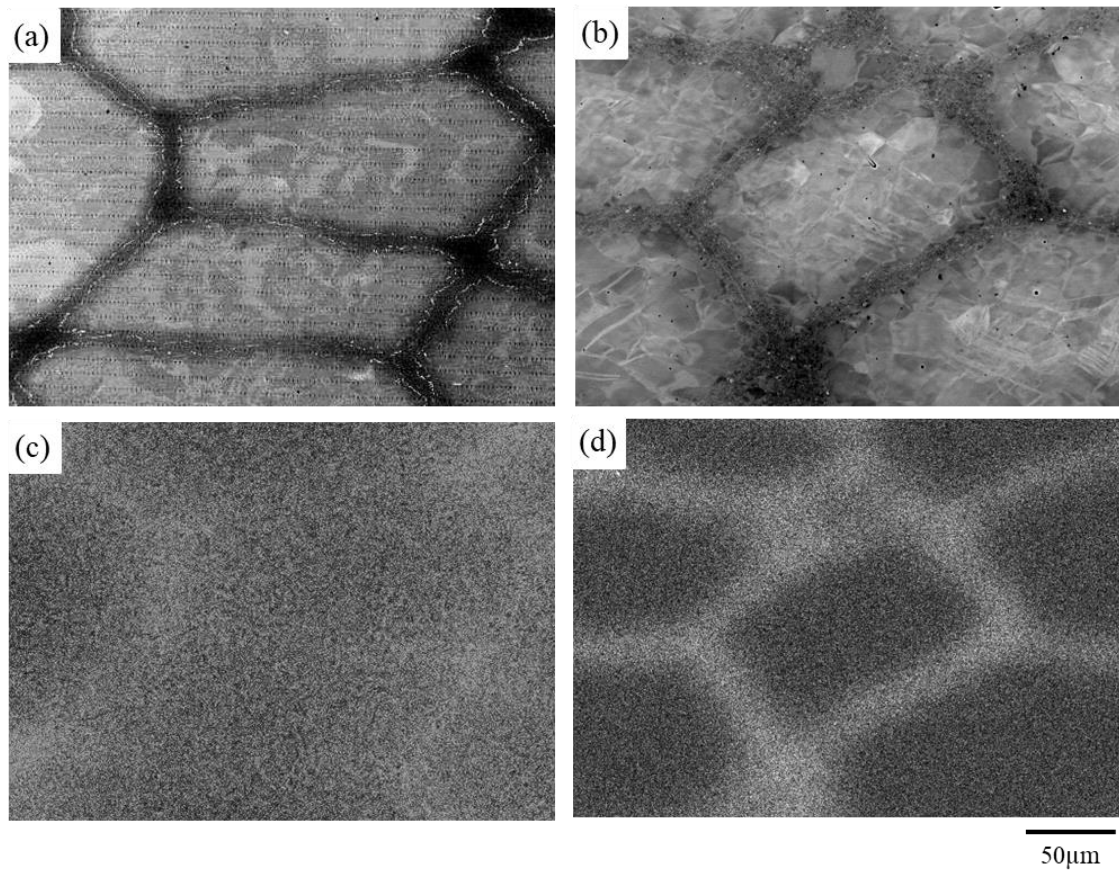


Fig. 4-9 Back scattered electron image of (a) compact B and (b) compact C after 20% cold rolling and Fe elemental distribution by EDS analysis of (c) compact B shown in (a) and (d) compact C shown in (b).

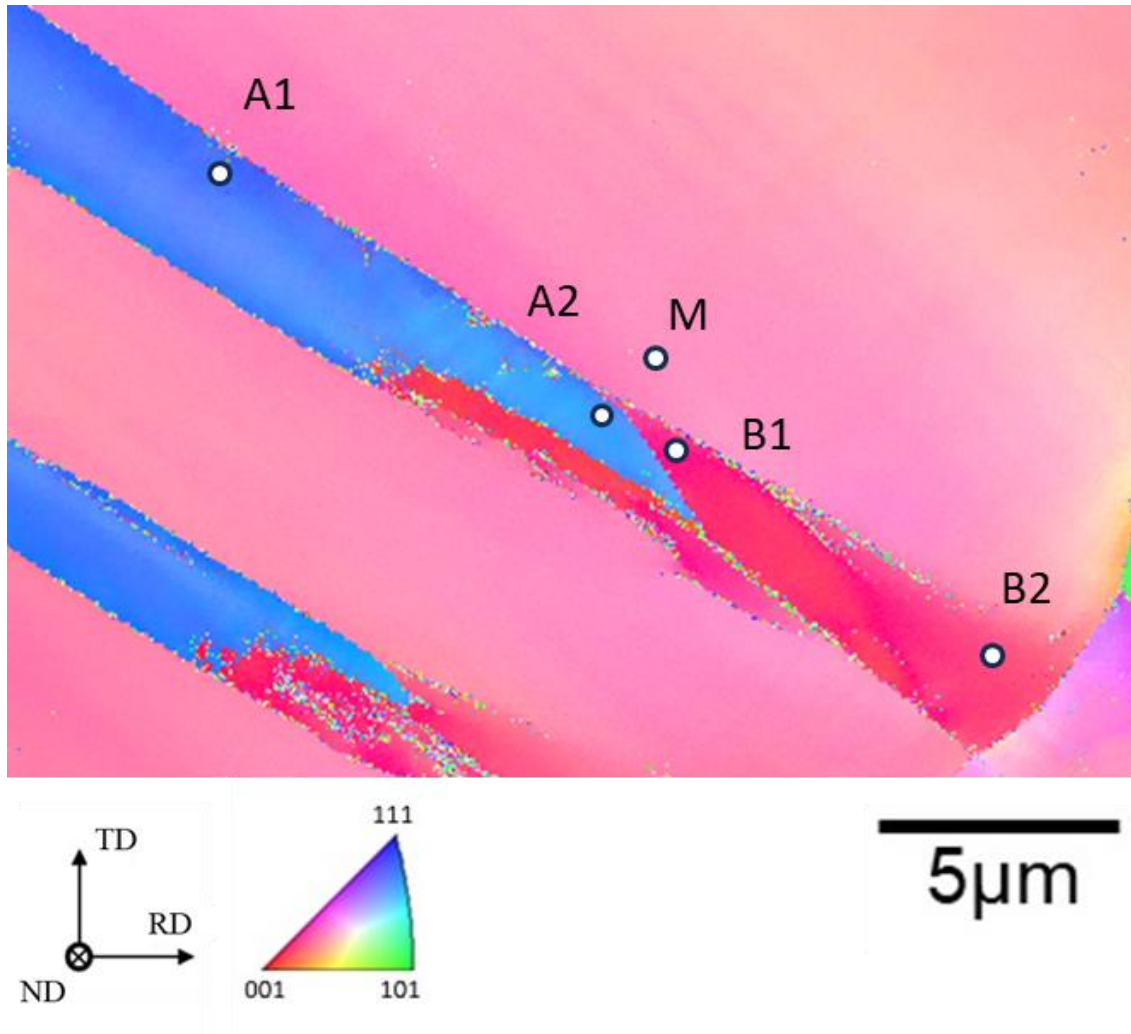
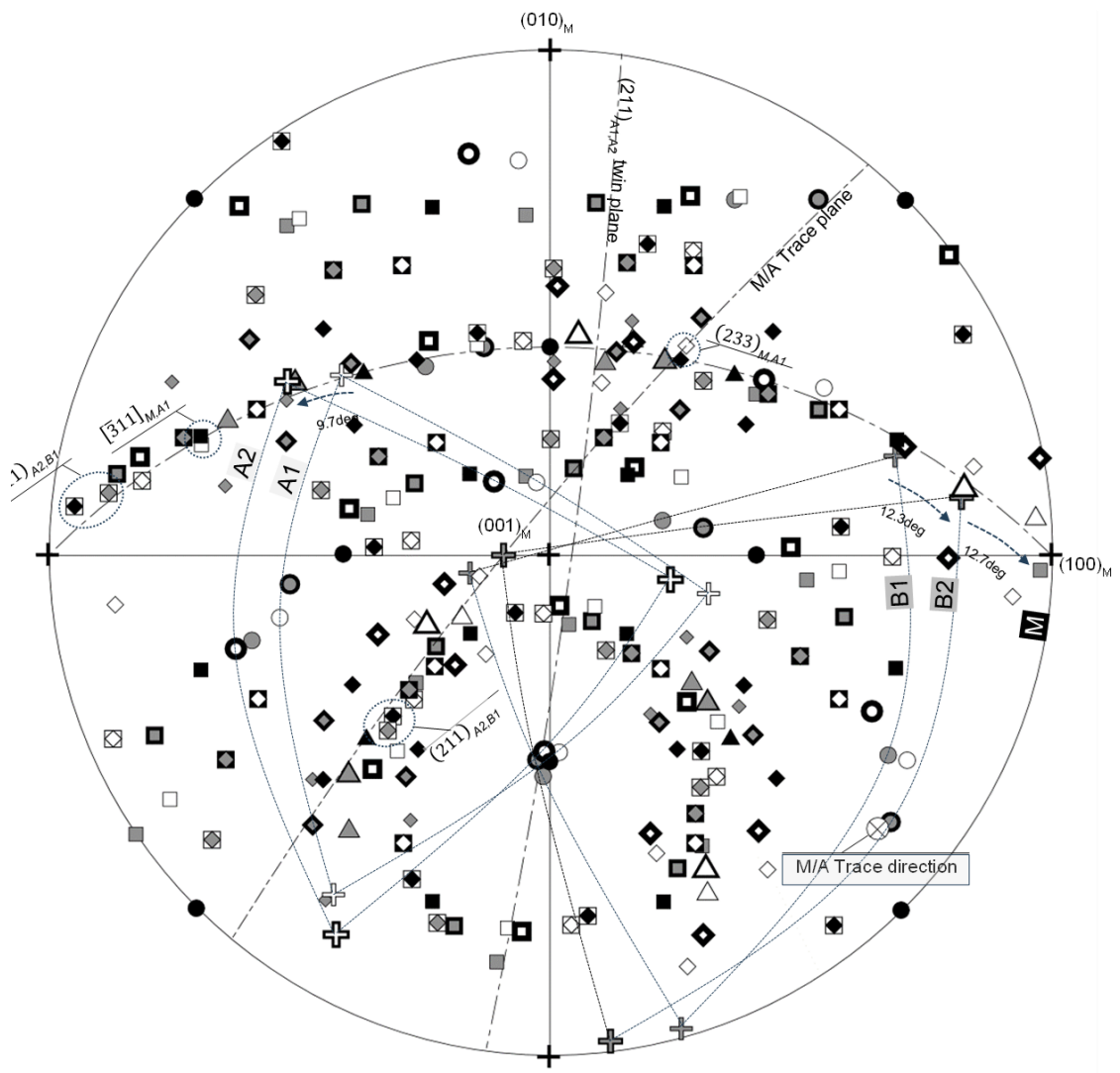


Fig.4-10 Euler Angle measurement points in the compact C.



	100	110	113	332	111	211
Matrix (M)	+	●	■	◆	▲	◩
A1	+	○	□	◇	△	◪
A2	+	⊙	◻	◊	▲	◩
B1	+	●	■	◆	▲	◩
B2	+	●	■	◆	▲	◩

Fig.4-11 Matrix stereographic projection between matrix, A1, A2, B1 and B2 in Fig.10.

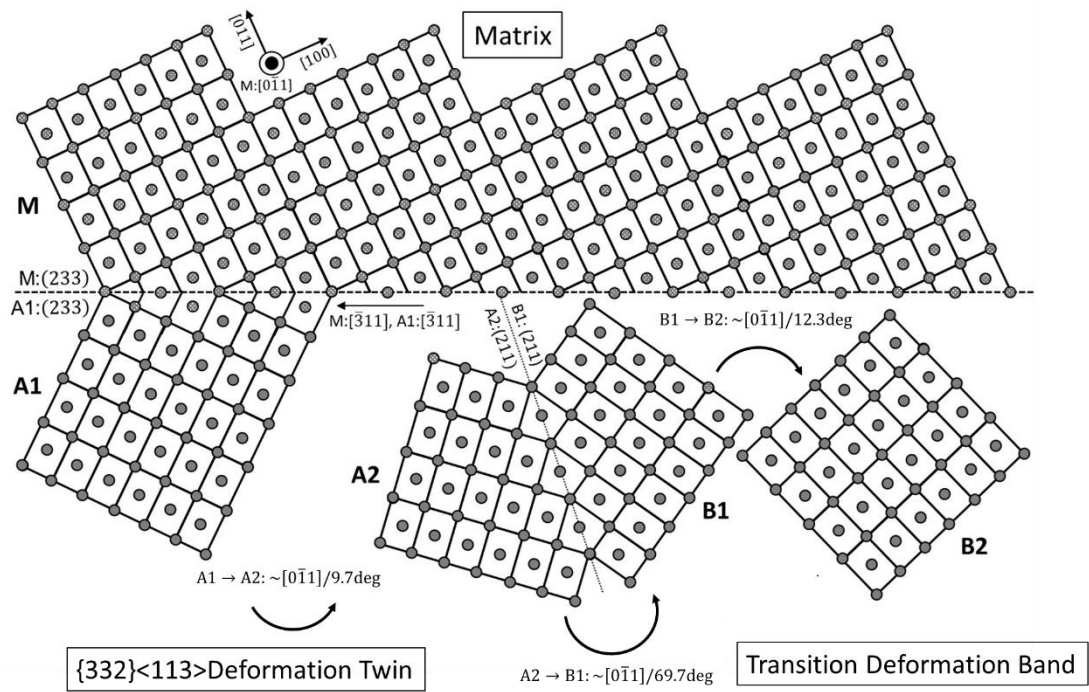


Fig.4-12 Schematic diagram between matrix, A1, A2, B1 and B2 in Fig.6.



## 4.4 考察

このような変形組織が形成される理由として、以下のような可能性が考えられる。β型チタン合金では、変形により{332}<311>変形双晶の形成が観察されることが報告<sup>(16)</sup>されていることから、本合金においても他のβ型チタン合金同様、まず A 材で見られるように、B 材、C 材においても、微細な{332}<311>変形双晶の形成が起きたと考えられる。また、Gutierrez-Urrutia らは、βチタン合金において、β安定化元素である Fe 元素の濃度の上昇に伴い、{332}<113>変形双晶の臨界応力がすべり変形の臨界応力よりも増大するため、Fe 元素濃度が高い領域では、{332}<113>変形双晶は発生し難く、すべり変形が優先的に発生することを報告している<sup>(17)</sup>。本研究の調和組織構造を有する B 材では、Fe 元素が Core 内部にまで拡散することにより{332}<113>変形双晶形成の臨界応力が増大するため、すべり変形が主体の局所変形領域を形成すると考えられる。一方、C 材では、Core 中心部では Fe 元素はほとんど存在しないため、{332}<113>変形双晶が形成されるが、Shell に近づくほど Fe 濃度の上昇とともに{332}<113>変形双晶の臨界応力が上昇するため、{332}<113>変形双晶から母相の結晶方位により近い{211}<111>双晶の形成を経て、帯状の<110>軸回転のすべり変形による局所変形領域である TDB が形成される。Fe 元素の濃度勾配が存在する C 材においては、(332)[113]変形双晶とすべり変形が一つの帯状変形組織の中で連続して発生し、かつ(332)[113]変形双晶とすべり変形の間で{211}<111>双晶を形成する理由として、(332)[113]変形双晶の形成が阻害された結果、BCC 結晶において 110 軸周りの(112)面の対称傾角粒界の粒界エネルギーが最も低いためであると考えられる<sup>(18)</sup>。

## 4.5 結言

本研究では、準安定 b 型チタン合金である Ti-25mass%Nb-25mass%Zr (TNZ) 合金粉末にメカニカルミリング処理および放電プラズマ焼結を行うことで、調和組織材料を作製した。TNZ 合金調和組織材料の 20%冷間圧延により形成される変形組織について、結晶学的観点から詳細に検討を行った。本研究で得られた結果を以下に示す。

- 1) 焼結時間 1.8 ks の均一組織 TNZ 合金の変形組織では、 $\{332\}\langle 113\rangle$ 変形双晶が焼結体全域で観察される。
- 2) 焼結保持時間 1.8 ks の調和組織 TNZ 合金の変形組織は、Core 全域ですべり変形による帯状の局所変形領域が形成される。
- 3) 焼結保持時間 0 s の調和組織 TNZ 合金の変形組織は、Core 中心部に  $\{332\}\langle 113\rangle$ 変形双晶と  $\langle 110\rangle$ 軸回転のすべり帯という 2 種類の変形帯による複合変形組織が形成される。
- 4) 調和組織 TNZ 合金の Core の変形挙動は、Fe 元素の濃度の上昇により、 $\{332\}\langle 113\rangle$ 双晶変形からのすべり変形に変化する。
- 5)  $\{332\}\langle 113\rangle$ 双晶変形から変化したすべり変形と  $\{332\}\langle 113\rangle$ 双晶変形は、共通の  $\langle 110\rangle$ 軸回転で形成される特徴を有する。このような特徴を持つすべり変形を Transition - Deformation - Band (TDB) と呼称する。
- 6) TDB の形成は、Fe 元素濃度の増加による  $\{332\}\langle 113\rangle$ 変形双晶形成の臨界応力の増大により形成される。

## 4.6 参考文献

- 1) H.Kimura :J.JILM, 18, (1968) 347-359.
- 2) M.Oka, Y.Taniguchi: J.Japan Inst.Met.Mater, 42, (1978) 814-820.
- 3) H.G.Paris, B.G.Le Fevre and E.A.Starke, Jr.: Met.Trans, 7A, (1976) 273-278.
- 4) N.Tsuji: Tetsu-to-Hagane, 88, (2002) 359-369.
- 5) K.Ameyama, M.nakatani and M.Kawabata: J.FGMs, 32, (2018) 1-6.
- 6) K.Ameyama, N.Horikawa and M.Kawabata: Tetsu-to-Hagane, 105, (2019) 124-126.
- 7) S.K.Vajpai, B.Sharma, M.Ota, K.Ameyama: Mater. Sci. Eng. A, 736, (2018) 323-328.
- 8) S.K.Vajpai, H.Yu, M.Ota, T.Watanabe, G.Dirras, K.Ameyama: Mater.Trans., 57, (2016) 1424-1432.
- 9) M.Ota, K.Sawai, D.Nanya, K.Ameyama: J. Japan Inst. Met. Mater., 80, (2016) 379-385.
- 10) H.Fujiwara, E.Oda and K.Ameyama: Tetsu-to-Hagane, 94, (2008) 608-615.
- 11) B. Sharma, K. Nagano, M. Kawabata, K. Ameyama: Lett. Mater., 9, (2019) 511-516.
- 12) G.Dirras, D.Tingaud, D.Ueda, A.Hocini, K.Ameyama: Mater. Lett., 206, (2017) 214-216.
- 13) D.Ueda, G.Dirras, A.Hocini, D.Tingaud, K.Ameyama, P.Langlois, D.Vrel, Z.Trzaska: Data Brief, 17, (2018) 703-708.
- 14) M.Tokizane, K.Isonishi: J. Jpn. Soc. Powder Powder Metallurgy, 39, (1992) 1137-1144.
- 15) K.Yagi, B.Sharma, M.Kawabata, K.Ameyama : J. Jpn. Soc. Powder Powder Metallurgy, 67, (2020) 239-244.
- 16) A.G.Crocker: Acta metal., 10, (1962) 113-122.
- 17) I.Gutierrez-Urrutia, C. Li, S.Emura, X.Min & K.Tsuchiya: Sci Technol Adv Mater, 17, (2016) 220-228.
- 18) S.Hanada: Materia Jpn, 25, (1986) 755-764.

## 第5章

# High – Pressure – Torsion (HPT) 法を加えた SUS329J1 に形成される微細組織の結晶学的特徴

### 5.1 研究目的

二相ステンレス鋼は、一般的なステンレス鋼である SUS304 や SUS316 と比較して、強度と耐食性、また、耐海水性に優れる特徴を持つ。そのため、石油・天然ガスなどの化学プラントや食品プラント、環境装置、淡水化处理施設や橋梁の構造用材料として、あるいは、船舶用部品としても多く用いられている<sup>(1-3)</sup>。二相ステンレス鋼の組織は、フェライト系ステンレス鋼とオーステナイト系ステンレス鋼の2相で構成されおり、溶体化処理後に時効処理をすることで微細な $\gamma$ 相が $\alpha$ 相の内部に分散して析出した微細二相組織を形成することが知られている<sup>(4-7)</sup>。また、析出する $\gamma$ 析出相は、冷間圧延による $\alpha$ 相の亜粒界に優先的に形成すること、 $\alpha$ 相の粒成長をピン止め効果で抑制することが知られている<sup>(8-11)</sup>。また、 $\alpha$ 相の粒内に形成される微細な $\gamma$ 相は冷間圧下率が高くなるほど、増加することも報告されている。但し、既存の冷間圧延による圧下率は90%、相当ひずみで0.12相当までであり、それ以上、圧下率を加えた際については議論がなされていない。

ところで強ひずみ加工とは、極めて大量の塑性ひずみを金属材料に導入することで、サブミクロンサイズの微細組織を作成する加工法の事である<sup>(12-13)</sup>。有名な方法として、MM<sup>(14-15)</sup>法、ECAP<sup>(16-17)</sup>法、ARB<sup>(18-19)</sup>法、HPT<sup>(20-21)</sup>法などが知られているが、中でもHPT法はより細かな微細粒が作製できることが知られている。また、HPT法を用いて大量の塑性ひずみを導入した試料に時効処理を加えると、格子欠陥の存在する粒界や転位がある場所に、優先的に $\gamma$ 相が析出したのちに、成長することが報告されており、一般的な熱処理での $\gamma$ 相析出とは異なる外観を示す<sup>(22-23)</sup>。が、 $\alpha$ 相- $\gamma$ 相間の結晶方位については未だ報告がなされていない。

そこで本章では、二相系の工業用構造材料として代表的な( $\alpha+\gamma$ )二相ステンレス鋼の一つである SUS329J1 に、超強加工である High-Pressure-Torsion (HPT) 加工を適応した際に形成される組織の結晶方位関係の特異性について、通常の粉末焼結体で形成される組織の結晶方位関係との比較を交えつつ、考察を行った。

## 5.2 供試材料および実験方法

供試材料には Plasma Rotating Electrode Process (PREP) 法により作製された SUS329J1 二相ステンレス鋼粉末を使用し, HPT 加工を用いて成型体を作製した。以下に供試材料および実験条件の詳細を述べる。

### 5.2.1 2相ステンレス鋼

二相ステンレス鋼は, 基質がオーステナイトとフェライトの二相混合組織からなるステンレス鋼で, オーステナイト系ステンレス鋼の粒界腐食, 応力腐食割れなどの対策, および耐食性の改善を目的として 1930 年代に開発されたものである。Fe に Cr: 20~27%, Ni: 4~8% を主に添加した合金に, Mo や Si, Cu, N などの元素を単独あるいは複合添加する。添加した元素により性質が変化し, Mo を含まない耐応力腐食割れ鋼, Mo, Cu を多く添加する耐酸・高力鋼, Cr を多く添加した耐孔食鋼など用途に応じた組成の合金が用いられている。JIS 規格では, SUS329J1, SUS329J3L, SUS329J4L の 3 材質が規格化されている。

### 5.2.2 供試粉末

本研究では, 福田金属箔粉株式会社製の SUS329J1 二相ステンレス鋼ガスアトマイズ粉末を使用した。Table 5-1 に, 初期粉末の化学組成を示す<sup>(24)</sup>。また, 粉末平均粒子径は 160 $\mu\text{m}$  である。

Table 5-1 Chemical composition of initial powder (mass %).

Cr	Ni	Mo	Mn	Si	C	P	S	Fe
21.41	4.79	1.5	0.84	0.43	0.035	0.011	0.002	Bal.

### 5.2.3 高圧ねじり法

高圧ねじり法(High-Pressure-Torsion : HPT)とは, 上下2つの金型間に Sample を置き, 大きな圧力をかけた状態で下側の金型を回転させることによって, 試料に大量のせん断ひずみを導入し微細粒を創成する方法であり<sup>(20,21)</sup>, 回転数と中心からの距離によってひずみ量が変わる. HPT 加工で試料に与える相当ひずみは以下の数式で表される.

$$\text{相当ひずみ} : \varepsilon = \frac{2\pi r N}{\sqrt{3}t},$$

$\varepsilon$  : 相当ひずみ,  $r$  : 試料中心からの距離(m),  $N$  : 回転数(rpm)

HPT 法の特徴としては, 超高压下で変形できるため比較的硬くて脆い材料の試料破壊を最小限に抑え, 巨大ひずみを導入できることである. また, この加工法の特徴として, 粉末試料を用いることも可能であることも挙げられる.

本研究では, 供試粉末に対して HPT 加工を施した. 加工方法の手順は Figure 5-1 に示す装置模式図で示すように, 供試粉末を上下の金型の間封入したのちに HPT 加工を施した. Table.5-2 に HPT 加工条件を記す.

Table 5-2 Processing conditions of High-Pressure-Torsion.

<b>Number of rotations</b>	<b>5</b>
<b>Speed of rotation (rpm)</b>	<b>1</b>
<b>Impressed pressure (GPa)</b>	<b>6</b>
<b>Temperature (K)</b>	<b>300</b>

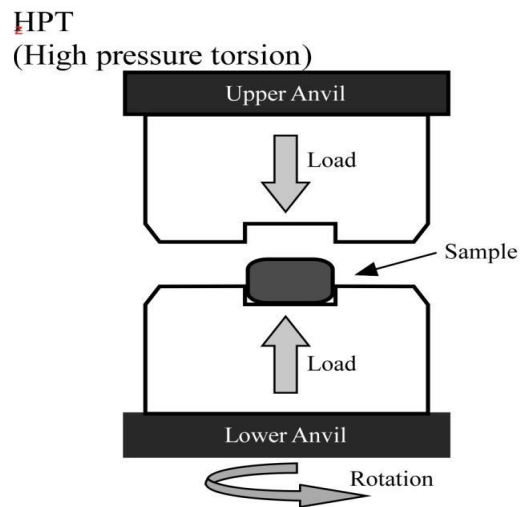


Fig. 5-1 Schematic diagram of High-Pressure-Torsion.

#### 5.2.4 熱処理 (HT)

HPT 加工処理後と冷間圧粉後の SUS329J1 材に, ADVANTEC 社製電气管状炉(型式 : FUT130FB)を用いて熱処理 (Heat Treatment ; HT)を行った. Table 5-3 に熱処理条件を示す.

Table 5-3 Processing conditions of Heat Treatment.

Temperature	1173K
Time	3.6ks
Atmosphere	Ar, Vac

### 5.2.5 冷間圧粉

HPT 加工された試料と比較するために、粉末試料を金属管に封入し、圧力をかけて保持することで粉末を結合させる冷間圧粉法を用いて、試料を作製した。略図を Figure 5-5 に、圧粉条件を Table.5-4 に示す。

Fig. 5-2 Schematic diagram of cold-pressed sample.

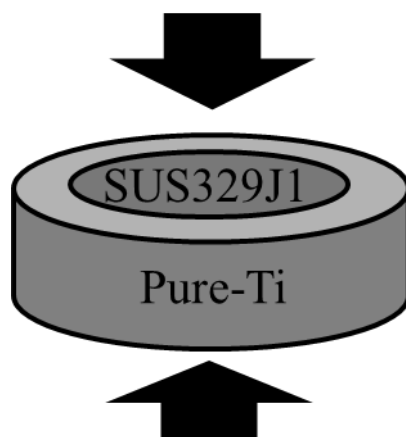


Table 5-4 Processing conditions of cold-pressed sample.

Pipe	Ti
Pressure	50MPa
Hold time	30sec.
Temperature	R.T.



## 5.2.6 X線回折

試料の組織を同定するために、Table 5-5 に示す条件で X 線回折(X-Ray Diffraction : XRD)を行った。測定には、SHIMADZU 社製 X 線回折装置 LabX XRD6100 を用いた。試料表面をエメリー紙#2000 で研磨した後、粒径 1.0 $\mu$  のアルミナでバフ研磨した試料を両面テープでホルダーに固定した状態で測定を行った。また、本研究では供試粉末に対しても XRD を行っている。供試粉末の測定方法は、ホルダーに両面テープを取り付けたのち、その上に供試粉末を振りかけ、隙間ができないよう、まんべんなく張り付けたのちに計測を行った。

Table 5-5 Processing conditions of X-Ray Diffraction.

Target	Cu K $\alpha$
Measuring	continuous
Measurement axis	2 $\theta$ / $\theta$
X-ray tube voltage	40kv
X-ray tube current	20mA
Start angle	30 deg
Finish angle	90 deg
Sampling angle	0.020°
Scan speed	2.0deg/min

### 5.2.7 走査型電子顕微鏡-電子線後方散乱回折法(SEM-EBSD)

試料の組織観察には、株式会社日立ハイテクノロジーズ製低真空分析走査電子顕微鏡（型式：SU6600）を用いた。Table 5-6 に SU6600 の観察条件を示す。また、同装置に付属の電子線後方散乱回折分析装置 Nordlys Nano を用いて、組織の構造解析、並びに方位解析を行った。HPT 加工と冷間圧粉の圧縮面である ND 方向に垂直な面を観察視野とし、エメリー紙で #2000 まで湿式研磨し、粒径 1 $\mu$ m のアルミナ粉末を用いてバフ研磨した後、OP-S(Struers 製)を用いて鏡面仕上げを行った。

Table 5-6 Observation conditions of Scanning Electron Microscope.

Electron gun	ZrO / W
Probe current	-200nA
Accelerating voltage	20 kv
Image	Secondary electron image Back scatter electron image
Working distance	31mm
Tilt angle (EBSD)	70deg

## 5.2.8 透過型電子顕微鏡 (TEM)

本研究では、明視野および暗視野での組織観察と同時に、制限視野電子線回折 (Selected Area Diffraction: SAD) ならびに、透過型電子顕微鏡に付属のエネルギー分散型 X 線分光 (Energy Dispersive X-ray Spectroscopy: EDS) 装置により組織の同定を行った。TEM 観察を行うためには、電子線が透過できるようなごく薄い試料を準備する必要がある。そこで本研究では、2 章に記載した収束イオンビーム加工法を用いて、TEM 観察用薄膜試料を作製した。また、Figure 5-3 に、HPT 焼結体 EBSD 像および TEM 像の取得位置の相関関係を記した模式図を示す。

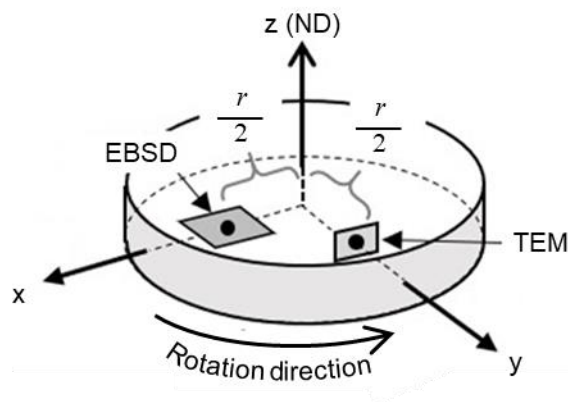


Fig.5-3 Schematic representation of HPT compact and location of EBSD and TEM images.

## 5.3 実験結果

### 5.3.1 HPT 加工材の構造と組織

Figure 5-4 に HPT 加工まま材の XRD 結果を示す。供試粉末のピークは $\alpha$ 相のピークのみが検出された。HPT 加工まま材も粉末同様、 $\alpha$ 単相であり、HPT 加工による相変態は起こらないことが確認された。ただし HPT 加工により大量のひずみが導入されているため、結晶構造が不安定である。そのため、検出されたピークには、ハローピークの特徴を見られる。一方、HPT 加工まま材のみに見られる特徴として、 $\alpha$  相の(200)ピークがほとんど消失していることが挙げられる。くわえて、HPT まま加工材の (211)  $\alpha$ /(110)  $\alpha$ の相対ピーク強度は 0.104 と、理論値である 0.3 より大幅に低い。これらの特徴から、HPT 加工まま材では、 $\alpha$ 単相の(110)集合組織が形成されている可能性が考えられる。

Figure5-5 に HPT 加工まま材の圧延断面の TEM によって取得された明視野像と SADP によって得られた DP 斑点を示す。明視野像より、HPT 加工まま材では、厚さ 2-30nm 程度のナノ粒子組織が、Fig. 5-6 で示した X 軸方向と平行な方向に層をなして重なっていることがわかる。また、この明視野上に直径 1.3  $\mu$  m の制限視野絞りを挿入して取得した SADP では、電子線の回折によるデバイリングが観測された。観測された(110)  $\alpha$  のデバイリングに注目すると、デバイリングの信号強度が均一ではなく、特定の箇所では強度が上昇している。このとき、強度が高い箇所に注目すると、Fig. 5-3 に示した Z 方向(ND 方向)とほぼ平行な方向で強い信号が出ている。TEM による観測結果と、XRD の結果より、HPT 加工を行うことによって形成される組織は、厚さ 2-30nm のパンケーキ状に扁平したナノ粒子が HPT の圧力方向に対して垂直な面に層状に積み重なることによって形成された $\alpha$ 単相の(110)集合組織であることが明らかとなった。また、冷間圧延を行ったフェライト材では、GOSS 方位が見られることが報告されている<sup>(25)</sup>が、今回作製した HPT 加工まま材では、GOSS 方位は見られなかった。

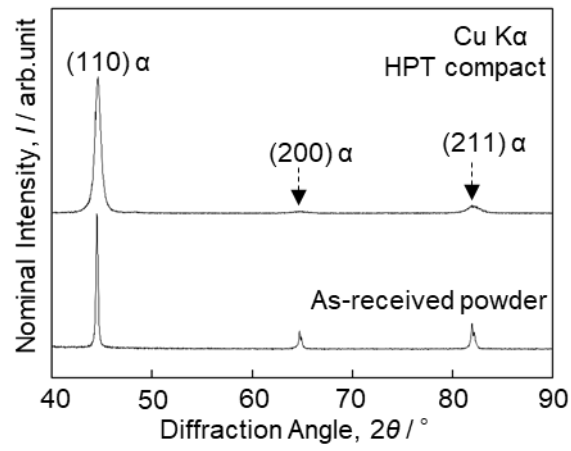


Fig.5-4XRD profiles of as-received powder and HPT compact.

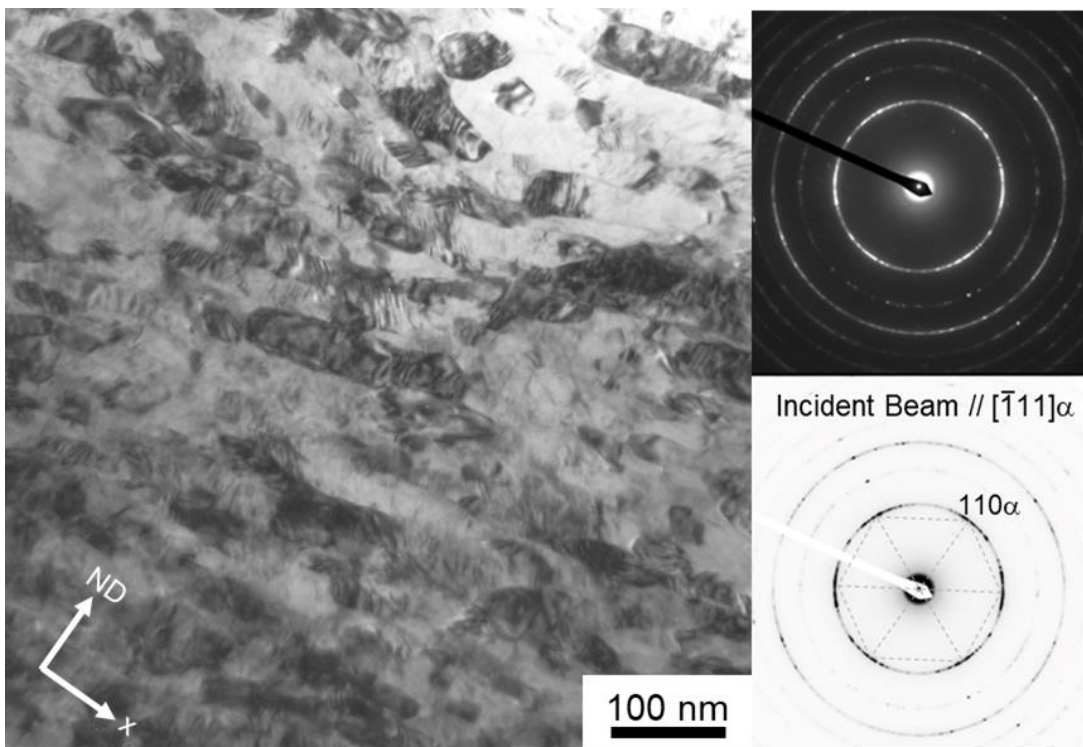


Fig. 5-5 TEM bright field image of microstructure and SADP pattern taken from approximately 1.3 $\mu\text{m}$  circled area in the image of an HPT compact.

Figure 5-6 に HPT 加工後焼きなまし材と冷間圧粉後焼きなまし材の XRD 結果を示す。熱処理を加えたことにより、HPT 加工、冷間圧粉双方に  $\gamma$  相の析出が確認され、どちらも Fig. 5-7 に示した HPT 加工材の XRD 結果よりも明瞭なピークを示した。一方、それぞれの試験片で計測されたピークの強度には差異があり、 $\alpha$  相と  $\gamma$  相のピークの累積面積比を計測したところ、冷間圧粉後焼きなまし材では  $g/a=0.45$  であったのに対し、HPT 加工後焼きなまし材では  $g/a=1.05$  と大きな差異が見られた。この結果から、HPT 加工後焼きなまし材では、冷間圧粉後焼きなまし材に比べて、 $\gamma$  相がより多く形成されていることが示唆された。

Figure 5-7 に ND 方向から観測した HPT 加工後焼きなまし材の EBSD-Phase マップと、 $\alpha$  相と  $\gamma$  相の極点図(Pole-Figure)を示す。Figure 5-10(a)に示す Phase マップでは、 $\alpha$  相(白)と  $\gamma$  相(灰色)の二種類が検出され、 $\alpha$  相の平均粒径は  $2.1\mu\text{m}$ 、 $\gamma$  相の平均粒径は  $1.6\mu\text{m}$ 、 $\gamma$  相の面積割合は 37.2%である。Figure 5-10(b)に示す極点図から、HPT 加工後焼きなまし材の  $\alpha$  相  $\gamma$  相双方の  $\{111\}$  面、 $\{110\}$  面、 $\{100\}$  面に集合組織が形成されていることが明らかになった。

Figure 5-8 に ND 方向から観測した冷間圧粉後焼きなまし材の EBSD-Phase マップと、 $\alpha$  相と  $\gamma$  相の極点図(Pole-Figure)を示す。Figure 5-11(a)に示す Phase マップでは、HPT 加工後焼きなまし材同様、 $\alpha$  相(白)と  $\gamma$  相(灰色)の二種類が検出され、 $\alpha$  相の平均粒径は  $147.6\mu\text{m}$ 、 $\gamma$  相の平均粒径は  $7.9\mu\text{m}$ 、 $\gamma$  相の面積割合は 6.7%であった。Figure 5-10(b)に示す極点図から、冷間圧粉後焼きなまし材の  $\alpha$  相  $\gamma$  相双方に集合組織の特徴がわずかにみられる。これは冷間圧粉を一軸の方向で行ったために、集合組織がわずかながら形成されたためであると考えられる。

Fig. 5-6,7,8 の結果より、HPT 加工によって結晶粒が微細化されている HPT 加工後焼きなまし材では、 $\gamma$  相がより多く形成されている特徴を有することが明らかとなった。このような組織を形成する理由として二つの理由が考えられる。一つは HPT 加工で加わった巨大ひずみにより、 $\alpha$  相に多量の格子欠陥が導入されたため、固溶原子の拡散が促進されたことである。二つ目の理由は HPT 加工により、多数のナノサイズの結晶粒界が形成されたことで、粒界や 3 重点のような  $\gamma$  相の核生成サイトが複数導入されたことである。これらの核生成サイトが熱処理によって回復を起こした際に、Figure 5-10(a)に見られるような微細な  $\alpha$  相と  $\gamma$  相の複合組織が形成したと考えられる。また、極点図に着目すると、 $\alpha$  相の  $\{110\}$  と  $\gamma$  相の  $\{111\}$  が極点図の Z 方向、つまり、ND 方向に平行な方向へ異方性を有していることがわかる。

一方、冷間圧粉焼きなまし材では、そのような傾向が見られない。このことは、Figure 5-8 で示した HPT 加工時に  $\alpha$  相に形成された集合組織の影響によって、HPT 加工後焼きなまし材の  $\alpha$  相および  $\gamma$  相に集合組織が形成されていることを示している。また、Figure 5-10(b)に示す HPT 加工後焼きなまし材極点図で見ら

れる  $\{111\} \gamma / \{110\} \alpha$  と  $\langle 110 \rangle \gamma / \langle 111 \rangle \alpha$  の関係性は、2相ステンレスの  $\alpha$  相と  $\gamma$  相間に見られる結晶方位関係である Kurdjumov-Sachs (K-S)関係<sup>(26-27)</sup>に近似していることから、HPT 加工後焼きなまし材においても、この関係が成立している可能性が高い。一般に K-S の関係には、24通りのヴァリエントが存在することが知られているため、HPT 加工後焼きなまし材に形成された K-S 関係が特定のヴァリエントを選択するのか、検証を行う必要がある。そこで、より高倍率の EBSD マップを用いて、HPT 加工後焼きなまし材と冷間圧粉後焼きなまし材の  $\alpha$  相および  $\gamma$  相の方位関係について、より詳細な結晶方位解析を行った。

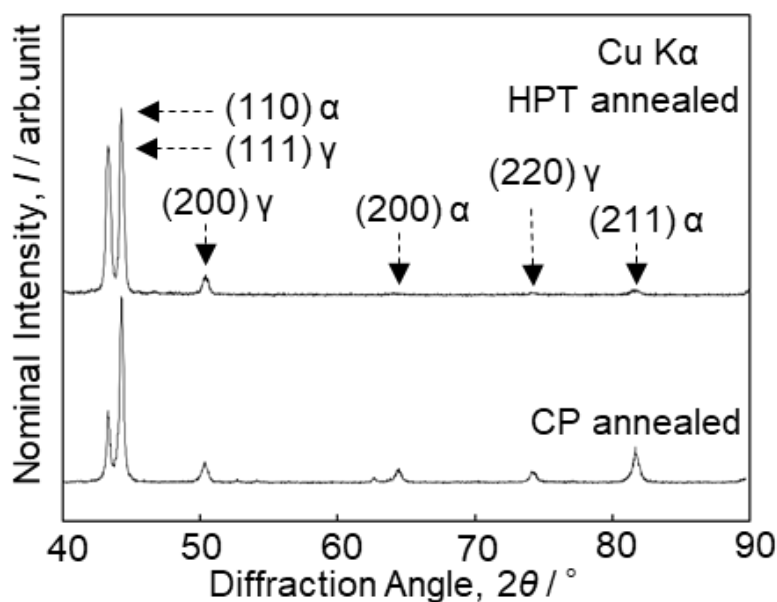


Fig. 5-6 XRD profiles of an HPT compact and a cold-pressed sample annealed at 1173K for 3.6 ks.

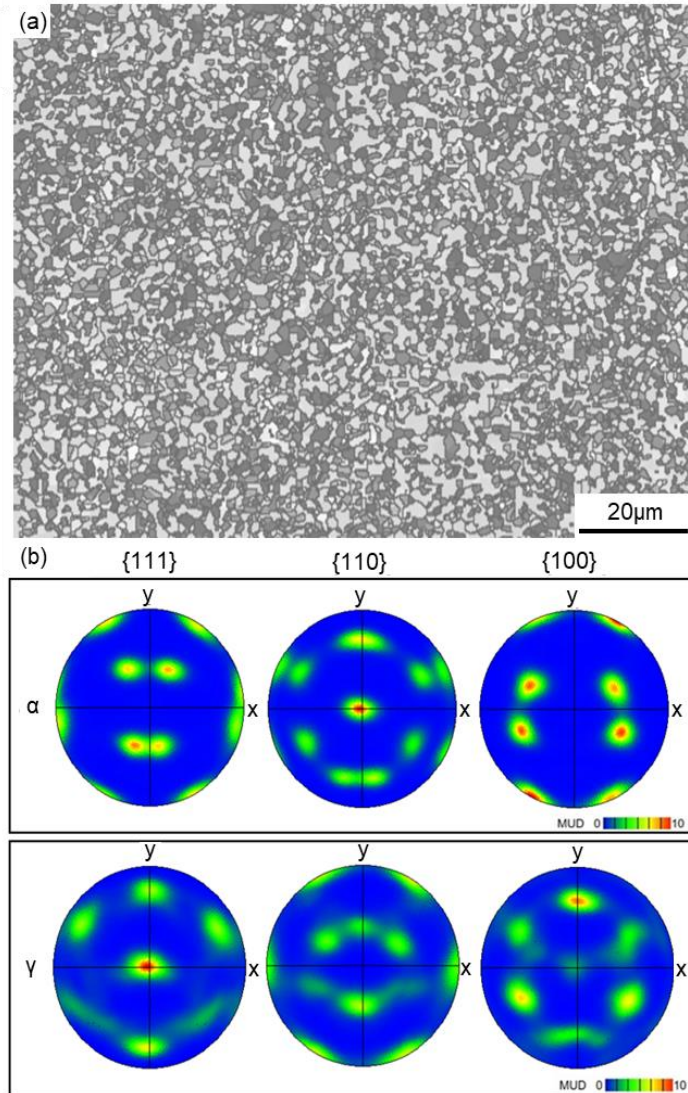


Fig. 5-7 (a) EBSD image of phase and grain boundary of HPT sample annealed at 1173 K for 3.6 ks,  
 (b) pole figures of  $\alpha$  and  $\gamma$  phase from (a).



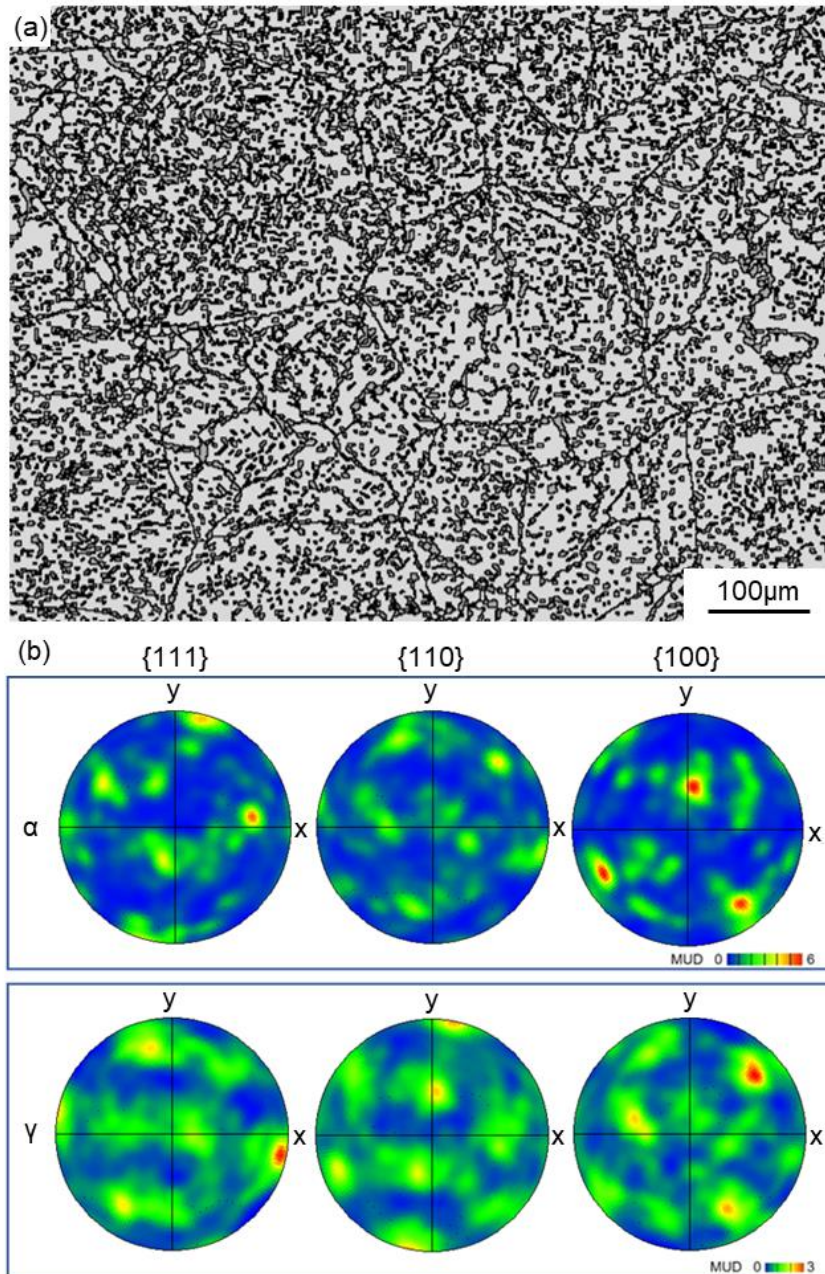


Fig. 5-8 (a) EBSD image of phase and grain boundary of the CP sample annealed at 1173 K for 3.6 ks, (b) pole figures of  $\alpha$  and  $\gamma$  phase from (a).

### 5.3.2 ステレオ投影図を用いた詳細な結晶方位解析

Figure 5-9 は、HPT 加工後焼きなまし材の高倍率 EBSD マッピング結果であり、それぞれ (a): Image-Quality (IQ) マップ、(b):  $\alpha$  相の Inverse-pole Figure (IPF) マップと粒界、(c)  $\gamma$  相の IPF マップと粒界を示している。この時の IPF マップは、ND 方向から見た際の指数を表示している。Figure 5-9(a)に示す IQ マップより、 $\alpha$  相、 $\gamma$  相ともに数  $\mu\text{m}$  の粒径で形成された微細構造を有している。また IPF マップの結果に着目すると、Figure 5-9(b)に示した多くの  $\alpha$  相の結晶粒では、110 面と ND 方向が垂直の関係になっている。また、Figure 5-9(b)内に矢印で図示したある一つの  $\gamma$  相の結晶粒に隣接する  $\alpha$  相の結晶粒をそれぞれ  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$  とおき、ND 方向に対する 110 面の異方性や隣接する  $\gamma$  相との方位関係について、ステレオ投影図を用いて解析を行った。

Figure 5-10(a)は、 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$  を ND スタンドのステレオ投影図で図示したものである。ステレオ投影図から、ステレオ投影図の中心である ND にもっとも隣接した  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$  の(110)面をえらび、ND 方向との間の角度を求めると、 $\alpha_1$ : 3.2deg,  $\alpha_2$ : 6.8 deg,  $\alpha_3$ : 10.9 deg,  $\alpha_4$ : 28.2 deg という結果が得られた。このことから結晶粒  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  の {110} 面は、ND 面とほぼ平行の関係を維持できていることがわかる。Figure 5-10(b)は、 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$  を(001) $\gamma$  スタンドのステレオ投影図上に図示したものである。結晶粒  $\gamma$  と隣接する  $\alpha$  相の結晶粒間の方位関係を求めると、 $\alpha_1$  と結晶粒  $\gamma$  間の方位関係のみが K-S 関係を満たしているが、ほかの  $\alpha$  相の結晶粒と結晶粒  $\gamma$  間の方位関係は K-S 関係を満たさない。このことより、K-S 関係は HPT 加工後焼きなまし材の  $\gamma$  相の析出にはあまり影響を与えないということが明らかになった。そこで冷間圧粉後焼きなまし材の結果と比較して、HPT 加工による固有の効果であるか比較検討を行った。

Figure 5-11 は、冷間圧粉後焼きなまし材の高倍率 EBSD マッピング結果であり、それぞれ(a): Image-Quality (IQ) マップ、(b):  $\alpha$  相の Inverse-pole Figure (IPF) マップと粒界、(c)  $\gamma$  相の IPF マップと粒界、(d): (a)内に四角で囲んだエリアの  $\gamma$  相の IPF マップをそれぞれ示している。冷間圧粉後焼きなまし材に析出する  $\gamma$  相は、 $\alpha$  相の粒内に析出するものと  $\alpha$  相の粒界に析出するものの二つに大別される。このうち、 $\alpha$  相の粒内に析出する  $\gamma$  相の特徴として、 $\alpha$  相内に微細な方位差が存在するエリアに細かな  $\gamma$  相が集中して析出し、かつ、それらの  $\gamma$  相は異なる方位を持っていることが挙げられる。そこで、Figure 5-11(d)の二つの  $\gamma$  相の結晶粒  $\gamma_1, \gamma_2$ 、そして母相である  $\alpha$  相を用いて、冷間圧粉後焼きなまし材の  $\alpha$  相結晶粒内に析出する  $\gamma$  相の方位関係を導出した。Figure 5-12 は、(001) $\alpha$  スタンドのステレオ投影図上に結晶粒  $\gamma_1, \gamma_2$  の面指数を図示したステレオ投影図であ

る。ステレオ投影図の結果より、結晶粒  $\gamma_1$ - $\gamma_2$  間の方位関係は焼鈍双晶関係であり、かつ、 $\alpha$ - $\gamma_1$  および  $\alpha$ - $\gamma_2$  間の方位関係は K-S 関係を満たすという方位関係を有することが明らかとなった。また特筆すべきこととして、 $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$  それぞれの(111)面は K-S 関係の(110)面と平行関係にあるということが挙げられる。

(111) $\gamma$  面と(110) $\alpha$  面が平行関係にある時の原子配列の模式図を Figure 5-13 に示す。この模式図では、基準となる原子面の上下の原子面を構成する元素も描写している。(111) $\gamma$  面と(110) $\alpha$  面が平行関係にあるとき、(110) $\alpha$  面内には二つの  $\langle 111 \rangle_\alpha$  方向が存在し、(111) $\gamma$  面内には三つの  $\langle 110 \rangle_\gamma$  が存在する。つまり方向の組み合わせを考えたとき、6 パターンのヴァリエントが形成されることになる。Figure 5-13 に示した V1~V6 の模式図ヴァリエントターンのヴァリエントを示している。また母相である  $\alpha$  相の {110} 面は 6 つの面パターンが存在することから、K-S 関係のヴァリエントパターンは 36 通り存在することになる。しかし立体的に考えると V1 と V3, V4 と V6 の組み合わせは同一の原子配列であり、区別することができない。そのため、実際に観測される K-S 関係のヴァリエントパターンは  $6 \times 4$  の 24 通りとなる。また、V1 と V2, V4 と V5 は(111) $\gamma$  面が双晶面となる双晶関係にあるという特徴を有する。

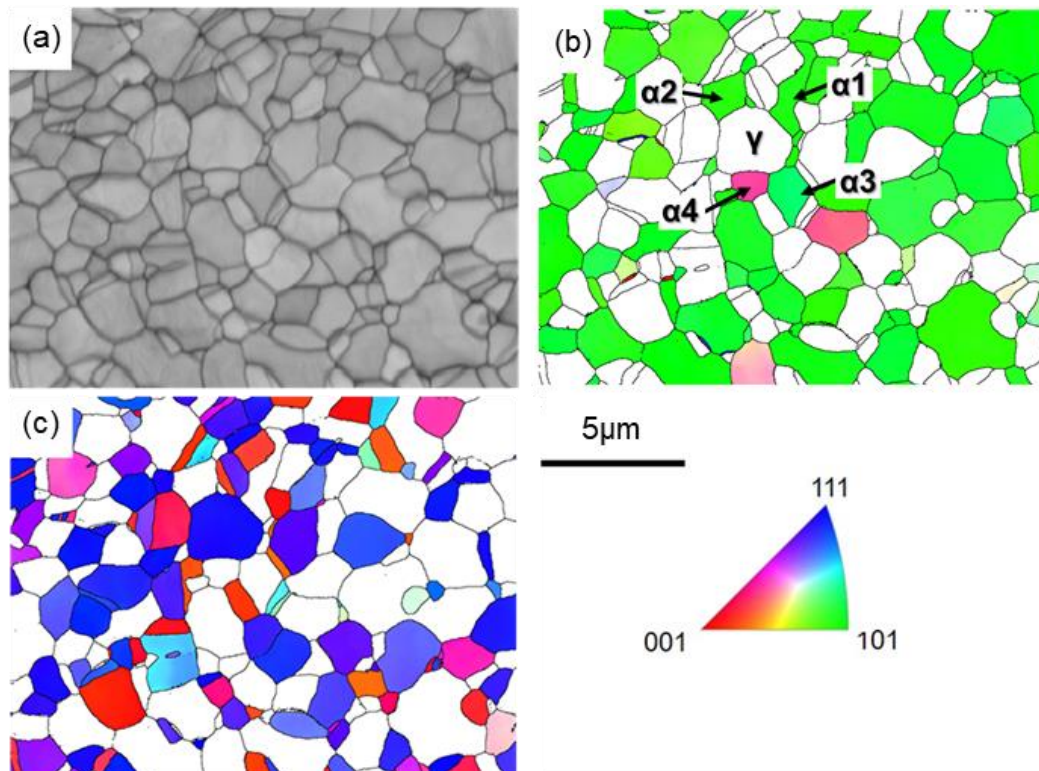


Fig. 5-9 Enlarged EBSD images of the HPT sample annealed at 1173 K for 3.6 ks, (a) IQ image, (b) IPF image of  $\alpha$  phase, and (c) IPF image of  $\gamma$  phase.

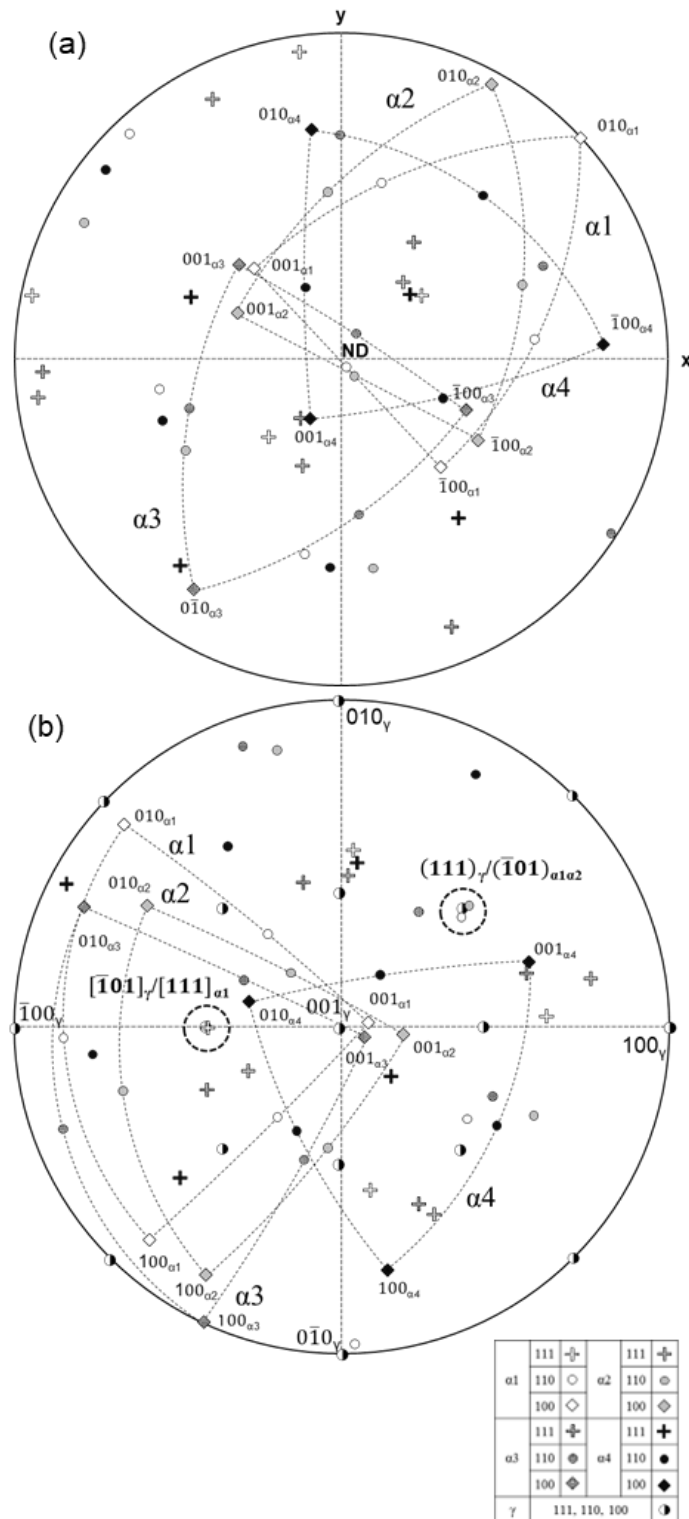


Fig. 5-10 (a) Stereographic projection of normal direction (ND) of  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$ , and  $\alpha_4$  of Fig. 5-9(b),  
 (b) Stereographic projection of 001  $\gamma$  phase standard of  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$ ,  $\alpha_4$ , and  $\gamma$  of Fig. 5-9 (b).

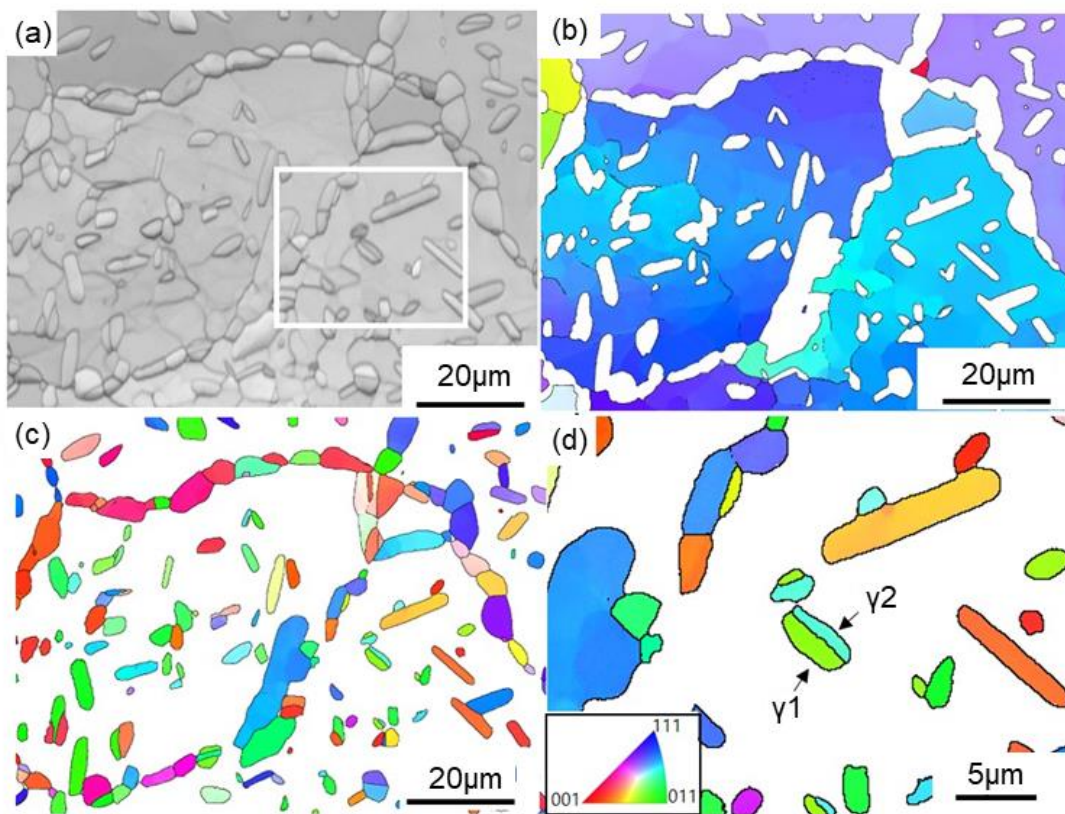
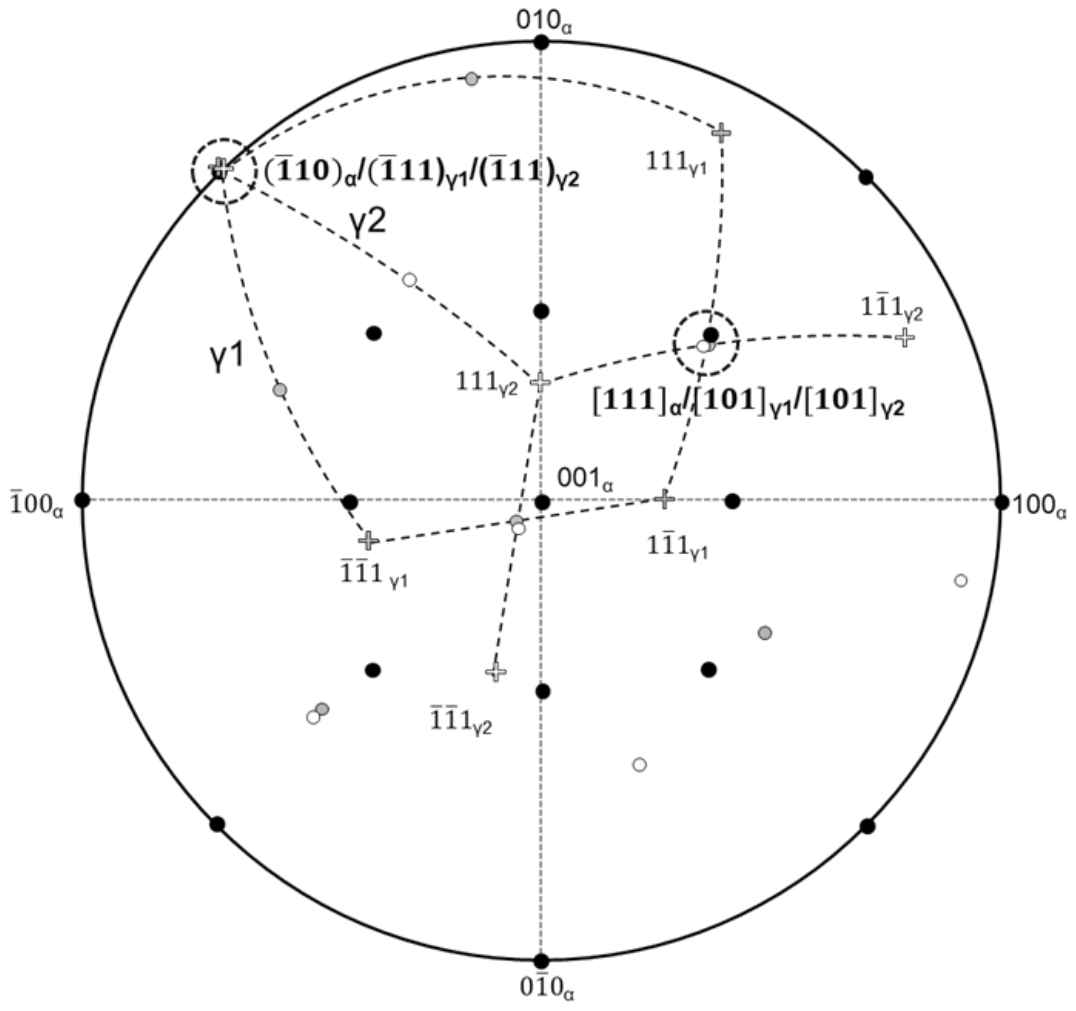


Fig. 5-11 Enlarged EBSD images of the CP sample annealed at 1173 K for 3.6 ks, (a) IQ image, (b) IPF  $\alpha$  phase image, (c) IPF  $\gamma$  phase image, and (d) enlarged IPF  $\gamma$  phase image of the rectangular area in (a).



γ1	111	+	γ2	111	+	α	111, 110	●
	110	●		110	○			

Fig. 5-12 Stereographic projection of 001  $\alpha$  phase standard of  $\alpha$ ,  $\gamma_1$  and  $\gamma_2$  of Fig. 5-11 (d).

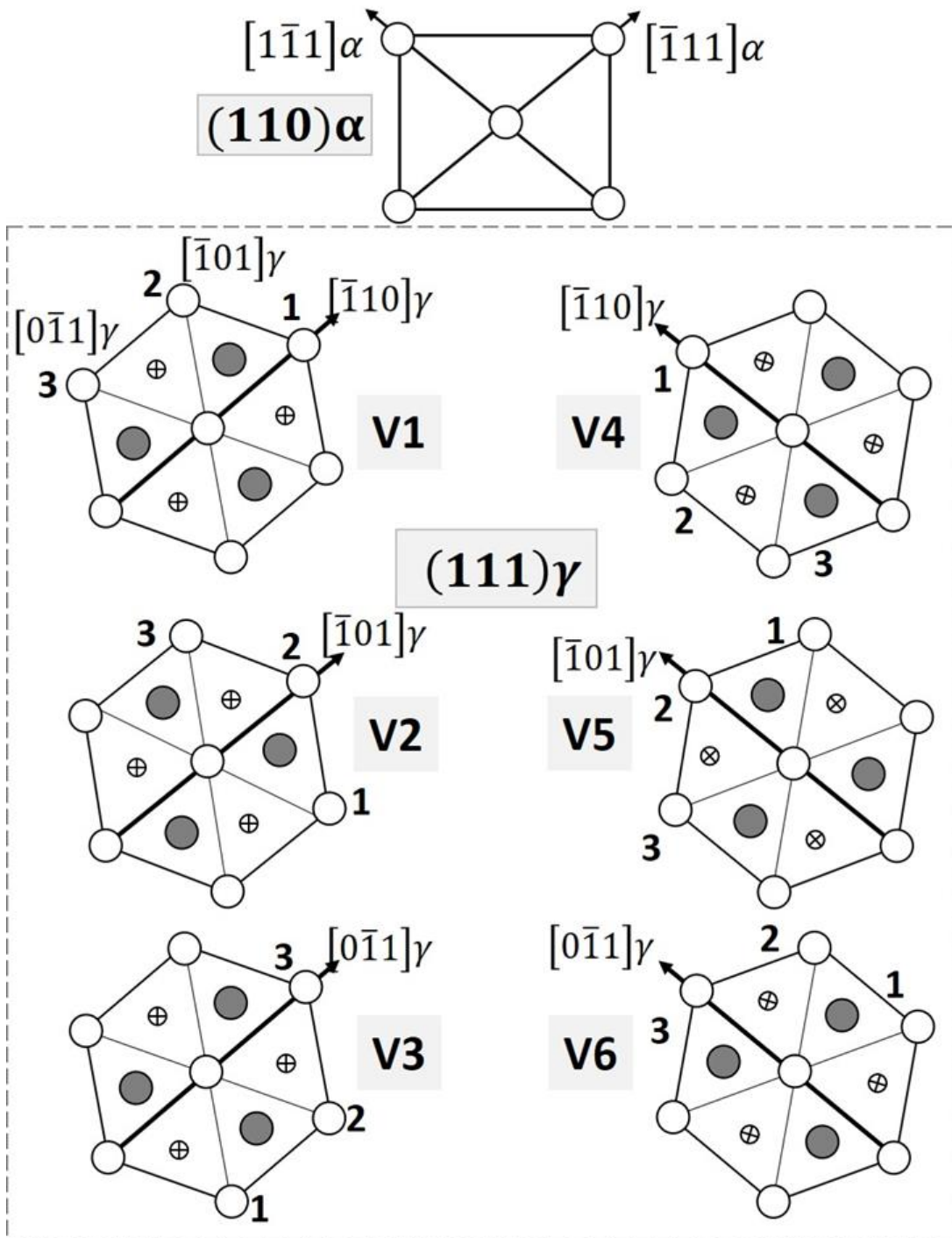


Fig. 5-13 Schematic diagram of the atomic arrangements of the  $(111)\gamma$  and  $(110)\alpha$  planes.



## 5.4 考察

今回作製した SUS329J1 冷間圧粉後焼きなまし材でも見られた K-S の関係は、2 相ステンレスで一般的に観察される方位関係である。そのため、十分な大きさを持つ  $\alpha$  相の結晶内部で析出する  $\gamma$  相には共通の平行な最密面を有する結晶方位が見られる。一般に知られている  $\alpha$  相内で析出する  $\gamma$  相を、組織の形態で分けると以下の三つのタイプに分けられる。

### 1. 均一な結晶方位を持つ $\alpha$ 相の結晶粒内に析出する $\gamma$ 相

このタイプの  $\gamma$  相は棒状組織形状をしており、K-S 関係で見られる 24 個ヴァリエントのうち、一つを選択して、母相である  $\alpha$  相と K-S の関係を持つ。また、 $\gamma$  相の成長方向は K-S の関係に従ったものに極めて近い。これは結晶粒界などの  $\gamma$  相の成長を制限するものが存在しないためである。

### 2. 僅かな方位変化で形成される亜粒界を核生成サイトとして析出した $\gamma$ 相

このタイプの  $\gamma$  相は、 $\alpha$  相の結晶内部で形成される  $\gamma$  相とほぼ同じ組織形状と K-S の関係を母相ともつ。違いがあるのは、 $\alpha$  相内に存在する亜粒界が核生成サイトとして機能することであり、均一な  $\alpha$  相の結晶粒内部に析出する  $\gamma$  相よりも早期に析出する。しかし、亜粒界の持つ方位差は非常に小さく、析出する  $\gamma$  相の結晶方位決定では、影響を与えることがないため、K-S の関係を維持することができる。このタイプの  $\gamma$  相の組織形状は、球状の形をしているのが特徴である。このような組織は 90%冷間圧縮したのちに、焼きなましを加えて回復させた 2 相ステンレス鋼でも観察されることから、亜粒界で形成される  $\gamma$  相は、このような組織になるのが一般的である。

### 3. 極めて大きな方位変化が起きる粒界を核生成サイトとして析出した $\gamma$ 相

このタイプの  $\gamma$  相は、上二つとは全く異なる組織形状と結晶学的特徴を有する。このタイプの  $\gamma$  相は、フィルム状、もしくは球状の組織形状である。そして隣接する  $\alpha$  相の結晶粒と特徴的な結晶方位関係を持つ。また、 $\gamma$  相が析出する箇所が大角粒界であるため、隣接する  $\alpha$  相の粒界エネルギーが高い。そのため、核生成速度は速くなり、特に  $\gamma$  相が析出しやすい特徴を持つ。しかしながら、 $\alpha$  相との粒界特性が  $\alpha$  -  $\gamma$  相間の結晶方位関係に強く影響を及ぼす傾向が見られる。例えば、隣接する  $\alpha$  相の  $\{110\}$  面にはそれぞれ 6 つのヴァリエントが存在するが、 $\gamma$  相の核生成は、粒界面との角度が最小になる単一の  $\alpha$  相の  $(110)$  面に平行な  $\gamma$  相の  $(111)$  面で起きることになるため、大きな粒径を持つ平面上の粒界ではフィルム状の  $\gamma$  相の析出になり、凹凸のあるカーブ上の粒界では、球状の  $\gamma$  相の析出が起きるといった特徴がみられる。

しかし、HPT 加工後焼きなまし材では、上記 3 つの組織形成タイプがほとんど見られず、通常の組織には見られない特異な  $\gamma$  相の析出が見られる。HPT 加工後焼きなまし材に見られる組織形状の特徴としては、 $\alpha$  と  $\gamma$  の 2 相によって構成された数  $\mu\text{m}$  の粒径を持つ等軸粒の集合体であり、それぞれの粒が大角粒界によって区切られた明確な粒界を持つ。くわえて、Fig 5-10 に示すステレオ投影図を用いた解析結果から明らかのように、HPT 加工後焼きなまし材に形成される  $\alpha$  相と  $\gamma$  相の微細 2 相組織における  $\gamma$  相の析出は、上記に示した既存の材料で見られる 3 つの  $\gamma$  相の析出パターンとは異なる、全く新しいヴァリエーションに従っていることが明らかになった。特筆すべき点として、 $\{110\}\alpha/\{111\}\gamma/\text{ND}$  面が平行になる強い異方性を持つ特異な結晶方位関係を有していることが挙げられるが、このような結晶学的特徴は既存の  $\alpha$  相と  $\gamma$  相の 2 相ステンレス合金では報告がない。上記に記した HPT 加工を加えた SUS329J1 での特異な  $\gamma$  相の析出過程は以下のようなものであると考えられる。

Figure 5-8 に示す TEM 像より、HPT で形成される  $\alpha$  相はパンケーキ状の形状をしており、さらにパンケーキの平面部分と  $\alpha$  相の(110)面が平行になっているため、このパンケーキの平面部分の粒界で  $\gamma$  相が析出しやすい。この時、析出する  $\gamma$  相と  $\alpha$  相は(111) $\gamma$ /(110) $\alpha$  の方位関係を持つ。 $\alpha$  相に ND 面と(110) $\alpha$  が平行になるという強い異方性を有しているため、連動して  $\gamma$  相の析出相にも ND 面に対して(111)が平行になるという異方性が見られることになる。しかしパンケーキの平面部分の部分だけが  $\gamma$  相との粒界になるわけではないため、 $\gamma$  の析出相は必ずしも ND 面に対して、(111)が平行になるというわけではない。これが  $\alpha$  の(110)面と比較すると、 $\gamma$  の(111)面の ND 方向に対する異方性が低いという結果が得られる理由である。また、HPT 加工により、析出物の結晶学的なヴァリエーション選択は制限されるため、必ずしも K-S 関係の条件である方向条件 $\langle 111 \rangle\alpha/\langle 110 \rangle\gamma$  を満たすことがなくなる。これは最密面で平行になっている(111)  $\gamma$ /(110)  $\alpha$  の  $\gamma$  相の成長が、他のすべての(111) $\gamma$  の成長よりも優先されてしまうためである<sup>(28)</sup>。

今回作製した HPT 加工後焼きなまし材では、非常に強い異方性を持つにもかかわらず、多数の大角粒界が形成されている特徴が見られた。多数の大角粒界を持つ超微細粒組織には、高い降伏強度と高い極限引張強度をもたらすことができる特徴を持つことに加え、2 相ステンレス鋼に形成される亜粒界と  $\gamma$  相の析出相をもつ合金は高温で超塑性を示す<sup>(29)</sup>ことが知られている。またこのような特性に加えて、その他の超強加工を加えた合金<sup>(30-32)</sup>でも見られるように、低温下でも超塑性により高い延性を示す可能性があるため、今後の応用展開のための基礎知見として極めて重要な知見である。

## 5.5 結言

本研究では、二相系の工業用構造材料として代表的な ( $\alpha+\gamma$ ) 二相ステンレス鋼の一つである SUS329J1 に、超強加工である High-Pressure-Torsion (HPT) 加工を適応した際に形成される組織の結晶方位関係の特異性について、検討を行い、以下の結果を明らかにした。

- 1) HPT 加工を加えることによって、 $\alpha$  相の(110)面と ND 面が平行になるという強い異方性を持つナノ粒子で構成された組織が形成された。
- 2) HPT 加工材に 1176K, 3.6ks の熱処理を加えた HPT 加工後焼きなまし材には、(111) $\gamma$ /(110) $\alpha$  の強い異方性がみられた。また、その際の平均粒径は  $\alpha$  相: 2.1 $\mu\text{m}$ ,  $\gamma$  相: 1.6 $\mu\text{m}$ ,  $\gamma$  相の面積割合: 37.2%であった。一方、冷間圧粉後焼きなまし材の平均粒径は  $\alpha$  相: 147.6 $\mu\text{m}$ ,  $\gamma$  相: 7.9 $\mu\text{m}$ ,  $\gamma$  相の面積割合: 6.7%であった。この結果より、HPT 加工により微細結晶粒で構成された ( $\alpha+\gamma$ )<sub>2</sub> 相混合組織を作成することが可能である。
- 3) HPT 加工によってナノサイズの粒界を含む多数の格子欠陥を導入したことにより、 $\gamma$  相の析出する速度が上昇した。そのため、HPT 加工後焼きなまし材では、冷間圧粉焼きなまし材と比較して多数の微細な  $\gamma$  相の析出が見られた。
- 4) HPT 加工後焼きなまし材の  $\alpha$ - $\gamma$  相間に K-S 関係が確認されたが、 $\alpha$  相と  $\gamma$  相の関係が必ず K-S 関係になるというわけではない。このことは HPT 加工により  $\alpha$  相に加えられた異方性が、ND 面と平行関係にある(111)  $\gamma$  / (110) $\alpha$  の面関係を優先し、必ずしも K-S 関係の条件である方向条件 $\langle 111 \rangle_{\alpha} / \langle 110 \rangle_{\gamma}$  を満たすことがないという新たなヴァリエーション選択則が発見された。
- 5) HPT 加工により作成された大角粒界を持つ超微細粒組織には、工業用途に適した高強度と超塑性変形による延性の両立が期待できる。

## 5.6 参考文献

- 1) A.A. EL-Yazgi and D. Hardie: *Corros. Sci.*, 40, (1998) 909-930.
- 2) L. Wang, J. Xin, L. Cheng, K. Zhao, B. Sun, J. Li, X. Wang and Z. Cui: *Corros. Sci.*, 147, (2019) 108-127.
- 3) S. Fréchar, F. Martin, C. Clément and J. Cousty: *Mater. Sci. Eng. A*, 418, (2006) 312-319.
- 4) T. Maki, T. Furuhashi and K. Tsuzaki: *ISIJ Int.*, 41, (2001) 571-579.
- 5) J.I. Hamada and N. Ono: *Mater. Trans.*, 51, (2010) 635-643.
- 6) K. Ameyama, K. Murakami, T. Maki and I. Tamura: *J. Japan Inst. Metals*, 49, (1985) 1045-1053.
- 7) H. Fujiwara, T. Maeda and K. Ameyama: *J. Japan Inst. Metals*, 63, (1999) 1165-1174.
- 8) K. Ameyama- $\alpha$ - $\gamma$ .C. Weatherly and K.T. Aust: *Acta Metall. Mater.*, 40, (1992) 1835-1846.
- 9) K. Ameyama: *Scr. Mater.*, 38, (1998) 517-522.
- 10) K. Ameyama, T. Maki and I. Tamura: *J. Japan Inst. Metals*, 50, (1986) 10-19.
- 11) K. Ameyama, T. Maki and I. Tamura: *J. Japan Inst. Metals*, 50, (1986) 602-611.
- 12) R.Z. Valiev, Y. Estrin, Z. Horita, T.G. Langdon, M.J. Zehetbauer and Y.T. Zhu: *JOM*, 58, (2006) 33-39.
- 13) K. Edalati et al.: *Mater. Res. Lett.*, 10, (2022) 163-256.
- 14) C.C. Koch: *Nanostruct. Mater.*, 9, (1997) 13-22.
- 15) D.L. Zhang: *Prog. Mater. Sci.*, 49, (2004) 537-560.
- 16) V.M. Segal, V.I. Reznikov, A.E. Drobyshevskiy and V.I. Kopylov: *Russ. Metall.*, 1, (1981) 99-105.
- 17) W. Skrotzki: *Mater. Trans.*, 60, (2019) 1331-1343.
- 18) Y. Saito, H. Utsunomiya, N. Tsuji and T. Sakai: *Acta Mater.*, 47, (1999) 579-583.
- 19) T. Hausöl, V. Maier, C.W. Schmidt, M. Winkler, H.W. Höppel and M. Göken: *Adv. Eng. Mater.*, 12, (2010) 740-746.
- 20) A.P. Zhilyaev and T.G. Langdon: *Prog. Mater. Sci.*, 53, (2008) 893-979.
- 21) K. Edalati and Z. Horita: *Mater. Sci. Eng., A* 652, (2016) 325-352.
- 22) J. Gubicza: *Mater. Trans.*, 60, (2019) 1230-1242.
- 23) G. Wilde and S. Divinski: *Mater. Trans.*, 60, (2019) 1302-1315.
- 24) M. Ota, D. Nanya, S.K. Vajpai, K. Ameyama, K. Edalati and Z. Horita: *Mater. Sci. Forum*, 879, (2016) 1365-1368.
- 25) J. Nakae and A. Okada: *Trans. JIM*, 11, (1970) 1086-1092.
- 26) G. Kurdjumow and G. Sachs: *Z. Phys.*, 64, (1930) 325-343.
- 27) S. Tateyama, Y. Shibuta and T. Suzuki: *ISIJ Int.*, 50, (2010) 1211-1216.

- 28) T. Furuhashi and T. Maki: *Mater. Sci. Eng. A*, 312, (2001) 145-154.
- 29) K. Tsuzaki, H. Xiaoxu and T. Maki: *Acta Mater.*, 44, (1996) 4491-4499.
- 30) K. Edalati, Z. Horita and R.Z. Valiev: *Sci. Rep.*, 8, (2018) 6740.
- 31) M. Kawasaki and T.G. Langdon: *Mater. Trans.*, 60, (2019) 1123-1130.
- 32) M. Demirtas and G. Purcek: *Mater. Trans.*, 60, (2019) 1159-1167.

## 第 6 章 総括

本研究では、SEM-EBSD を用いたより詳細な組織構造の解析法を確立し、調和組織制御を行った準安定 $\beta$ 型チタン合金と HPT 加工を加えた ( $\alpha+\gamma$ ) 二相ステンレス鋼の双方を対象として組織形成過程について詳細な検討を行った。本研究で得られた結論について、以下に総括的に述べる。

第 1 章では、本論文の緒言として研究の背景ならびに目的について述べた。

第 2 章では、顕微鏡を用いた組織観察法について検証し、この論文で用いる走査型電子顕微鏡や透過型電子顕微鏡の各種条件、試料の作製方法について述べた。

第 3 章では、走査型電子顕微鏡による電子線後方散乱回折法(SEM-EBSD)の原理について述べたのちに、EBSD で作成できるマップでは解析が困難な 2 結晶間の未知の結晶方位関係を導出する方法について考察した。本研究では、回折図形に依存しない組織画像を用いるトレース解析と、自作プログラムを用いて作図したステレオ投影図の併用による詳細な結晶方位解析手法を用いて明らかにする新たな解析法を確立した。

第 4 章では、2 章で述べた組織観察法、および、3 章で述べた結晶方位解析手法を用いて、TNZ 合金調和組織材料の 20%冷間圧延により形成される変形組織について詳細に結晶方位解析を行い、以下の結論を得た。今回の研究で作製した TNZ 合金調和組織材には、延性を低下させることなく、強度が上昇する優れた力学的特性が見られた。この優れた力学的特性は、調和組織材の Shell に含まれる Fe 元素が Core に拡散することにより、Core 内部で $\{332\}\langle 113\rangle$ 変形双晶の形成を抑制したことによるものであることを解明した。

また、短時間焼結により、Core に Fe 元素が十分に拡散していない TNZ 調和組織材を冷間圧延すると、 $\{332\}\langle 113\rangle$ 変形双晶とすべり変形による変形帯による複合変形組織が形成された。結晶方位解析を行うことにより、複合変形組織に形成される $\{332\}\langle 113\rangle$ 変形双晶とすべり変形による変形帯の双方が共通の(110)軸で回転する既存の材料には見られない新たな結晶学的特徴を有していることを明らかにした。

第 5 章では、High - Pressure - Torsion (HPT) 法を加えた ( $\alpha+\gamma$ ) 二相構造の SUS329J1 二相ステンレス鋼に形成される微細組織の結晶学的特徴について詳細に検討し、以下の結果を明らかにした。HPT 加工を加えた SUS329J1 二相ステンレス鋼では、パンケーキ状に扁平したナノ粒子が HPT の圧力方向に対して垂直な面に層状に積み重なることによって形成された  $\alpha$  単相の(110)集合組織が見られ、 $\alpha$  相の(110)面と ND 面が平行になる強い異方性を持つことを明らかにした。

また、HPT 加工後、焼きなまし処理を加えると、( $\alpha+\gamma$ ) 2 相が混合した微細結晶粒組織を作成可能である。結晶方位解析の結果、HPT を用いて作製した ( $\alpha+\gamma$ ) 2 相混合微細結晶粒組織では、ND 面に平行関係にある (111)  $\gamma$  / (110) $\alpha$  の方位関係が優先されることにより、通常の SUS329J1 材で見られる K-S 関係の条件である方向条件 $\langle 111 \rangle \alpha / \langle 110 \rangle \gamma$  を必ずしも満たすことがない固有の結晶方位関係を持つことを明らかにした。この HPT 加工材に見られる結晶方位関係は、 $\alpha$  相の異方性が強いにもかかわらず、多数の大角粒界を内包するという既存の加工法では見られない新たな結晶学的特徴を有する。このことは HPT 加工を用いて超微細 2 相構造を形成することにより、工業用途に適した高強度と超塑性変形による延性の両立した合金の創製が期待できることを示している。

本研究の総括として、電子線後方散乱回折法を用いた新たな結晶方位解析法を確立したことにより、複数の強ひずみを加えた金属材料に見られる固有の結晶学的特徴の形成過程が明らかになった。また、本研究を通して解明した TNZ 合金調和組織材の力学的特性を基に特許を出願し、特許「双晶変形が抑制されたチタン合金の製造方法及びチタン合金：特開 2020-143310」を取得している。このことは、本研究の手法を用いた金属材料の解析は強ひずみ加工を用いた新たな金属材料の創製において非常に有用な解析法であることを示している。

## 謝辞

本研究を遂行するにあたり、終始変わらぬご指導、ご鞭撻を賜りました立命館大学理工学部 飴山恵教授、藤原弘教授、具体的な実験の手法につきまして、多数のサジェストをいただいた川畑美恵助教に、深い敬意をもって御礼申し上げます。また、実験その他の多くに関して、多大なご援助をいただいた立命館大学理工学研究科機械システム専攻の大学院生の皆様に、感謝の意を表します。

また、本研究において、特に重要な電子顕微鏡と後方散乱回折法の基礎についてアドバイスや文献の提供をいただいた日本電子株式会社様、ならびに、株式会社 TSL ソリューションズ様に感謝の意を表します。

最後に、長い間支援していただいた家族、親戚の皆様に心より深く感謝いたします。

2024年2月



## Appendix

EBSD のオイラー角からステレオ投影図を描写し結晶方位解析を行うプログラム  
(Mathematica v.13.1 で動作)

```
*****  
"Program for Crystal orientation analysis calculation and draw Stereographic projections. "  
  
"                Develop by Nagano Kentaro.                "  
  
"                2022.05.28                "  
  
<<Utilities`CleanSlate`  
CleanSlate[]  
ClearAll["Global`*"]  
excmat2={{1,0,0},{0,1,0},{0,0,1}}  
MatrixForm[excmat2]  
excmat1={{1,0,0},{0,1,0},{0,0,1}}  
MatrixForm[excmat1]  
"Euler angles of Matrix"  
mg=MatrixForm[amatrix2={{Cos[x6]*Cos[x4]-  
Sin[x6]*Cos[x5]*Sin[x4],Cos[x6]*Sin[x4]+Sin[x6]*Cos[x5]*Cos[x4],Sin[x6]*Sin[x5]},{-Sin[x6]*Cos[x4]-  
Cos[x6]*Cos[x5]*Sin[x4],-Sin[x6]*Sin[x4]+Cos[x6]*Cos[x5]*Cos[x4],Cos[x6]*Sin[x5]},{Sin[x5]*Sin[x4],-  
Sin[x5]*Cos[x4],Cos[x5]}}/.{x4->152.2Degree,x5->16.7Degree,x6->180.6Degree}]  
"Euler angles of comparative phases"  
ma=MatrixForm[amatrix1={{Cos[x3]*Cos[x1]-  
Sin[x3]*Cos[x2]*Sin[x1],Cos[x3]*Sin[x1]+Sin[x3]*Cos[x2]*Cos[x1],Sin[x3]*Sin[x2]},{-Sin[x3]*Cos[x1]-  
Cos[x3]*Cos[x2]*Sin[x1],-Sin[x3]*Sin[x1]+Cos[x3]*Cos[x2]*Cos[x1],Cos[x3]*Sin[x2]},{Sin[x2]*Sin[x1],-  
Sin[x2]*Cos[x1],Cos[x2]}}/.{x1->310.0Degree,x2->120.2Degree,x3->214.3Degree}]  
matrix2=excmat2.amatrix2  
matrix1=excmat1.amatrix1  
MatrixForm[matrix2]  
MatrixForm[matrix1]  
  
Text[T]
```

Tm=matrix2.Inverse[matrix1]

T=MatrixForm[Tm]

Text["o"]

hxo=0

kxo=0

lxo=1

rxo=Sqrt[hxo^2+kxo^2+lxo^2]

xao=2\*1\*hxo/(lxo+rxo)

yao=2\*1\*kxo/(lxo+rxo)

Text["to"]

Thxo=hxo\*T[[1,1,1]]+kxo\*T[[1,1,2]]+lxo\*T[[1,1,3]]

Tkxo=hxo\*T[[1,2,1]]+kxo\*T[[1,2,2]]+lxo\*T[[1,2,3]]

Tlxo=hxo\*T[[1,3,1]]+kxo\*T[[1,3,2]]+lxo\*T[[1,3,3]]

Trxo=Sqrt[Thxo^2+Tkxo^2+Tlxo^2]

Txao=2\*1\*Thxo/(Tlxo+Trxo)

Tyao=2\*1\*Tkxo/(Tlxo+Trxo)

Text["X1"]

hx1=0

kx1=1

lx1=0

rx1=Sqrt[hx1^2+kx1^2+lx1^2]

xa1=2\*1\*hx1/(lx1+rx1)

ya1=2\*1\*kx1/(lx1+rx1)

aa1=ya1/xa1

cxa1=Sqrt[4/(1+(1/aa1^2))]

cya1=If[aa1==0,2,-cxa1/aa1,0]

cxal2=-cxa1

cyal2=-cya1

rc1=Sqrt[(xa1-cxa1)^2+(ya1-cya1)^2]

sita=Sqrt[Sqrt[xa1^2+ya1^2]/rc1]

Text["TX1"]

Thx1=hx1\*T[[1,1,1]]+kx1\*T[[1,1,2]]+lx1\*T[[1,1,3]]

Tkx1=hx1\*T[[1,2,1]]+kx1\*T[[1,2,2]]+lx1\*T[[1,2,3]]

$$Tlx1=hx1*T[[1,3,1]]+kx1*T[[1,3,2]]+lx1*T[[1,3,3]]$$

$$Trx1=\text{Sqrt}[Thx1^2+Tkx1^2+Tlx1^2]$$

$$Txa1=2*1*Thx1/(Tlx1+Trx1)$$

$$Tya1=2*1*Tkx1/(Tlx1+Trx1)$$

Text["X2"]

$$hx2=1$$

$$kx2=2$$

$$lx2=0$$

$$rx2=\text{Sqrt}[hx2^2+kx2^2+lx2^2]$$

$$xa2=2*1*hx2/(lx2+rx2)$$

$$ya2=2*1*kx2/(lx2+rx2)$$

Text["TX2"]

$$Thx2=hx2*T[[1,1,1]]+kx2*T[[1,1,2]]+lx2*T[[1,1,3]]$$

$$Tkx2=hx2*T[[1,2,1]]+kx2*T[[1,2,2]]+lx2*T[[1,2,3]]$$

$$Tlx2=hx2*T[[1,3,1]]+kx2*T[[1,3,2]]+lx2*T[[1,3,3]]$$

$$Trx2=\text{Sqrt}[Thx2^2+Tkx2^2+Tlx2^2]$$

$$Txa2=2*1*Thx2/(Tlx2+Trx2)$$

$$Tya2=2*1*Tkx2/(Tlx2+Trx2)$$

Text["x3"]

$$hx3=1$$

$$kx3=1$$

$$lx3=0$$

$$rx3=\text{Sqrt}[hx3^3+kx3^2+lx3^2]$$

$$xa3=2*1*hx3/(lx3+rx3)$$

$$ya3=2*1*kx3/(lx3+rx3)$$

$$aa3=ya3/xa3$$

$$cxa3=\text{Sqrt}[4/(1+(1/aa3^2))]$$

$$cya3=\text{If}[aa3==0,2,-cxa3/aa3,0]$$

$$cxa32=-cxa3$$

$$cya32=-cya3$$

$$rc3=\text{Sqrt}[(xa3-cxa3)^2+(ya3-cya3)^2]$$

$$sita=\text{Sqrt}[\text{Sqrt}[xa3^2+ya3^2]/rc3]$$

Text["TX3"]  
 $Thx3 = hx3 * T[[1, 1, 1]] + kx3 * T[[1, 1, 2]] + lx3 * T[[1, 1, 3]]$   
 $Tkx3 = hx3 * T[[1, 2, 1]] + kx3 * T[[1, 2, 2]] + lx3 * T[[1, 2, 3]]$   
 $Tlx3 = hx3 * T[[1, 3, 1]] + kx3 * T[[1, 3, 2]] + lx3 * T[[1, 3, 3]]$   
 $Trx3 = \text{Sqrt}[Thx3^2 + Tkx3^2 + Tlx3^2]$   
 $Txa3 = 2 * 1 * Thx3 / (Tlx3 + Trx3)$   
 $Tya3 = 2 * 1 * Tkx3 / (Tlx3 + Trx3)$

Text["x4"]  
 $hx4 = 2$   
 $kx4 = 1$   
 $lx4 = 0$   
 $rx4 = \text{Sqrt}[hx4^2 + kx4^2 + lx4^2]$   
 $xa4 = 2 * 1 * hx4 / (lx4 + rx4)$   
 $ya4 = 2 * 1 * kx4 / (lx4 + rx4)$

Text["TX4"]  
 $Thx4 = hx4 * T[[1, 1, 1]] + kx4 * T[[1, 1, 2]] + lx4 * T[[1, 1, 3]]$   
 $Tkx4 = hx4 * T[[1, 2, 1]] + kx4 * T[[1, 2, 2]] + lx4 * T[[1, 2, 3]]$   
 $Tlx4 = hx4 * T[[1, 3, 1]] + kx4 * T[[1, 3, 2]] + lx4 * T[[1, 3, 3]]$   
 $Trx4 = \text{Sqrt}[Thx4^2 + Tkx4^2 + Tlx4^2]$   
 $Txa4 = 2 * 1 * Thx4 / (Tlx4 + Trx4)$   
 $Tya4 = 2 * 1 * Tkx4 / (Tlx4 + Trx4)$

Text["x5"]  
 $hx5 = 1$   
 $kx5 = 0$   
 $lx5 = 0$   
 $rx5 = \text{Sqrt}[hx5^2 + kx5^2 + lx5^2]$   
 $xa5 = 2 * 1 * hx5 / (lx5 + rx5)$   
 $ya5 = 2 * 1 * kx5 / (lx5 + rx5)$   
 $aa5 = ya5 / xa5$   
 $cxa5 = \text{Sqrt}[4 / (1 + (1 / aa5^2))]$   
 $cya5 = \text{If}[aa5 == 0, 2, -cxa5 / aa5, 0]$   
 $cxa52 = -cxa1$   
 $cya52 = -cya1$   
 $rc5 = \text{Sqrt}[(xa5 - cxa5)^2 + (ya5 - cya5)^2]$

$$\text{sit}a=\text{Sqrt}[\text{Sqrt}[x\text{a}5^2+y\text{a}5^2]/r\text{c}5]$$

Text["TX5"]

$$\text{Th}x5=\text{h}x5*\text{T}[[1,1,1]]+\text{k}x5*\text{T}[[1,1,2]]+\text{l}x5*\text{T}[[1,1,3]]$$

$$\text{Tk}x5=\text{h}x5*\text{T}[[1,2,1]]+\text{k}x5*\text{T}[[1,2,2]]+\text{l}x5*\text{T}[[1,2,3]]$$

$$\text{Tl}x5=\text{h}x5*\text{T}[[1,3,1]]+\text{k}x5*\text{T}[[1,3,2]]+\text{l}x5*\text{T}[[1,3,3]]$$

$$\text{Tr}x5=\text{Sqrt}[\text{Th}x5^2+\text{Tk}x5^2+\text{Tl}x5^2]$$

$$\text{Txa}5=2*1*\text{Th}x5/(\text{Tl}x5+\text{Tr}x5)$$

$$\text{Tya}5=2*1*\text{Tk}x5/(\text{Tl}x5+\text{Tr}x5)$$

Text["x6"]

$$\text{h}x6=2$$

$$\text{k}x6=-1$$

$$\text{l}x6=0$$

$$\text{r}x6=\text{Sqrt}[\text{h}x6^2+\text{k}x6^2+\text{l}x6^2]$$

$$\text{x}a6=2*1*\text{h}x6/(\text{l}x6+\text{r}x6)$$

$$\text{y}a6=2*1*\text{k}x6/(\text{l}x6+\text{r}x6)$$

Text["TX6"]

$$\text{Th}x6=\text{h}x6*\text{T}[[1,1,1]]+\text{k}x6*\text{T}[[1,1,2]]+\text{l}x6*\text{T}[[1,1,3]]$$

$$\text{Tk}x6=\text{h}x6*\text{T}[[1,2,1]]+\text{k}x6*\text{T}[[1,2,2]]+\text{l}x6*\text{T}[[1,2,3]]$$

$$\text{Tl}x6=\text{h}x6*\text{T}[[1,3,1]]+\text{k}x6*\text{T}[[1,3,2]]+\text{l}x6*\text{T}[[1,3,3]]$$

$$\text{Tr}x6=\text{Sqrt}[\text{Th}x6^2+\text{Tk}x6^2+\text{Tl}x6^2]$$

$$\text{Txa}6=2*1*\text{Th}x6/(\text{Tl}x6+\text{Tr}x6)$$

$$\text{Tya}6=2*1*\text{Tk}x6/(\text{Tl}x6+\text{Tr}x6)$$

Text["x7"]

$$\text{h}x7=1$$

$$\text{k}x7=-1$$

$$\text{l}x7=0$$

$$\text{r}x7=\text{Sqrt}[\text{h}x7^2+\text{k}x7^2+\text{l}x7^2]$$

$$\text{x}a7=2*1*\text{h}x7/(\text{l}x7+\text{r}x7)$$

$$\text{y}a7=2*1*\text{k}x7/(\text{l}x7+\text{r}x7)$$

$$\text{aa}7=\text{y}a7/\text{x}a7$$

$$\text{c}x\text{a}7=\text{Sqrt}[4/(1+(1/\text{aa}7^2))]$$

$$\text{c}y\text{a}7=\text{If}[\text{aa}7==0,2,-\text{c}x\text{a}7/\text{aa}7,0]$$

$$\text{c}x\text{a}72=-\text{c}x\text{a}7$$

$$\text{c}y\text{a}72=-\text{c}y\text{a}7$$

$rc7 = \text{Sqrt}[(xa7 - cxa7)^2 + (ya7 - cya7)^2]$   
 $sita = \text{Sqrt}[\text{Sqrt}[xa7^2 + ya7^2] / rc7]$   
 Text["TX7"]  
 $Thx7 = hx7 * T[[1, 1, 1]] + kx7 * T[[1, 1, 2]] + lx7 * T[[1, 1, 3]]$   
 $Tkx7 = hx7 * T[[1, 2, 1]] + kx7 * T[[1, 2, 2]] + lx7 * T[[1, 2, 3]]$   
 $Tlx7 = hx7 * T[[1, 3, 1]] + kx7 * T[[1, 3, 2]] + lx7 * T[[1, 3, 3]]$   
 $Trx7 = \text{Sqrt}[Thx7^2 + Tkx7^2 + Tlx7^2]$   
 $Txa7 = 2 * 1 * Thx7 / (Tlx7 + Trx7)$   
 $Tya7 = 2 * 1 * Tkx7 / (Tlx7 + Trx7)$

Text["x8"]  
 $hx8 = 1$   
 $kx8 = -2$   
 $lx8 = 0$   
 $rx8 = \text{Sqrt}[hx8^2 + kx8^2 + lx8^2]$   
 $xa8 = 2 * 1 * hx8 / (lx8 + rx8)$   
 $ya8 = 2 * 1 * kx8 / (lx8 + rx8)$   
 Text["TX8"]  
 $Thx8 = hx8 * T[[1, 1, 1]] + kx8 * T[[1, 1, 2]] + lx8 * T[[1, 1, 3]]$   
 $Tkx8 = hx8 * T[[1, 2, 1]] + kx8 * T[[1, 2, 2]] + lx8 * T[[1, 2, 3]]$   
 $Tlx8 = hx8 * T[[1, 3, 1]] + kx8 * T[[1, 3, 2]] + lx8 * T[[1, 3, 3]]$   
 $Trx8 = \text{Sqrt}[Thx8^2 + Tkx8^2 + Tlx8^2]$   
 $Txa8 = 2 * 1 * Thx8 / (Tlx8 + Trx8)$   
 $Tya8 = 2 * 1 * Tkx8 / (Tlx8 + Trx8)$

Text["x9"]  
 $hx9 = 0$   
 $kx9 = -1$   
 $lx9 = 0$   
 $rx9 = \text{Sqrt}[hx9^2 + kx9^2 + lx9^2]$   
 $xa9 = 2 * 1 * hx9 / (lx9 + rx9)$   
 $ya9 = 2 * 1 * kx9 / (lx9 + rx9)$   
 $aa9 = ya9 / xa9$   
 $cxa9 = \text{Sqrt}[4 / (1 + (1 / aa9^2))]$   
 $cya9 = \text{If}[aa9 == 0, 2, -cxa9 / aa9, 0]$   
 $cxa92 = -cxa9$   
 $cya92 = -cya9$

```

rc9=Sqrt[(xa9-cxa9)^2+(ya9-cya9)^2]
sita=Sqrt[Sqrt[xa9^2+ya9^2]/rc9]
Text["TX9"]
Thx9=hx9*T[[1,1,1]]+kx9*T[[1,1,2]]+lx9*T[[1,1,3]]
Tlx9=hx9*T[[1,2,1]]+kx9*T[[1,2,2]]+lx9*T[[1,2,3]]
Tlx9=hx9*T[[1,3,1]]+kx9*T[[1,3,2]]+lx9*T[[1,3,3]]
Trx9=Sqrt[Thx9^2+Tlx9^2+Tlx9^2]
Txa9=2*1*Thx9/(Tlx9+Trx9)
Tya9=2*1*Tlx9/(Tlx9+Trx9)
Text["x10"]
hx10=-1
kx10=-2
lx10=0
rx10=Sqrt[hx10^2+kx10^2+lx10^2]
xa10=2*1*hx10/(lx10+rx10)
ya10=2*1*kx10/(lx10+rx10)
Text["TX10"]
Thx10=hx10*T[[1,1,1]]+kx10*T[[1,1,2]]+lx10*T[[1,1,3]]
Tlx10=hx10*T[[1,2,1]]+kx10*T[[1,2,2]]+lx10*T[[1,2,3]]
Tlx10=hx10*T[[1,3,1]]+kx10*T[[1,3,2]]+lx10*T[[1,3,3]]
Trx10=Sqrt[Thx10^2+Tlx10^2+Tlx10^2]
Txa10=2*1*Thx10/(Tlx10+Trx10)
Tya10=2*1*Tlx10/(Tlx10+Trx10)
Text["x11"]
hx11=-1
kx11=-1
lx11=0
rx11=Sqrt[hx11^2+kx11^2+lx11^2]
xa11=2*1*hx11/(lx11+rx11)
ya11=2*1*kx11/(lx11+rx11)
aa11=ya11/xa11
cxa11=Sqrt[4/(1+(1/aa11^2))]
cya11=If[aa11==0,2,-cxa11/aa11,0]
cxa112=-cxa11
cya112=-cya11
rc11=Sqrt[(xa11-cxa11)^2+(ya11-cya11)^2]

```

$$\text{sit}a=\text{Sqrt}[\text{Sqrt}[x_{a11}^2+y_{a11}^2]/rc_{11}]$$

Text["TX11"]

$$\text{Thx}_{11}=\text{hx}_{11}*\text{T}[[1,1,1]]+\text{kx}_{11}*\text{T}[[1,1,2]]+\text{lx}_{11}*\text{T}[[1,1,3]]$$

$$\text{Tkx}_{11}=\text{hx}_{11}*\text{T}[[1,2,1]]+\text{kx}_{11}*\text{T}[[1,2,2]]+\text{lx}_{11}*\text{T}[[1,2,3]]$$

$$\text{Tlx}_{11}=\text{hx}_{11}*\text{T}[[1,3,1]]+\text{kx}_{11}*\text{T}[[1,3,2]]+\text{lx}_{11}*\text{T}[[1,3,3]]$$

$$\text{Trx}_{11}=\text{Sqrt}[\text{Thx}_{11}^2+\text{Tkx}_{11}^2+\text{Tlx}_{11}^2]$$

$$\text{Txa}_{11}=2*1*\text{Thx}_{11}/(\text{Tlx}_{11}+\text{Trx}_{11})$$

$$\text{Tya}_{11}=2*1*\text{Tkx}_{11}/(\text{Tlx}_{11}+\text{Trx}_{11})$$

Text["x12"]

$$\text{hx}_{12}=-2$$

$$\text{kx}_{12}=-1$$

$$\text{lx}_{12}=0$$

$$\text{rx}_{12}=\text{Sqrt}[\text{hx}_{12}^2+\text{kx}_{12}^2+\text{lx}_{12}^2]$$

$$\text{xa}_{12}=2*1*\text{hx}_{12}/(\text{lx}_{12}+\text{rx}_{12})$$

$$\text{ya}_{12}=2*1*\text{kx}_{12}/(\text{lx}_{12}+\text{rx}_{12})$$

Text["TX12"]

$$\text{Thx}_{12}=\text{hx}_{12}*\text{T}[[1,1,1]]+\text{kx}_{12}*\text{T}[[1,1,2]]+\text{lx}_{12}*\text{T}[[1,1,3]]$$

$$\text{Tkx}_{12}=\text{hx}_{12}*\text{T}[[1,2,1]]+\text{kx}_{12}*\text{T}[[1,2,2]]+\text{lx}_{12}*\text{T}[[1,2,3]]$$

$$\text{Tlx}_{12}=\text{hx}_{12}*\text{T}[[1,3,1]]+\text{kx}_{12}*\text{T}[[1,3,2]]+\text{lx}_{12}*\text{T}[[1,3,3]]$$

$$\text{Trx}_{12}=\text{Sqrt}[\text{Thx}_{12}^2+\text{Tkx}_{12}^2+\text{Tlx}_{12}^2]$$

$$\text{Txa}_{12}=2*1*\text{Thx}_{12}/(\text{Tlx}_{12}+\text{Trx}_{12})$$

$$\text{Tya}_{12}=2*1*\text{Tkx}_{12}/(\text{Tlx}_{12}+\text{Trx}_{12})$$

Text["x13"]

$$\text{hx}_{13}=-1$$

$$\text{kx}_{13}=0$$

$$\text{lx}_{13}=0$$

$$\text{rx}_{13}=\text{Sqrt}[\text{hx}_{13}^2+\text{kx}_{13}^2+\text{lx}_{13}^2]$$

$$\text{xa}_{13}=2*1*\text{hx}_{13}/(\text{lx}_{13}+\text{rx}_{13})$$

$$\text{ya}_{13}=2*1*\text{kx}_{13}/(\text{lx}_{13}+\text{rx}_{13})$$

$$\text{aa}_{13}=\text{ya}_{13}/\text{xa}_{13}$$

$$\text{cxa}_{13}=\text{Sqrt}[4/(1+(1/\text{aa}_{13}^2))]$$

$$\text{cya}_{13}=\text{If}[\text{aa}_{13}==0,2,-\text{cxa}_{13}/\text{aa}_{13},0]$$

$$\text{cxa}_{132}=-\text{cxa}_{13}$$

$$\text{cya}_{132}=-\text{cya}_{13}$$

$$\text{rc}_{13}=\text{Sqrt}[(\text{xa}_{13}-\text{cxa}_{13})^2+(\text{ya}_{13}-\text{cya}_{13})^2]$$



```

sita=Sqrt[Sqrt[xa13^2+ya13^2]/rc13]
Text["TX13"]
Thx13=hx13*T[[1,1,1]]+kx13*T[[1,1,2]]+lx13*T[[1,1,3]]
Tlx13=hx13*T[[1,2,1]]+kx13*T[[1,2,2]]+lx13*T[[1,2,3]]
Tlx13=hx13*T[[1,3,1]]+kx13*T[[1,3,2]]+lx13*T[[1,3,3]]
Trx13=Sqrt[Thx13^2+Tlx13^2+Tlx13^2]
Txa13=2*1*Thx13/(Tlx13+Trx13)
Tya13=2*1*Tlx13/(Tlx13+Trx13)
Text["x14"]
hx14=-2
kx14=1
lx14=0
rx14=Sqrt[hx14^2+kx14^2+lx14^2]
xa14=2*1*hx14/(lx14+rx14)
ya14=2*1*kx14/(lx14+rx14)
Text["TX14"]
Thx14=hx14*T[[1,1,1]]+kx14*T[[1,1,2]]+lx14*T[[1,1,3]]
Tlx14=hx14*T[[1,2,1]]+kx14*T[[1,2,2]]+lx14*T[[1,2,3]]
Tlx14=hx14*T[[1,3,1]]+kx14*T[[1,3,2]]+lx14*T[[1,3,3]]
Trx14=Sqrt[Thx14^2+Tlx14^2+Tlx14^2]
Txa14=2*1*Thx14/(Tlx14+Trx14)
Tya14=2*1*Tlx14/(Tlx14+Trx14)
Text["x15"]
hx15=-1
kx15=1
lx15=0
rx15=Sqrt[hx15^2+kx15^2+lx15^2]
xa15=2*1*hx15/(lx15+rx15)
ya15=2*1*kx15/(lx15+rx15)
aa15=ya15/xa15
cxa15=Sqrt[4/(1+(1/aa15^2))]
cya15=If[aa15==0,2,-cxa15/aa15,0]
cxa152=-cxa15
cya152=-cya15
rc15=Sqrt[(xa15-cxa15)^2+(ya15-cya15)^2]
sita=Sqrt[Sqrt[xa15^2+ya15^2]/rc15]

```

Text["TX15"]

$$\text{Thx15} = \text{hx15} * \text{T}[[1,1,1]] + \text{kx15} * \text{T}[[1,1,2]] + \text{lx15} * \text{T}[[1,1,3]]$$

$$\text{Tkx15} = \text{hx15} * \text{T}[[1,2,1]] + \text{kx15} * \text{T}[[1,2,2]] + \text{lx15} * \text{T}[[1,2,3]]$$

$$\text{Tlx15} = \text{hx15} * \text{T}[[1,3,1]] + \text{kx15} * \text{T}[[1,3,2]] + \text{lx15} * \text{T}[[1,3,3]]$$

$$\text{Trx15} = \text{Sqrt}[\text{Thx15}^2 + \text{Tkx15}^2 + \text{Tlx15}^2]$$

$$\text{Txa15} = 2 * 1 * \text{Thx15} / (\text{Tlx15} + \text{Trx15})$$

$$\text{Tya15} = 2 * 1 * \text{Tkx15} / (\text{Tlx15} + \text{Trx15})$$

Text["x16"]

$$\text{hx16} = -1$$

$$\text{kx16} = 2$$

$$\text{lx16} = 0$$

$$\text{rx16} = \text{Sqrt}[\text{hx16}^2 + \text{kx16}^2 + \text{lx16}^2]$$

$$\text{xa16} = 2 * 1 * \text{hx16} / (\text{lx16} + \text{rx16})$$

$$\text{ya16} = 2 * 1 * \text{kx16} / (\text{lx16} + \text{rx16})$$

Text["TX16"]

$$\text{Thx16} = \text{hx16} * \text{T}[[1,1,1]] + \text{kx16} * \text{T}[[1,1,2]] + \text{lx16} * \text{T}[[1,1,3]]$$

$$\text{Tkx16} = \text{hx16} * \text{T}[[1,2,1]] + \text{kx16} * \text{T}[[1,2,2]] + \text{lx16} * \text{T}[[1,2,3]]$$

$$\text{Tlx16} = \text{hx16} * \text{T}[[1,3,1]] + \text{kx16} * \text{T}[[1,3,2]] + \text{lx16} * \text{T}[[1,3,3]]$$

$$\text{Trx16} = \text{Sqrt}[\text{Thx16}^2 + \text{Tkx16}^2 + \text{Tlx16}^2]$$

$$\text{Txa16} = 2 * 1 * \text{Thx16} / (\text{Tlx16} + \text{Trx16})$$

$$\text{Tya16} = 2 * 1 * \text{Tkx16} / (\text{Tlx16} + \text{Trx16})$$

Text["x17"]

$$\text{hx17} = -2$$

$$\text{kx17} = 1$$

$$\text{lx17} = 0$$

$$\text{rx17} = \text{Sqrt}[\text{hx17}^2 + \text{kx17}^2 + \text{lx17}^2]$$

$$\text{xa17} = 2 * 1 * \text{hx17} / (\text{lx17} + \text{rx17})$$

$$\text{ya17} = 2 * 1 * \text{kx17} / (\text{lx17} + \text{rx17})$$

Text["TX17"]

$$\text{Thx17} = \text{hx17} * \text{T}[[1,1,1]] + \text{kx17} * \text{T}[[1,1,2]] + \text{lx17} * \text{T}[[1,1,3]]$$

$$\text{Tkx17} = \text{hx17} * \text{T}[[1,2,1]] + \text{kx17} * \text{T}[[1,2,2]] + \text{lx17} * \text{T}[[1,2,3]]$$

$$\text{Tlx17} = \text{hx17} * \text{T}[[1,3,1]] + \text{kx17} * \text{T}[[1,3,2]] + \text{lx17} * \text{T}[[1,3,3]]$$

$$\text{Trx17} = \text{Sqrt}[\text{Thx17}^2 + \text{Tkx17}^2 + \text{Tlx17}^2]$$

$$\text{Txa17} = 2 * 1 * \text{Thx17} / (\text{Tlx17} + \text{Trx17})$$

$$\text{Tya17} = 2 * 1 * \text{Tkx17} / (\text{Tlx17} + \text{Trx17})$$

Text["y1"]

```

hy1=0
ky1=1
ly1=1
ry1=Sqrt[hy1^2+ky1^2+ly1^2]
xay1=2*1*hy1/(ly1+ry1)
yay1=2*1*ky1/(ly1+ry1)
Text["ty1"]
Thy1=hy1*T[[1,1,1]]+ky1*T[[1,1,2]]+ly1*T[[1,1,3]]
Tky1=hy1*T[[1,2,1]]+ky1*T[[1,2,2]]+ly1*T[[1,2,3]]
Tly1=hy1*T[[1,3,1]]+ky1*T[[1,3,2]]+ly1*T[[1,3,3]]
Try1=Sqrt[Thy1^2+Tky1^2+Tly1^2]
Txay1=2*1*Thy1/(Tly1+Try1)
Tyay1=2*1*Tky1/(Tly1+Try1)
Text["y2"]
hy2=0
ky2=-1
ly2=1
ry2=Sqrt[hy2^2+ky2^2+ly2^2]
xay2=2*1*hy2/(ly2+ry2)
yay2=2*1*ky2/(ly2+ry2)
Text["ty2"]
Thy2=hy2*T[[1,1,1]]+ky2*T[[1,1,2]]+ly2*T[[1,1,3]]
Tky2=hy2*T[[1,2,1]]+ky2*T[[1,2,2]]+ly2*T[[1,2,3]]
Tly2=hy2*T[[1,3,1]]+ky2*T[[1,3,2]]+ly2*T[[1,3,3]]
Try2=Sqrt[Thy2^2+Tky2^2+Tly2^2]
Txay2=2*1*Thy2/(Tly2+Try2)
Tyay2=2*1*Tky2/(Tly2+Try2)
Text["y3"]
hy3=-1
ky3=0
ly3=1
ry3=Sqrt[hy3^2+ky3^2+ly3^2]
xay3=2*1*hy3/(ly3+ry3)
yay3=2*1*ky3/(ly3+ry3)
Text["ty3"]
Thy3=hy3*T[[1,1,1]]+ky3*T[[1,1,2]]+ly3*T[[1,1,3]]

```

$$Tky3=hy3*T[[1,2,1]]+ky3*T[[1,2,2]]+ly3*T[[1,2,3]]$$

$$Tly3=hy3*T[[1,3,1]]+ky3*T[[1,3,2]]+ly3*T[[1,3,3]]$$

$$Try3=\text{Sqrt}[Thy3^2+Tky3^2+Tly3^2]$$

$$Txay3=2*1*Thy3/(Tly3+Try3)$$

$$Tyay3=2*1*Tky3/(Tly3+Try3)$$

Text["y4"]

$$hy4=1$$

$$ky4=0$$

$$ly4=1$$

$$ry4=\text{Sqrt}[hy4^2+ky4^2+ly4^2]$$

$$xay4=2*1*hy4/(ly4+ry4)$$

$$yay4=2*1*ky4/(ly4+ry4)$$

Text["ty4"]

$$Thy4=hy4*T[[1,1,1]]+ky4*T[[1,1,2]]+ly4*T[[1,1,3]]$$

$$Tky4=hy4*T[[1,2,1]]+ky4*T[[1,2,2]]+ly4*T[[1,2,3]]$$

$$Tly4=hy4*T[[1,3,1]]+ky4*T[[1,3,2]]+ly4*T[[1,3,3]]$$

$$Try4=\text{Sqrt}[Thy4^2+Tky4^2+Tly4^2]$$

$$Txay4=2*1*Thy4/(Tly4+Try4)$$

$$Tyay4=2*1*Tky4/(Tly4+Try4)$$

Text["z1"]

$$\text{testh1}=-1$$

$$\text{testk1}=1$$

$$\text{testl1}=1$$

$$\text{testrx1}=\text{Sqrt}[\text{testh1}^2+\text{testk1}^2+\text{testl1}^2]$$

$$\text{testxa1}=2*1*\text{testh1}/(\text{testl1}+\text{testrx1})$$

$$\text{testya1}=2*1*\text{testk1}/(\text{testl1}+\text{testrx1})$$

Text["tz1"]

$$\text{Thz1}=\text{testh1}*T[[1,1,1]]+\text{testk1}*T[[1,1,2]]+\text{testl1}*T[[1,1,3]]$$

$$\text{Tkz1}=\text{testh1}*T[[1,2,1]]+\text{testk1}*T[[1,2,2]]+\text{testl1}*T[[1,2,3]]$$

$$\text{Tlz1}=\text{testh1}*T[[1,3,1]]+\text{testk1}*T[[1,3,2]]+\text{testl1}*T[[1,3,3]]$$

$$\text{Trz1}=\text{Sqrt}[\text{Thz1}^2+\text{Tkz1}^2+\text{Tlz1}^2]$$

$$\text{Txaz1}=2*1*\text{Thz1}/(\text{Tlz1}+\text{Trz1})$$

$$\text{Tyaz1}=2*1*\text{Tkz1}/(\text{Tlz1}+\text{Trz1})$$

Text["z2"]

$$\text{testh2}=1$$

```

testk2=-1
testl2=1
testrx2=Sqrt[testh2^2+testk2^2+testl2^2]
testxa2=2*1*testh2/(testl2+testrx2)
testya2=2*1*testk2/(testl2+testrx2)
Text["tz2"]
Thz2=testh2*T[[1,1,1]]+testk2*T[[1,1,2]]+testl2*T[[1,1,3]]
Tkz2=testh2*T[[1,2,1]]+testk2*T[[1,2,2]]+testl2*T[[1,2,3]]
Tlz2=testh2*T[[1,3,1]]+testk2*T[[1,3,2]]+testl2*T[[1,3,3]]
Trz2=Sqrt[Thz2^2+Tkz2^2+Tlz2^2]
Txaz2=2*1*Thz2/(Tlz2+Trz2)
Tyaz2=2*1*Tkz2/(Tlz2+Trz2)

```

```

Text["z3"]
testh3=-1
testk3=-1
testl3=1
testrx3=Sqrt[testh3^2+testk3^2+testl3^2]
testxa3=2*1*testh3/(testl3+testrx3)
testya3=2*1*testk3/(testl3+testrx3)
Text["tz3"]
Thz3=testh3*T[[1,1,1]]+testk3*T[[1,1,2]]+testl3*T[[1,1,3]]
Tkz3=testh3*T[[1,2,1]]+testk3*T[[1,2,2]]+testl3*T[[1,2,3]]
Tlz3=testh3*T[[1,3,1]]+testk3*T[[1,3,2]]+testl3*T[[1,3,3]]
Trz3=Sqrt[Thz3^2+Tkz3^2+Tlz3^2]
Txaz3=2*1*Thz3/(Tlz3+Trz3)
Tyaz3=2*1*Tkz3/(Tlz3+Trz3)

```

```

Text["z4"]
testh4=1
testk4=1
testl4=1
testrx4=Sqrt[testh4^2+testk4^2+testl4^2]
testxa4=2*1*testh4/(testl4+testrx4)
testya4=2*1*testk4/(testl4+testrx4)
Text["tz4"]
Thz4=testh4*T[[1,1,1]]+testk4*T[[1,1,2]]+testl4*T[[1,1,3]]

```

$$Tkz4=testh4*T[[1,2,1]]+testk4*T[[1,2,2]]+testl4*T[[1,2,3]]$$

$$Tlz4=testh4*T[[1,3,1]]+testk4*T[[1,3,2]]+testl4*T[[1,3,3]]$$

$$Trz4=Sqrt[Thz4^2+Tkz4^2+Tlz4^2]$$

$$Txaz4=2*1*Thz4/(Tlz4+Trz4)$$

$$Tyaz4=2*1*Tkz4/(Tlz4+Trz4)$$

Text["Q1"]

$$qh1=-1$$

$$qk1=2$$

$$ql1=1$$

$$qrx1=Sqrt[qh1^2+qk1^2+ql1^2]$$

$$qxa1=2*1*qh1/(ql1+qrx1)$$

$$qya1=2*1*qk1/(ql1+qrx1)$$

Text["tQ1"]

$$Thq1=qh1*T[[1,1,1]]+qk1*T[[1,1,2]]+ql1*T[[1,1,3]]$$

$$Tkq1=qh1*T[[1,2,1]]+qk1*T[[1,2,2]]+ql1*T[[1,2,3]]$$

$$Tlq1=qh1*T[[1,3,1]]+qk1*T[[1,3,2]]+ql1*T[[1,3,3]]$$

$$Trq1=Sqrt[Thq1^2+Tkq1^2+Tlq1^2]$$

$$Txaq1=2*1*Thq1/(Tlq1+Trq1)$$

$$Tyaq1=2*1*Tkq1/(Tlq1+Trq1)$$

Text["Q2"]

$$qh2=-2$$

$$qk2=1$$

$$ql2=1$$

$$qrx2=Sqrt[qh2^2+qk2^2+ql2^2]$$

$$qxa2=2*1*qh2/(ql2+qrx2)$$

$$qya2=2*1*qk2/(ql2+qrx2)$$

Text["tQ2"]

$$Thq2=qh2*T[[1,1,1]]+qk2*T[[1,1,2]]+ql2*T[[1,1,3]]$$

$$Tkq2=qh2*T[[1,2,1]]+qk2*T[[1,2,2]]+ql2*T[[1,2,3]]$$

$$Tlq2=qh2*T[[1,3,1]]+qk2*T[[1,3,2]]+ql2*T[[1,3,3]]$$

$$Trq2=Sqrt[Thq2^2+Tkq2^2+Tlq2^2]$$

$$Txaq2=2*1*Thq2/(Tlq2+Trq2)$$

$$Tyaq2=2*1*Tkq2/(Tlq2+Trq2)$$

Text["Q3"]

$$qh3=-2$$

$qk3=-1$   
 $ql3=1$   
 $qrx3=\text{Sqrt}[qh3^2+qk3^2+ql3^2]$   
 $qxa3=2*1*qh3/(ql3+qrx3)$   
 $qya3=2*1*qk3/(ql3+qrx3)$   
Text["tQ3"]  
 $Thq3=qh3*T[[1,1,1]]+qk3*T[[1,1,2]]+ql3*T[[1,1,3]]$   
 $Tkq3=qh3*T[[1,2,1]]+qk3*T[[1,2,2]]+ql3*T[[1,2,3]]$   
 $Tlq3=qh3*T[[1,3,1]]+qk3*T[[1,3,2]]+ql3*T[[1,3,3]]$   
 $Trq3=\text{Sqrt}[Thq3^2+Tkq3^2+Tlq3^2]$   
 $Txaq3=2*1*Thq3/(Tlq3+Trq3)$   
 $Tyaq3=2*1*Tkq3/(Tlq3+Trq3)$   
Text["Q4"]  
 $qh4=-1$   
 $qk4=-2$   
 $ql4=1$   
 $qrx4=\text{Sqrt}[qh4^2+qk4^2+ql4^2]$   
 $qxa4=2*1*qh4/(ql4+qrx4)$   
 $qya4=2*1*qk4/(ql4+qrx4)$   
Text["tQ4"]  
 $Thq4=qh4*T[[1,1,1]]+qk4*T[[1,1,2]]+ql4*T[[1,1,3]]$   
 $Tkq4=qh4*T[[1,2,1]]+qk4*T[[1,2,2]]+ql4*T[[1,2,3]]$   
 $Tlq4=qh4*T[[1,3,1]]+qk4*T[[1,3,2]]+ql4*T[[1,3,3]]$   
 $Trq4=\text{Sqrt}[Thq4^2+Tkq4^2+Tlq4^2]$   
 $Txaq4=2*1*Thq4/(Tlq4+Trq4)$   
 $Tyaq4=2*1*Tkq4/(Tlq4+Trq4)$   
Text["Q5"]  
 $qh5=1$   
 $qk5=2$   
 $ql5=1$   
 $qrx5=\text{Sqrt}[qh5^2+qk5^2+ql5^2]$   
 $qxa5=2*1*qh5/(ql5+qrx5)$   
 $qya5=2*1*qk5/(ql5+qrx5)$   
Text["tQ5"]  
 $Thq5=qh5*T[[1,1,1]]+qk5*T[[1,1,2]]+ql5*T[[1,1,3]]$   
 $Tkq5=qh5*T[[1,2,1]]+qk5*T[[1,2,2]]+ql5*T[[1,2,3]]$

$$Tlq5=qh5*T[[1,3,1]]+qk5*T[[1,3,2]]+ql5*T[[1,3,3]]$$

$$Trq5=Sqrt[Thq5^2+Tkq5^2+Tlq5^2]$$

$$Txaq5=2*1*Thq5/(Tlq5+Trq5)$$

$$Tyaq5=2*1*Tkq5/(Tlq5+Trq5)$$

Text["Q6"]

$$qh6=2$$

$$qk6=1$$

$$ql6=1$$

$$qrx6=Sqrt[qh6^2+qk6^2+ql6^2]$$

$$qxa6=2*1*qh6/(ql6+qrx6)$$

$$qya6=2*1*qk6/(ql6+qrx6)$$

Text["tQ6"]

$$Thq6=qh6*T[[1,1,1]]+qk6*T[[1,1,2]]+ql6*T[[1,1,3]]$$

$$Tkq6=qh6*T[[1,2,1]]+qk6*T[[1,2,2]]+ql6*T[[1,2,3]]$$

$$Tlq6=qh6*T[[1,3,1]]+qk6*T[[1,3,2]]+ql6*T[[1,3,3]]$$

$$Trq6=Sqrt[Thq6^2+Tkq6^2+Tlq6^2]$$

$$Txaq6=2*1*Thq6/(Tlq6+Trq6)$$

$$Tyaq6=2*1*Tkq6/(Tlq6+Trq6)$$

Text["Q7"]

$$qh7=1$$

$$qk7=-2$$

$$ql7=1$$

$$qrx7=Sqrt[qh7^2+qk7^2+ql7^2]$$

$$qxa7=2*1*qh7/(ql7+qrx7)$$

$$qya7=2*1*qk7/(ql7+qrx7)$$

Text["tQ7"]

$$Thq7=qh7*T[[1,1,1]]+qk7*T[[1,1,2]]+ql7*T[[1,1,3]]$$

$$Tkq7=qh7*T[[1,2,1]]+qk7*T[[1,2,2]]+ql7*T[[1,2,3]]$$

$$Tlq7=qh7*T[[1,3,1]]+qk7*T[[1,3,2]]+ql7*T[[1,3,3]]$$

$$Trq7=Sqrt[Thq7^2+Tkq7^2+Tlq7^2]$$

$$Txaq7=2*1*Thq7/(Tlq7+Trq7)$$

$$Tyaq7=2*1*Tkq7/(Tlq7+Trq7)$$

Text["Q8"]

$$qh8=2$$

$$qk8=-1$$

$$ql8=1$$



$qrx8 = \text{Sqrt}[qh8^2 + qk8^2 + ql8^2]$   
 $qxa8 = 2 * 1 * qh8 / (ql8 + qrx8)$   
 $qya8 = 2 * 1 * qk8 / (ql8 + qrx8)$   
 Text["tQ8"]  
 $Thq8 = qh8 * T[[1, 1, 1]] + qk8 * T[[1, 1, 2]] + ql8 * T[[1, 1, 3]]$   
 $Tkq8 = qh8 * T[[1, 2, 1]] + qk8 * T[[1, 2, 2]] + ql8 * T[[1, 2, 3]]$   
 $Tlq8 = qh8 * T[[1, 3, 1]] + qk8 * T[[1, 3, 2]] + ql8 * T[[1, 3, 3]]$   
 $Trq8 = \text{Sqrt}[Thq8^2 + Tkq8^2 + Tlq8^2]$   
 $Txaq8 = 2 * 1 * Thq8 / (Tlq8 + Trq8)$   
 $Tyaq8 = 2 * 1 * Tkq8 / (Tlq8 + Trq8)$

Text["332"]  
 $qh332 = 3$   
 $qk332 = 3$   
 $ql332 = 2$   
 $qr332 = \text{Sqrt}[qh332^2 + qk332^2 + ql332^2]$   
 $qx332 = 2 * 1 * qh332 / (ql332 + qr332)$   
 $qy332 = 2 * 1 * qk332 / (ql332 + qr332)$   
 Text["t332"]  
 $Th332 = qh332 * T[[1, 1, 1]] + qk332 * T[[1, 1, 2]] + ql332 * T[[1, 1, 3]]$   
 $Tk332 = qh332 * T[[1, 2, 1]] + qk332 * T[[1, 2, 2]] + ql332 * T[[1, 2, 3]]$   
 $Tl332 = qh332 * T[[1, 3, 1]] + qk332 * T[[1, 3, 2]] + ql332 * T[[1, 3, 3]]$   
 $Tr332 = \text{Sqrt}[Th332^2 + Tk332^2 + Tl332^2]$   
 $Tx332 = 2 * 1 * Th332 / (Tl332 + Tr332)$   
 $Ty332 = 2 * 1 * Tk332 / (Tl332 + Tr332)$

Text["-332"]  
 $qhi332 = -3$   
 $qki332 = 3$   
 $qli332 = 2$

$qri332 = \text{Sqrt}[qhi332^2 + qki332^2 + qli332^2]$   
 $qxi332 = 2 * 1 * qhi332 / (qli332 + qri332)$   
 $qyi332 = 2 * 1 * qki332 / (qli332 + qri332)$   
Text["t-332"]  
 $Thi332 = qhi332 * T[[1, 1, 1]] + qki332 * T[[1, 1, 2]] + qli332 * T[[1, 1, 3]]$   
 $Tki332 = qhi332 * T[[1, 2, 1]] + qki332 * T[[1, 2, 2]] + qli332 * T[[1, 2, 3]]$   
 $Tli332 = qhi332 * T[[1, 3, 1]] + qki332 * T[[1, 3, 2]] + qli332 * T[[1, 3, 3]]$   
 $Tri332 = \text{Sqrt}[Thi332^2 + Tki332^2 + Tli332^2]$   
 $Txi332 = 2 * 1 * Thi332 / (Tli332 + Tri332)$   
 $Tyi332 = 2 * 1 * Tki332 / (Tli332 + Tri332)$   
Text["3-32"]  
 $qh3i32 = 3$   
 $qk3i32 = -3$   
 $ql3i32 = 2$   
 $qr3i32 = \text{Sqrt}[qh3i32^2 + qk3i32^2 + ql3i32^2]$   
 $qx3i32 = 2 * 1 * qh3i32 / (ql3i32 + qr3i32)$   
 $qy3i32 = 2 * 1 * qk3i32 / (ql3i32 + qr3i32)$   
Text["t3-32"]  
 $Th3i32 = qh3i32 * T[[1, 1, 1]] + qk3i32 * T[[1, 1, 2]] + ql3i32 * T[[1, 1, 3]]$   
 $Tk3i32 = qh3i32 * T[[1, 2, 1]] + qk3i32 * T[[1, 2, 2]] + ql3i32 * T[[1, 2, 3]]$   
 $Tl3i32 = qh3i32 * T[[1, 3, 1]] + qk3i32 * T[[1, 3, 2]] + ql3i32 * T[[1, 3, 3]]$   
 $Tr3i32 = \text{Sqrt}[Th3i32^2 + Tk3i32^2 + Tl3i32^2]$   
 $Tx3i32 = 2 * 1 * Th3i32 / (Tl3i32 + Tr3i32)$   
 $Ty3i32 = 2 * 1 * Tk3i32 / (Tl3i32 + Tr3i32)$   
  
Text["33-2"]  
 $qh33i2 = -3$   
 $qk33i2 = -3$   
 $ql33i2 = 2$   
 $qr33i2 = \text{Sqrt}[qh33i2^2 + qk33i2^2 + ql33i2^2]$   
 $qx33i2 = 2 * 1 * qh33i2 / (ql33i2 + qr33i2)$   
 $qy33i2 = 2 * 1 * qk33i2 / (ql33i2 + qr33i2)$   
Text["t33-2"]  
 $Th33i2 = qh33i2 * T[[1, 1, 1]] + qk33i2 * T[[1, 1, 2]] + ql33i2 * T[[1, 1, 3]]$   
 $Tk33i2 = qh33i2 * T[[1, 2, 1]] + qk33i2 * T[[1, 2, 2]] + ql33i2 * T[[1, 2, 3]]$   
 $Tl33i2 = qh33i2 * T[[1, 3, 1]] + qk33i2 * T[[1, 3, 2]] + ql33i2 * T[[1, 3, 3]]$

$$\text{Tr33i2}=\text{Sqrt}[\text{Th33i2}^2+\text{Tk33i2}^2+\text{Tl33i2}^2]$$

$$\text{Tx33i2}=2*1*\text{Th33i2}/(\text{Tl33i2}+\text{Tr33i2})$$

$$\text{Ty33i2}=2*1*\text{Tk33i2}/(\text{Tl33i2}+\text{Tr33i2})$$

Text["323"]

$$\text{qh323}=3$$

$$\text{qk323}=2$$

$$\text{ql323}=3$$

$$\text{qr323}=\text{Sqrt}[\text{qh323}^2+\text{qk323}^2+\text{ql323}^2]$$

$$\text{qx323}=2*1*\text{qh323}/(\text{ql323}+\text{qr323})$$

$$\text{qy323}=2*1*\text{qk323}/(\text{ql323}+\text{qr323})$$

Text["t323"]

$$\text{Th323}=\text{qh323}*\text{T}[[1,1,1]]+\text{qk323}*\text{T}[[1,1,2]]+\text{ql323}*\text{T}[[1,1,3]]$$

$$\text{Tk323}=\text{qh323}*\text{T}[[1,2,1]]+\text{qk323}*\text{T}[[1,2,2]]+\text{ql323}*\text{T}[[1,2,3]]$$

$$\text{Tl323}=\text{qh323}*\text{T}[[1,3,1]]+\text{qk323}*\text{T}[[1,3,2]]+\text{ql323}*\text{T}[[1,3,3]]$$

$$\text{Tr323}=\text{Sqrt}[\text{Th323}^2+\text{Tk323}^2+\text{Tl323}^2]$$

$$\text{Tx323}=2*1*\text{Th323}/(\text{Tl323}+\text{Tr323})$$

$$\text{Ty323}=2*1*\text{Tk323}/(\text{Tl323}+\text{Tr323})$$

Text["-323"]

$$\text{qhi323}=-3$$

$$\text{qki323}=2$$

$$\text{qli323}=3$$

$$\text{qri323}=\text{Sqrt}[\text{qhi323}^2+\text{qki323}^2+\text{qli323}^2]$$

$$\text{qxi323}=2*1*\text{qhi323}/(\text{qli323}+\text{qri323})$$

$$\text{qyi323}=2*1*\text{qki323}/(\text{qli323}+\text{qri323})$$

Text["t-323"]

$$\text{Thi323}=\text{qhi323}*\text{T}[[1,1,1]]+\text{qki323}*\text{T}[[1,1,2]]+\text{qli323}*\text{T}[[1,1,3]]$$

$$\text{Tki323}=\text{qhi323}*\text{T}[[1,2,1]]+\text{qki323}*\text{T}[[1,2,2]]+\text{qli323}*\text{T}[[1,2,3]]$$

$$\text{Tli323}=\text{qhi323}*\text{T}[[1,3,1]]+\text{qki323}*\text{T}[[1,3,2]]+\text{qli323}*\text{T}[[1,3,3]]$$

$$\text{Tri323}=\text{Sqrt}[\text{Thi323}^2+\text{Tki323}^2+\text{Tli323}^2]$$

$$\text{Tx323}=2*1*\text{Thi323}/(\text{Tli323}+\text{Tri323})$$

$$\text{Ty323}=2*1*\text{Tki323}/(\text{Tli323}+\text{Tri323})$$

Text["3-23"]

$$\text{qh3i23}=3$$

$qk_{3i23} = -2$   
 $ql_{3i23} = 3$   
 $qr_{3i23} = \sqrt{qh_{3i23}^2 + qk_{3i23}^2 + ql_{3i23}^2}$   
 $qx_{3i23} = 2 * 1 * qh_{3i23} / (ql_{3i23} + qr_{3i23})$   
 $qy_{3i23} = 2 * 1 * qk_{3i23} / (ql_{3i23} + qr_{3i23})$   
Text["t3-23"]  
 $Th_{3i23} = qh_{3i23} * T[[1, 1, 1]] + qk_{3i23} * T[[1, 1, 2]] + ql_{3i23} * T[[1, 1, 3]]$   
 $Tk_{3i23} = qh_{3i23} * T[[1, 2, 1]] + qk_{3i23} * T[[1, 2, 2]] + ql_{3i23} * T[[1, 2, 3]]$   
 $Tl_{3i23} = qh_{3i23} * T[[1, 3, 1]] + qk_{3i23} * T[[1, 3, 2]] + ql_{3i23} * T[[1, 3, 3]]$   
 $Tr_{3i23} = \sqrt{Th_{3i23}^2 + Tk_{3i23}^2 + Tl_{3i23}^2}$   
 $Tx_{3i23} = 2 * 1 * Th_{3i23} / (Tl_{3i23} + Tr_{3i23})$   
 $Ty_{3i23} = 2 * 1 * Tk_{3i23} / (Tl_{3i23} + Tr_{3i23})$   
Text["32-3"]  
 $qh_{32i3} = -3$   
 $qk_{32i3} = -2$   
 $ql_{32i3} = 3$   
 $qr_{32i3} = \sqrt{qh_{32i3}^2 + qk_{32i3}^2 + ql_{32i3}^2}$   
 $qx_{32i3} = 2 * 1 * qh_{32i3} / (ql_{32i3} + qr_{32i3})$   
 $qy_{32i3} = 2 * 1 * qk_{32i3} / (ql_{32i3} + qr_{32i3})$   
Text["t32-3"]  
 $Th_{32i3} = qh_{32i3} * T[[1, 1, 1]] + qk_{32i3} * T[[1, 1, 2]] + ql_{32i3} * T[[1, 1, 3]]$   
 $Tk_{32i3} = qh_{32i3} * T[[1, 2, 1]] + qk_{32i3} * T[[1, 2, 2]] + ql_{32i3} * T[[1, 2, 3]]$   
 $Tl_{32i3} = qh_{32i3} * T[[1, 3, 1]] + qk_{32i3} * T[[1, 3, 2]] + ql_{32i3} * T[[1, 3, 3]]$   
 $Tr_{32i3} = \sqrt{Th_{32i3}^2 + Tk_{32i3}^2 + Tl_{32i3}^2}$   
 $Tx_{32i3} = 2 * 1 * Th_{32i3} / (Tl_{32i3} + Tr_{32i3})$   
 $Ty_{32i3} = 2 * 1 * Tk_{32i3} / (Tl_{32i3} + Tr_{32i3})$   
  
Text["233"]  
 $qh_{233} = 2$   
 $qk_{233} = 3$   
 $ql_{233} = 3$   
 $qr_{233} = \sqrt{qh_{233}^2 + qk_{233}^2 + ql_{233}^2}$   
 $qx_{233} = 2 * 1 * qh_{233} / (ql_{233} + qr_{233})$   
 $qy_{233} = 2 * 1 * qk_{233} / (ql_{233} + qr_{233})$   
Text["t233"]  
 $Th_{233} = qh_{233} * T[[1, 1, 1]] + qk_{233} * T[[1, 1, 2]] + ql_{233} * T[[1, 1, 3]]$

$$Tk_{233} = qh_{233} * T[[1,2,1]] + qk_{233} * T[[1,2,2]] + ql_{233} * T[[1,2,3]]$$

$$Tl_{233} = qh_{233} * T[[1,3,1]] + qk_{233} * T[[1,3,2]] + ql_{233} * T[[1,3,3]]$$

$$Tr_{233} = \text{Sqrt}[Th_{233}^2 + Tk_{233}^2 + Tl_{233}^2]$$

$$Tx_{233} = 2 * 1 * Th_{233} / (Tl_{233} + Tr_{233})$$

$$Ty_{233} = 2 * 1 * Tk_{233} / (Tl_{233} + Tr_{233})$$

Text["-233"]

$$qhi_{233} = -2$$

$$qki_{233} = 3$$

$$qli_{233} = 3$$

$$qri_{233} = \text{Sqrt}[qhi_{233}^2 + qki_{233}^2 + qli_{233}^2]$$

$$qxi_{233} = 2 * 1 * qhi_{233} / (qli_{233} + qri_{233})$$

$$qyi_{233} = 2 * 1 * qki_{233} / (qli_{233} + qri_{233})$$

Text["t233"]

$$Thi_{233} = qhi_{233} * T[[1,1,1]] + qki_{233} * T[[1,1,2]] + qli_{233} * T[[1,1,3]]$$

$$Tki_{233} = qhi_{233} * T[[1,2,1]] + qki_{233} * T[[1,2,2]] + qli_{233} * T[[1,2,3]]$$

$$Tli_{233} = qhi_{233} * T[[1,3,1]] + qki_{233} * T[[1,3,2]] + qli_{233} * T[[1,3,3]]$$

$$Tri_{233} = \text{Sqrt}[Thi_{233}^2 + Tki_{233}^2 + Tli_{233}^2]$$

$$Txi_{233} = 2 * 1 * Thi_{233} / (Tli_{233} + Tri_{233})$$

$$Tyi_{233} = 2 * 1 * Tki_{233} / (Tli_{233} + Tri_{233})$$

Text["2-33"]

$$qh_{2i33} = 2$$

$$qk_{2i33} = -3$$

$$ql_{2i33} = 3$$

$$qr_{2i33} = \text{Sqrt}[qh_{2i33}^2 + qk_{2i33}^2 + ql_{2i33}^2]$$

$$qx_{2i33} = 2 * 1 * qh_{2i33} / (ql_{2i33} + qr_{2i33})$$

$$qy_{2i33} = 2 * 1 * qk_{2i33} / (ql_{2i33} + qr_{2i33})$$

Text["t2-33"]

$$Th_{2i33} = qh_{2i33} * T[[1,1,1]] + qk_{2i33} * T[[1,1,2]] + ql_{2i33} * T[[1,1,3]]$$

$$Tk_{2i33} = qh_{2i33} * T[[1,2,1]] + qk_{2i33} * T[[1,2,2]] + ql_{2i33} * T[[1,2,3]]$$

$$Tl_{2i33} = qh_{2i33} * T[[1,3,1]] + qk_{2i33} * T[[1,3,2]] + ql_{2i33} * T[[1,3,3]]$$

$$Tr_{2i33} = \text{Sqrt}[Th_{2i33}^2 + Tk_{2i33}^2 + Tl_{2i33}^2]$$

$$Tx_{2i33} = 2 * 1 * Th_{2i33} / (Tl_{2i33} + Tr_{2i33})$$

$$Ty_{2i33} = 2 * 1 * Tk_{2i33} / (Tl_{2i33} + Tr_{2i33})$$

Text["23-3"]

$$qh_{23i3} = -2$$

$$qk_{23i3} = -3$$

$$ql_{23i3} = 3$$

$$qr_{23i3} = \text{Sqrt}[qh_{23i3}^2 + qk_{23i3}^2 + ql_{23i3}^2]$$

$$qx_{23i3} = 2 * 1 * qh_{23i3} / (ql_{23i3} + qr_{23i3})$$

$$qy_{23i3} = 2 * 1 * qk_{23i3} / (ql_{23i3} + qr_{23i3})$$

Text["t23-3"]

$$Th_{23i3} = qh_{23i3} * T[[1, 1, 1]] + qk_{23i3} * T[[1, 1, 2]] + ql_{23i3} * T[[1, 1, 3]]$$

$$Tk_{23i3} = qh_{23i3} * T[[1, 2, 1]] + qk_{23i3} * T[[1, 2, 2]] + ql_{23i3} * T[[1, 2, 3]]$$

$$Tl_{23i3} = qh_{23i3} * T[[1, 3, 1]] + qk_{23i3} * T[[1, 3, 2]] + ql_{23i3} * T[[1, 3, 3]]$$

$$Tr_{23i3} = \text{Sqrt}[Th_{23i3}^2 + Tk_{23i3}^2 + Tl_{23i3}^2]$$

$$Tx_{23i3} = 2 * 1 * Th_{23i3} / (Tl_{23i3} + Tr_{23i3})$$

$$Ty_{23i3} = 2 * 1 * Tk_{23i3} / (Tl_{23i3} + Tr_{23i3})$$

Text["113"]

$$qh_{113} = 1$$

$$qk_{113} = 1$$

$$ql_{113} = 3$$

$$qr_{113} = \text{Sqrt}[qh_{113}^2 + qk_{113}^2 + ql_{113}^2]$$

$$qx_{113} = 2 * 1 * qh_{113} / (ql_{113} + qr_{113})$$

$$qy_{113} = 2 * 1 * qk_{113} / (ql_{113} + qr_{113})$$

Text["t113"]

$$Th_{113} = qh_{113} * T[[1, 1, 1]] + qk_{113} * T[[1, 1, 2]] + ql_{113} * T[[1, 1, 3]]$$

$$Tk_{113} = qh_{113} * T[[1, 2, 1]] + qk_{113} * T[[1, 2, 2]] + ql_{113} * T[[1, 2, 3]]$$

$$Tl_{113} = qh_{113} * T[[1, 3, 1]] + qk_{113} * T[[1, 3, 2]] + ql_{113} * T[[1, 3, 3]]$$

$$Tr_{113} = \text{Sqrt}[Th_{113}^2 + Tk_{113}^2 + Tl_{113}^2]$$

$$Tx_{113} = 2 * 1 * Th_{113} / (Tl_{113} + Tr_{113})$$

$$Ty_{113} = 2 * 1 * Tk_{113} / (Tl_{113} + Tr_{113})$$

Text["-113"]

$$qhi_{113} = -1$$

$$qki_{113} = 1$$

$$qli_{113} = 3$$

$$qri_{113} = \text{Sqrt}[qhi_{113}^2 + qki_{113}^2 + qli_{113}^2]$$

$$qxi_{113} = 2 * 1 * qhi_{113} / (qli_{113} + qri_{113})$$

$qy_{i113} = 2 * 1 * qk_{i113} / (ql_{i113} + qri_{i113})$   
 Text["t-113"]  
 $Th_{i113} = qh_{i113} * T[[1,1,1]] + qk_{i113} * T[[1,1,2]] + ql_{i113} * T[[1,1,3]]$   
 $Tk_{i113} = qh_{i113} * T[[1,2,1]] + qk_{i113} * T[[1,2,2]] + ql_{i113} * T[[1,2,3]]$   
 $Tl_{i113} = qh_{i113} * T[[1,3,1]] + qk_{i113} * T[[1,3,2]] + ql_{i113} * T[[1,3,3]]$   
 $Tr_{i113} = \text{Sqrt}[Th_{i113}^2 + Tk_{i113}^2 + Tl_{i113}^2]$   
 $Txi_{i113} = 2 * 1 * Th_{i113} / (Tl_{i113} + Tr_{i113})$   
 $Tyi_{i113} = 2 * 1 * Tk_{i113} / (Tl_{i113} + Tr_{i113})$

Text["1-13"]  
 $qh_{i113} = 1$   
 $qk_{i113} = -1$   
 $ql_{i113} = 3$   
 $qr_{i113} = \text{Sqrt}[qh_{i113}^2 + qk_{i113}^2 + ql_{i113}^2]$   
 $qx_{i113} = 2 * 1 * qh_{i113} / (ql_{i113} + qr_{i113})$   
 $qy_{i113} = 2 * 1 * qk_{i113} / (ql_{i113} + qr_{i113})$   
 Text["t1-13"]  
 $Th_{i113} = qh_{i113} * T[[1,1,1]] + qk_{i113} * T[[1,1,2]] + ql_{i113} * T[[1,1,3]]$   
 $Tk_{i113} = qh_{i113} * T[[1,2,1]] + qk_{i113} * T[[1,2,2]] + ql_{i113} * T[[1,2,3]]$   
 $Tl_{i113} = qh_{i113} * T[[1,3,1]] + qk_{i113} * T[[1,3,2]] + ql_{i113} * T[[1,3,3]]$   
 $Tr_{i113} = \text{Sqrt}[Th_{i113}^2 + Tk_{i113}^2 + Tl_{i113}^2]$   
 $Txi_{i113} = 2 * 1 * Th_{i113} / (Tl_{i113} + Tr_{i113})$   
 $Tyi_{i113} = 2 * 1 * Tk_{i113} / (Tl_{i113} + Tr_{i113})$

Text["11-3"]  
 $qh_{i113} = -1$   
 $qk_{i113} = -1$   
 $ql_{i113} = 3$   
 $qr_{i113} = \text{Sqrt}[qh_{i113}^2 + qk_{i113}^2 + ql_{i113}^2]$   
 $qx_{i113} = 2 * 1 * qh_{i113} / (ql_{i113} + qr_{i113})$   
 $qy_{i113} = 2 * 1 * qk_{i113} / (ql_{i113} + qr_{i113})$   
 Text["t11-3"]  
 $Th_{i113} = qh_{i113} * T[[1,1,1]] + qk_{i113} * T[[1,1,2]] + ql_{i113} * T[[1,1,3]]$   
 $Tk_{i113} = qh_{i113} * T[[1,2,1]] + qk_{i113} * T[[1,2,2]] + ql_{i113} * T[[1,2,3]]$   
 $Tl_{i113} = qh_{i113} * T[[1,3,1]] + qk_{i113} * T[[1,3,2]] + ql_{i113} * T[[1,3,3]]$   
 $Tr_{i113} = \text{Sqrt}[Th_{i113}^2 + Tk_{i113}^2 + Tl_{i113}^2]$   
 $Txi_{i113} = 2 * 1 * Th_{i113} / (Tl_{i113} + Tr_{i113})$

$$Ty_{11i3} = 2 * 1 * Tk_{11i3} / (Tl_{11i3} + Tr_{11i3})$$

Text["131"]

$$qh_{131} = 1$$

$$qk_{131} = 3$$

$$ql_{131} = 1$$

$$qr_{131} = \text{Sqrt}[qh_{131}^2 + qk_{131}^2 + ql_{131}^2]$$

$$qx_{131} = 2 * 1 * qh_{131} / (ql_{131} + qr_{131})$$

$$qy_{131} = 2 * 1 * qk_{131} / (ql_{131} + qr_{131})$$

Text["t131"]

$$Th_{131} = qh_{131} * T[[1, 1, 1]] + qk_{131} * T[[1, 1, 2]] + ql_{131} * T[[1, 1, 3]]$$

$$Tk_{131} = qh_{131} * T[[1, 2, 1]] + qk_{131} * T[[1, 2, 2]] + ql_{131} * T[[1, 2, 3]]$$

$$Tl_{131} = qh_{131} * T[[1, 3, 1]] + qk_{131} * T[[1, 3, 2]] + ql_{131} * T[[1, 3, 3]]$$

$$Tr_{131} = \text{Sqrt}[Th_{131}^2 + Tk_{131}^2 + Tl_{131}^2]$$

$$Tx_{131} = 2 * 1 * Th_{131} / (Tl_{131} + Tr_{131})$$

$$Ty_{131} = 2 * 1 * Tk_{131} / (Tl_{131} + Tr_{131})$$

Text["-131"]

$$qhi_{131} = -1$$

$$qki_{131} = 3$$

$$qli_{131} = 1$$

$$qri_{131} = \text{Sqrt}[qhi_{131}^2 + qki_{131}^2 + qli_{131}^2]$$

$$qxi_{131} = 2 * 1 * qhi_{131} / (qli_{131} + qri_{131})$$

$$qyi_{131} = 2 * 1 * qki_{131} / (qli_{131} + qri_{131})$$

Text["t-131"]

$$Thi_{131} = qhi_{131} * T[[1, 1, 1]] + qki_{131} * T[[1, 1, 2]] + qli_{131} * T[[1, 1, 3]]$$

$$Tki_{131} = qhi_{131} * T[[1, 2, 1]] + qki_{131} * T[[1, 2, 2]] + qli_{131} * T[[1, 2, 3]]$$

$$Tli_{131} = qhi_{131} * T[[1, 3, 1]] + qki_{131} * T[[1, 3, 2]] + qli_{131} * T[[1, 3, 3]]$$

$$Tri_{131} = \text{Sqrt}[Thi_{131}^2 + Tki_{131}^2 + Tli_{131}^2]$$

$$Txi_{131} = 2 * 1 * Thi_{131} / (Tli_{131} + Tri_{131})$$

$$Tyi_{131} = 2 * 1 * Tki_{131} / (Tli_{131} + Tri_{131})$$

Text["1-31"]

$$qhi_{i31} = 1$$

$$qki_{i31} = -3$$

$$qli_{i31} = 1$$



$qr_{131} = \sqrt{qh_{131}^2 + qk_{131}^2 + ql_{131}^2}$   
 $qx_{131} = 2 * 1 * qh_{131} / (ql_{131} + qr_{131})$   
 $qy_{131} = 2 * 1 * qk_{131} / (ql_{131} + qr_{131})$   
 Text["t1-31"]  
 $Th_{131} = qh_{131} * T[[1,1,1]] + qk_{131} * T[[1,1,2]] + ql_{131} * T[[1,1,3]]$   
 $Tk_{131} = qh_{131} * T[[1,2,1]] + qk_{131} * T[[1,2,2]] + ql_{131} * T[[1,2,3]]$   
 $Tl_{131} = qh_{131} * T[[1,3,1]] + qk_{131} * T[[1,3,2]] + ql_{131} * T[[1,3,3]]$   
 $Tr_{131} = \sqrt{Th_{131}^2 + Tk_{131}^2 + Tl_{131}^2}$   
 $Tx_{131} = 2 * 1 * Th_{131} / (Tl_{131} + Tr_{131})$   
 $Ty_{131} = 2 * 1 * Tk_{131} / (Tl_{131} + Tr_{131})$

Text["13-1"]  
 $qh_{131} = -1$   
 $qk_{131} = -3$   
 $ql_{131} = 1$   
 $qr_{131} = \sqrt{qh_{131}^2 + qk_{131}^2 + ql_{131}^2}$   
 $qx_{131} = 2 * 1 * qh_{131} / (ql_{131} + qr_{131})$   
 $qy_{131} = 2 * 1 * qk_{131} / (ql_{131} + qr_{131})$   
 Text["t13-1"]  
 $Th_{131} = qh_{131} * T[[1,1,1]] + qk_{131} * T[[1,1,2]] + ql_{131} * T[[1,1,3]]$   
 $Tk_{131} = qh_{131} * T[[1,2,1]] + qk_{131} * T[[1,2,2]] + ql_{131} * T[[1,2,3]]$   
 $Tl_{131} = qh_{131} * T[[1,3,1]] + qk_{131} * T[[1,3,2]] + ql_{131} * T[[1,3,3]]$   
 $Tr_{131} = \sqrt{Th_{131}^2 + Tk_{131}^2 + Tl_{131}^2}$   
 $Tx_{131} = 2 * 1 * Th_{131} / (Tl_{131} + Tr_{131})$   
 $Ty_{131} = 2 * 1 * Tk_{131} / (Tl_{131} + Tr_{131})$

Text["311"]  
 $qh_{311} = 3$   
 $qk_{311} = 1$   
 $ql_{311} = 1$   
 $qr_{311} = \sqrt{qh_{311}^2 + qk_{311}^2 + ql_{311}^2}$   
 $qx_{311} = 2 * 1 * qh_{311} / (ql_{311} + qr_{311})$   
 $qy_{311} = 2 * 1 * qk_{311} / (ql_{311} + qr_{311})$   
 Text["t311"]  
 $Th_{311} = qh_{311} * T[[1,1,1]] + qk_{311} * T[[1,1,2]] + ql_{311} * T[[1,1,3]]$   
 $Tk_{311} = qh_{311} * T[[1,2,1]] + qk_{311} * T[[1,2,2]] + ql_{311} * T[[1,2,3]]$

$$Tl311=qh311*T[[1,3,1]]+qk311*T[[1,3,2]]+ql311*T[[1,3,3]]$$

$$Tr311=\text{Sqrt}[Th311^2+Tk311^2+Tl311^2]$$

$$Tx311=2*1*Th311/(Tl311+Tr311)$$

$$Ty311=2*1*Tk311/(Tl311+Tr311)$$

Text["-311"]

$$qhi311=-3$$

$$qki311=1$$

$$qli311=1$$

$$qri311=\text{Sqrt}[qhi311^2+qki311^2+qli311^2]$$

$$qxi311=2*1*qhi311/(qli311+qri311)$$

$$qyi311=2*1*qki311/(qli311+qri311)$$

Text["t-311"]

$$Thi311=qhi311*T[[1,1,1]]+qki311*T[[1,1,2]]+qli311*T[[1,1,3]]$$

$$Tki311=qhi311*T[[1,2,1]]+qki311*T[[1,2,2]]+qli311*T[[1,2,3]]$$

$$Tli311=qhi311*T[[1,3,1]]+qki311*T[[1,3,2]]+qli311*T[[1,3,3]]$$

$$Tri311=\text{Sqrt}[Thi311^2+Tki311^2+Tli311^2]$$

$$Txi311=2*1*Thi311/(Tli311+Tri311)$$

$$Tyi311=2*1*Tki311/(Tli311+Tri311)$$

Text["3-11"]

$$qh3i11=3$$

$$qk3i11=-1$$

$$ql3i11=1$$

$$qri3i11=\text{Sqrt}[qh3i11^2+qk3i11^2+ql3i11^2]$$

$$qxi3i11=2*1*qh3i11/(ql3i11+qri3i11)$$

$$qyi3i11=2*1*qk3i11/(ql3i11+qri3i11)$$

Text["t311"]

$$Th3i11=qh3i11*T[[1,1,1]]+qk3i11*T[[1,1,2]]+ql3i11*T[[1,1,3]]$$

$$Tk3i11=qh3i11*T[[1,2,1]]+qk3i11*T[[1,2,2]]+ql3i11*T[[1,2,3]]$$

$$Tl3i11=qh3i11*T[[1,3,1]]+qk3i11*T[[1,3,2]]+ql3i11*T[[1,3,3]]$$

$$Tr3i11=\text{Sqrt}[Th3i11^2+Tk3i11^2+Tl3i11^2]$$

$$Txi3i11=2*1*Th3i11/(Tl3i11+Tr3i11)$$

$$Tyi3i11=2*1*Tk3i11/(Tl3i11+Tr3i11)$$

Text["31-1"]

$qh3i1=-3$   
 $qk3i1=-1$   
 $ql3i1=1$   
 $qr3i1=\text{Sqrt}[qh3i1^2+qk3i1^2+ql3i1^2]$   
 $qx3i1=2*1*qh3i1/(ql3i1+qr3i1)$   
 $qy3i1=2*1*qk3i1/(ql3i1+qr3i1)$   
Text["t3i-1"]  
 $Th3i1=qh3i1*T[[1,1,1]]+qk3i1*T[[1,1,2]]+ql3i1*T[[1,1,3]]$   
 $Tk3i1=qh3i1*T[[1,2,1]]+qk3i1*T[[1,2,2]]+ql3i1*T[[1,2,3]]$   
 $Tl3i1=qh3i1*T[[1,3,1]]+qk3i1*T[[1,3,2]]+ql3i1*T[[1,3,3]]$   
 $Tr3i1=\text{Sqrt}[Th3i1^2+Tk3i1^2+Tl3i1^2]$   
 $Tx3i1=2*1*Th3i1/(Tl3i1+Tr3i1)$   
 $Ty3i1=2*1*Tk3i1/(Tl3i1+Tr3i1)$

Text["112"]  
 $qh1i2=1$   
 $qk1i2=1$   
 $ql1i2=2$   
 $qr1i2=\text{Sqrt}[qh1i2^2+qk1i2^2+ql1i2^2]$   
 $qx1i2=2*1*qh1i2/(ql1i2+qr1i2)$   
 $qy1i2=2*1*qk1i2/(ql1i2+qr1i2)$   
Text["t1i2"]  
 $Th1i2=qh1i2*T[[1,1,1]]+qk1i2*T[[1,1,2]]+ql1i2*T[[1,1,3]]$   
 $Tk1i2=qh1i2*T[[1,2,1]]+qk1i2*T[[1,2,2]]+ql1i2*T[[1,2,3]]$   
 $Tl1i2=qh1i2*T[[1,3,1]]+qk1i2*T[[1,3,2]]+ql1i2*T[[1,3,3]]$   
 $Tr1i2=\text{Sqrt}[Th1i2^2+Tk1i2^2+Tl1i2^2]$   
 $Tx1i2=2*1*Th1i2/(Tl1i2+Tr1i2)$   
 $Ty1i2=2*1*Tk1i2/(Tl1i2+Tr1i2)$

Text["-112"]  
 $qhi1i2=-1$   
 $qki1i2=1$   
 $qli1i2=2$   
 $qri1i2=\text{Sqrt}[qhi1i2^2+qki1i2^2+qli1i2^2]$

$qxi112=2*1*qhi112/(qli112+qri112)$   
 $qyi112=2*1*qki112/(qli112+qri112)$   
 Text["t-112"]  
 $Thi112=qhi112*T[[1,1,1]]+qki112*T[[1,1,2]]+qli112*T[[1,1,3]]$   
 $Tki112=qhi112*T[[1,2,1]]+qki112*T[[1,2,2]]+qli112*T[[1,2,3]]$   
 $Tli112=qhi112*T[[1,3,1]]+qki112*T[[1,3,2]]+qli112*T[[1,3,3]]$   
 $Tri112=Sqrt[Thi112^2+Tki112^2+Tli112^2]$   
 $Txi112=2*1*Thi112/(Tli112+Tri112)$   
 $Tyi112=2*1*Tki112/(Tli112+Tri112)$

Text["1-12"]  
 $qh1i12=1$   
 $qk1i12=-1$   
 $ql1i12=2$   
 $qr1i12=Sqrt[qh1i12^2+qk1i12^2+ql1i12^2]$   
 $qx1i12=2*1*qh1i12/(ql1i12+qr1i12)$   
 $qy1i12=2*1*qk1i12/(ql1i12+qr1i12)$   
 Text["t1-12"]  
 $Th1i12=qh1i12*T[[1,1,1]]+qk1i12*T[[1,1,2]]+ql1i12*T[[1,1,3]]$   
 $Tk1i12=qh1i12*T[[1,2,1]]+qk1i12*T[[1,2,2]]+ql1i12*T[[1,2,3]]$   
 $Tl1i12=qh1i12*T[[1,3,1]]+qk1i12*T[[1,3,2]]+ql1i12*T[[1,3,3]]$   
 $Tr1i12=Sqrt[Th1i12^2+Tk1i12^2+Tl1i12^2]$   
 $Tx1i12=2*1*Th1i12/(Tl1i12+Tr1i12)$   
 $Ty1i12=2*1*Tk1i12/(Tl1i12+Tr1i12)$

Text["-1-12"]  
 $qhi1i12=-1$   
 $qki1i12=-1$   
 $qli1i12=2$   
 $qri1i12=Sqrt[qhi1i12^2+qki1i12^2+qli1i12^2]$   
 $qxi1i12=2*1*qhi1i12/(qli1i12+qri1i12)$   
 $qyi1i12=2*1*qki1i12/(qli1i12+qri1i12)$   
 Text["t-1-12"]  
 $Thi1i12=qhi1i12*T[[1,1,1]]+qki1i12*T[[1,1,2]]+qli1i12*T[[1,1,3]]$   
 $Tki1i12=qhi1i12*T[[1,2,1]]+qki1i12*T[[1,2,2]]+qli1i12*T[[1,2,3]]$   
 $Tli1i12=qhi1i12*T[[1,3,1]]+qki1i12*T[[1,3,2]]+qli1i12*T[[1,3,3]]$

$$\text{Tri1i12}=\text{Sqrt}[\text{Thi1i12}^2+\text{Tki1i12}^2+\text{Tli1i12}^2]$$

$$\text{Tx1i12}=2*1*\text{Thi1i12}/(\text{Tli1i12}+\text{Tri1i12})$$

$$\text{Ty1i12}=2*1*\text{Tki1i12}/(\text{Tli1i12}+\text{Tri1i12})$$

Text["00-1"]

$$\text{qh00i1}=0$$

$$\text{qk00i1}=0$$

$$\text{ql00i1}=-1$$

$$\text{qr00i1}=\text{Sqrt}[\text{qh00i1}^2+\text{qk00i1}^2+\text{ql00i1}^2]$$

$$\text{qx00i1}=2*1*\text{qh00i1}/(\text{ql00i1}+\text{qr00i1})$$

$$\text{qy00i1}=2*1*\text{qk00i1}/(\text{ql00i1}+\text{qr00i1})$$

Text["t00-1"]

$$\text{Th00i1}=\text{qh00i1}*\text{T}[[1,1,1]]+\text{qk00i1}*\text{T}[[1,1,2]]+\text{ql00i1}*\text{T}[[1,1,3]]$$

$$\text{Tk00i1}=\text{qh00i1}*\text{T}[[1,2,1]]+\text{qk00i1}*\text{T}[[1,2,2]]+\text{ql00i1}*\text{T}[[1,2,3]]$$

$$\text{Tl00i1}=\text{qh00i1}*\text{T}[[1,3,1]]+\text{qk00i1}*\text{T}[[1,3,2]]+\text{ql00i1}*\text{T}[[1,3,3]]$$

$$\text{Tr00i1}=\text{Sqrt}[\text{Th00i1}^2+\text{Tk00i1}^2+\text{Tl00i1}^2]$$

$$\text{Tx00i1}=2*1*\text{Th00i1}/(\text{Tl00i1}+\text{Tr00i1})$$

$$\text{Ty00i1}=2*1*\text{Tk00i1}/(\text{Tl00i1}+\text{Tr00i1})$$

Text["01-1"]

$$\text{qh01i1}=0$$

$$\text{qk01i1}=1$$

$$\text{ql01i1}=-1$$

$$\text{qr01i1}=\text{Sqrt}[\text{qh01i1}^2+\text{qk01i1}^2+\text{ql01i1}^2]$$

$$\text{qx01i1}=2*1*\text{qh01i1}/(\text{ql01i1}+\text{qr01i1})$$

$$\text{qy01i1}=2*1*\text{qk01i1}/(\text{ql01i1}+\text{qr01i1})$$

Text["t01-1"]

$$\text{Th01i1}=\text{qh01i1}*\text{T}[[1,1,1]]+\text{qk01i1}*\text{T}[[1,1,2]]+\text{ql01i1}*\text{T}[[1,1,3]]$$

$$\text{Tk01i1}=\text{qh01i1}*\text{T}[[1,2,1]]+\text{qk01i1}*\text{T}[[1,2,2]]+\text{ql01i1}*\text{T}[[1,2,3]]$$

$$\text{Tl01i1}=\text{qh01i1}*\text{T}[[1,3,1]]+\text{qk01i1}*\text{T}[[1,3,2]]+\text{ql01i1}*\text{T}[[1,3,3]]$$

$$\text{Tr01i1}=\text{Sqrt}[\text{Th01i1}^2+\text{Tk01i1}^2+\text{Tl01i1}^2]$$

$$\text{Tx01i1}=2*1*\text{Th01i1}/(\text{Tl01i1}+\text{Tr01i1})$$

$$\text{Ty01i1}=2*1*\text{Tk01i1}/(\text{Tl01i1}+\text{Tr01i1})$$

Text["0-1-1"]

$$\text{qh0i1i1}=0$$

$qk0i1i1=-1$   
 $ql0i1i1=-1$   
 $qr0i1i1=\text{Sqrt}[qh0i1i1^2+qk0i1i1^2+ql0i1i1^2]$   
 $qx0i1i1=2*1*qh0i1i1/(ql0i1i1+qr0i1i1)$   
 $qy0i1i1=2*1*qk0i1i1/(ql0i1i1+qr0i1i1)$   
Text["t0-1-1"]  
 $Th0i1i1=qh0i1i1*T[[1,1,1]]+qk0i1i1*T[[1,1,2]]+ql0i1i1*T[[1,1,3]]$   
 $Tk0i1i1=qh0i1i1*T[[1,2,1]]+qk0i1i1*T[[1,2,2]]+ql0i1i1*T[[1,2,3]]$   
 $Tl0i1i1=qh0i1i1*T[[1,3,1]]+qk0i1i1*T[[1,3,2]]+ql0i1i1*T[[1,3,3]]$   
 $Tr0i1i1=\text{Sqrt}[Th0i1i1^2+Tk0i1i1^2+Tl0i1i1^2]$   
 $Tx0i1i1=2*1*Th0i1i1/(Tl0i1i1+Tr0i1i1)$   
 $Ty0i1i1=2*1*Tk0i1i1/(Tl0i1i1+Tr0i1i1)$   
Text["10-1"]  
 $qh10i1=1$   
 $qk10i1=0$   
 $ql10i1=-1$   
 $qr10i1=\text{Sqrt}[qh10i1^2+qk10i1^2+ql10i1^2]$   
 $qx10i1=2*1*qh10i1/(ql10i1+qr10i1)$   
 $qy10i1=2*1*qk10i1/(ql10i1+qr10i1)$   
Text["t10-1"]  
 $Th10i1=qh10i1*T[[1,1,1]]+qk10i1*T[[1,1,2]]+ql10i1*T[[1,1,3]]$   
 $Tk10i1=qh10i1*T[[1,2,1]]+qk10i1*T[[1,2,2]]+ql10i1*T[[1,2,3]]$   
 $Tl10i1=qh10i1*T[[1,3,1]]+qk10i1*T[[1,3,2]]+ql10i1*T[[1,3,3]]$   
 $Tr10i1=\text{Sqrt}[Th10i1^2+Tk10i1^2+Tl10i1^2]$   
 $Tx10i1=2*1*Th10i1/(Tl10i1+Tr10i1)$   
 $Ty10i1=2*1*Tk10i1/(Tl10i1+Tr10i1)$   
  
Text["-10-1"]  
 $qhi10i1=-1$   
 $qki10i1=0$   
 $qli10i1=-1$   
 $qri10i1=\text{Sqrt}[qhi10i1^2+qki10i1^2+qli10i1^2]$   
 $qxi10i1=2*1*qhi10i1/(qli10i1+qri10i1)$   
 $qyi10i1=2*1*qki10i1/(qli10i1+qri10i1)$   
Text["t-10-1"]  
 $Thi10i1=qhi10i1*T[[1,1,1]]+qki10i1*T[[1,1,2]]+qli10i1*T[[1,1,3]]$

$$T_{ki10i1} = q_{hi10i1} * T[[1,2,1]] + q_{ki10i1} * T[[1,2,2]] + q_{li10i1} * T[[1,2,3]]$$

$$T_{li10i1} = q_{hi10i1} * T[[1,3,1]] + q_{ki10i1} * T[[1,3,2]] + q_{li10i1} * T[[1,3,3]]$$

$$T_{ri10i1} = \text{Sqrt}[T_{hi10i1}^2 + T_{ki10i1}^2 + T_{li10i1}^2]$$

$$T_{xi10i1} = 2 * T_{hi10i1} / (T_{li10i1} + T_{ri10i1})$$

$$T_{yi10i1} = 2 * T_{ki10i1} / (T_{li10i1} + T_{ri10i1})$$

Text["11-1"]

$$q_{h11i1} = 1$$

$$q_{k11i1} = 1$$

$$q_{l11i1} = -1$$

$$q_{r11i1} = \text{Sqrt}[q_{h11i1}^2 + q_{k11i1}^2 + q_{l11i1}^2]$$

$$q_{x11i1} = 2 * q_{h11i1} / (q_{l11i1} + q_{r11i1})$$

$$q_{y11i1} = 2 * q_{k11i1} / (q_{l11i1} + q_{r11i1})$$

Text["t11-1"]

$$T_{h11i1} = q_{h11i1} * T[[1,1,1]] + q_{k11i1} * T[[1,1,2]] + q_{l11i1} * T[[1,1,3]]$$

$$T_{k11i1} = q_{h11i1} * T[[1,2,1]] + q_{k11i1} * T[[1,2,2]] + q_{l11i1} * T[[1,2,3]]$$

$$T_{l11i1} = q_{h11i1} * T[[1,3,1]] + q_{k11i1} * T[[1,3,2]] + q_{l11i1} * T[[1,3,3]]$$

$$T_{r11i1} = \text{Sqrt}[T_{h11i1}^2 + T_{k11i1}^2 + T_{l11i1}^2]$$

$$T_{x11i1} = 2 * T_{h11i1} / (T_{l11i1} + T_{r11i1})$$

$$T_{y11i1} = 2 * T_{k11i1} / (T_{l11i1} + T_{r11i1})$$

Text["-11-1"]

$$q_{hi11i1} = -1$$

$$q_{ki11i1} = 1$$

$$q_{li11i1} = -1$$

$$q_{ri11i1} = \text{Sqrt}[q_{hi11i1}^2 + q_{ki11i1}^2 + q_{li11i1}^2]$$

$$q_{xi11i1} = 2 * q_{hi11i1} / (q_{li11i1} + q_{ri11i1})$$

$$q_{yi11i1} = 2 * q_{ki11i1} / (q_{li11i1} + q_{ri11i1})$$

Text["t-11-1"]

$$T_{hi11i1} = q_{hi11i1} * T[[1,1,1]] + q_{ki11i1} * T[[1,1,2]] + q_{li11i1} * T[[1,1,3]]$$

$$T_{ki11i1} = q_{hi11i1} * T[[1,2,1]] + q_{ki11i1} * T[[1,2,2]] + q_{li11i1} * T[[1,2,3]]$$

$$T_{li11i1} = q_{hi11i1} * T[[1,3,1]] + q_{ki11i1} * T[[1,3,2]] + q_{li11i1} * T[[1,3,3]]$$

$$T_{ri11i1} = \text{Sqrt}[T_{hi11i1}^2 + T_{ki11i1}^2 + T_{li11i1}^2]$$

$$T_{xi11i1} = 2 * T_{hi11i1} / (T_{li11i1} + T_{ri11i1})$$

$$T_{yi11i1} = 2 * T_{ki11i1} / (T_{li11i1} + T_{ri11i1})$$

Text["1-1-1"]  
 $qh1i1i1=1$   
 $qk1i1i1=-1$   
 $ql1i1i1=-1$   
 $qr1i1i1=\text{Sqrt}[qh1i1i1^2+qk1i1i1^2+ql1i1i1^2]$   
 $qx1i1i1=2*1*qh1i1i1/(ql1i1i1+qr1i1i1)$   
 $qy1i1i1=2*1*qk1i1i1/(ql1i1i1+qr1i1i1)$   
Text["t1-1-1"]  
 $Th1i1i1=qh1i1i1*T[[1,1,1]]+qk1i1i1*T[[1,1,2]]+ql1i1i1*T[[1,1,3]]$   
 $Tk1i1i1=qh1i1i1*T[[1,2,1]]+qk1i1i1*T[[1,2,2]]+ql1i1i1*T[[1,2,3]]$   
 $Tl1i1i1=qh1i1i1*T[[1,3,1]]+qk1i1i1*T[[1,3,2]]+ql1i1i1*T[[1,3,3]]$   
 $Tr1i1i1=\text{Sqrt}[Th1i1i1^2+Tk1i1i1^2+Tl1i1i1^2]$   
 $Tx1i1i1=2*1*Th1i1i1/(Tl1i1i1+Tr1i1i1)$   
 $Ty1i1i1=2*1*Tk1i1i1/(Tl1i1i1+Tr1i1i1)$

Text["-1-1-1"]  
 $qhi1i1i1=-1$   
 $qki1i1i1=-1$   
 $qli1i1i1=-1$   
 $qri1i1i1=\text{Sqrt}[qhi1i1i1^2+qki1i1i1^2+qli1i1i1^2]$   
 $qxi1i1i1=2*1*qhi1i1i1/(qli1i1i1+qri1i1i1)$   
 $qyi1i1i1=2*1*qki1i1i1/(qli1i1i1+qri1i1i1)$   
Text["t-1-1-1"]  
 $Thi1i1i1=qhi1i1i1*T[[1,1,1]]+qki1i1i1*T[[1,1,2]]+qli1i1i1*T[[1,1,3]]$   
 $Tki1i1i1=qhi1i1i1*T[[1,2,1]]+qki1i1i1*T[[1,2,2]]+qli1i1i1*T[[1,2,3]]$   
 $Tli1i1i1=qhi1i1i1*T[[1,3,1]]+qki1i1i1*T[[1,3,2]]+qli1i1i1*T[[1,3,3]]$   
 $Tri1i1i1=\text{Sqrt}[Thi1i1i1^2+Tki1i1i1^2+Tli1i1i1^2]$   
 $Txi1i1i1=2*1*Thi1i1i1/(Tli1i1i1+Tri1i1i1)$   
 $Tyi1i1i1=2*1*Tki1i1i1/(Tli1i1i1+Tri1i1i1)$

Text["12-1"]  
 $qh12i1=1$   
 $qk12i1=2$   
 $ql12i1=-1$   
 $qr12i1=\text{Sqrt}[qh12i1^2+qk12i1^2+ql12i1^2]$



$qx_{12i1} = 2 * 1 * qh_{12i1} / (ql_{12i1} + qr_{12i1})$   
 $qy_{12i1} = 2 * 1 * qk_{12i1} / (ql_{12i1} + qr_{12i1})$   
 Text["t12-1"]  
 $Th_{12i1} = qh_{12i1} * T[[1,1,1]] + qk_{12i1} * T[[1,1,2]] + ql_{12i1} * T[[1,1,3]]$   
 $Tk_{12i1} = qh_{12i1} * T[[1,2,1]] + qk_{12i1} * T[[1,2,2]] + ql_{12i1} * T[[1,2,3]]$   
 $Tl_{12i1} = qh_{12i1} * T[[1,3,1]] + qk_{12i1} * T[[1,3,2]] + ql_{12i1} * T[[1,3,3]]$   
 $Tr_{12i1} = \text{Sqrt}[Th_{12i1}^2 + Tk_{12i1}^2 + Tl_{12i1}^2]$   
 $Tx_{12i1} = 2 * 1 * Th_{12i1} / (Tl_{12i1} + Tr_{12i1})$   
 $Ty_{12i1} = 2 * 1 * Tk_{12i1} / (Tl_{12i1} + Tr_{12i1})$

Text["-12-1"]  
 $qhi_{12i1} = -1$   
 $qki_{12i1} = 2$   
 $qli_{12i1} = -1$   
 $qri_{12i1} = \text{Sqrt}[qhi_{12i1}^2 + qki_{12i1}^2 + qli_{12i1}^2]$   
 $qxi_{12i1} = 2 * 1 * qhi_{12i1} / (qil_{12i1} + qri_{12i1})$   
 $qyi_{12i1} = 2 * 1 * qki_{12i1} / (qil_{12i1} + qri_{12i1})$   
 Text["t-12-1"]  
 $Thi_{12i1} = qhi_{12i1} * T[[1,1,1]] + qki_{12i1} * T[[1,1,2]] + qli_{12i1} * T[[1,1,3]]$   
 $Tki_{12i1} = qhi_{12i1} * T[[1,2,1]] + qki_{12i1} * T[[1,2,2]] + qli_{12i1} * T[[1,2,3]]$   
 $Tli_{12i1} = qhi_{12i1} * T[[1,3,1]] + qki_{12i1} * T[[1,3,2]] + qli_{12i1} * T[[1,3,3]]$   
 $Tri_{12i1} = \text{Sqrt}[Thi_{12i1}^2 + Tki_{12i1}^2 + Tli_{12i1}^2]$   
 $Txi_{12i1} = 2 * 1 * Thi_{12i1} / (Tli_{12i1} + Tri_{12i1})$   
 $Tyi_{12i1} = 2 * 1 * Tki_{12i1} / (Tli_{12i1} + Tri_{12i1})$

Text["1-2-1"]  
 $qh_{12i1} = 1$   
 $qk_{12i1} = -2$   
 $ql_{12i1} = -1$   
 $qr_{12i1} = \text{Sqrt}[qh_{12i1}^2 + qk_{12i1}^2 + ql_{12i1}^2]$   
 $qx_{12i1} = 2 * 1 * qh_{12i1} / (ql_{12i1} + qr_{12i1})$   
 $qy_{12i1} = 2 * 1 * qk_{12i1} / (ql_{12i1} + qr_{12i1})$   
 Text["t1-2-1"]  
 $Th_{12i1} = qh_{12i1} * T[[1,1,1]] + qk_{12i1} * T[[1,1,2]] + ql_{12i1} * T[[1,1,3]]$   
 $Tk_{12i1} = qh_{12i1} * T[[1,2,1]] + qk_{12i1} * T[[1,2,2]] + ql_{12i1} * T[[1,2,3]]$   
 $Tl_{12i1} = qh_{12i1} * T[[1,3,1]] + qk_{12i1} * T[[1,3,2]] + ql_{12i1} * T[[1,3,3]]$

$$\text{Tr1i2i1}=\text{Sqrt}[\text{Th1i2i1}^2+\text{Tk1i2i1}^2+\text{Tl1i2i1}^2]$$

$$\text{Tx1i2i1}=2*1*\text{Th1i2i1}/(\text{Tl1i2i1}+\text{Tr1i2i1})$$

$$\text{Ty1i2i1}=2*1*\text{Tk1i2i1}/(\text{Tl1i2i1}+\text{Tr1i2i1})$$

Text["-1-2-1"]

$$\text{qhi1i2i1}=-1$$

$$\text{qki1i2i1}=-2$$

$$\text{qli1i2i1}=-1$$

$$\text{qri1i2i1}=\text{Sqrt}[\text{qhi1i2i1}^2+\text{qki1i2i1}^2+\text{qli1i2i1}^2]$$

$$\text{qxi1i2i1}=2*1*\text{qhi1i2i1}/(\text{qil1i2i1}+\text{qri1i2i1})$$

$$\text{qyi1i2i1}=2*1*\text{qki1i2i1}/(\text{qil1i2i1}+\text{qri1i2i1})$$

Text["t-1-2-1"]

$$\text{Th1i2i1}=\text{qhi1i2i1}*\text{T}[[1,1,1]]+\text{qki1i2i1}*\text{T}[[1,1,2]]+\text{qli1i2i1}*\text{T}[[1,1,3]]$$

$$\text{Tk1i2i1}=\text{qhi1i2i1}*\text{T}[[1,2,1]]+\text{qki1i2i1}*\text{T}[[1,2,2]]+\text{qli1i2i1}*\text{T}[[1,2,3]]$$

$$\text{Tl1i2i1}=\text{qhi1i2i1}*\text{T}[[1,3,1]]+\text{qki1i2i1}*\text{T}[[1,3,2]]+\text{qli1i2i1}*\text{T}[[1,3,3]]$$

$$\text{Tr1i2i1}=\text{Sqrt}[\text{Th1i2i1}^2+\text{Tk1i2i1}^2+\text{Tl1i2i1}^2]$$

$$\text{Tx1i2i1}=2*1*\text{Th1i2i1}/(\text{Tl1i2i1}+\text{Tr1i2i1})$$

$$\text{Ty1i2i1}=2*1*\text{Tk1i2i1}/(\text{Tl1i2i1}+\text{Tr1i2i1})$$

Text["21-1"]

$$\text{qh2i1i1}=2$$

$$\text{qk2i1i1}=1$$

$$\text{ql2i1i1}=-1$$

$$\text{qr2i1i1}=\text{Sqrt}[\text{qh2i1i1}^2+\text{qk2i1i1}^2+\text{ql2i1i1}^2]$$

$$\text{qx2i1i1}=2*1*\text{qh2i1i1}/(\text{ql2i1i1}+\text{qr2i1i1})$$

$$\text{qy2i1i1}=2*1*\text{qk2i1i1}/(\text{ql2i1i1}+\text{qr2i1i1})$$

Text["t21-1"]

$$\text{Th2i1i1}=\text{qh2i1i1}*\text{T}[[1,1,1]]+\text{qk2i1i1}*\text{T}[[1,1,2]]+\text{ql2i1i1}*\text{T}[[1,1,3]]$$

$$\text{Tk2i1i1}=\text{qh2i1i1}*\text{T}[[1,2,1]]+\text{qk2i1i1}*\text{T}[[1,2,2]]+\text{ql2i1i1}*\text{T}[[1,2,3]]$$

$$\text{Tl2i1i1}=\text{qh2i1i1}*\text{T}[[1,3,1]]+\text{qk2i1i1}*\text{T}[[1,3,2]]+\text{ql2i1i1}*\text{T}[[1,3,3]]$$

$$\text{Tr2i1i1}=\text{Sqrt}[\text{Th2i1i1}^2+\text{Tk2i1i1}^2+\text{Tl2i1i1}^2]$$

$$\text{Tx2i1i1}=2*1*\text{Th2i1i1}/(\text{Tl2i1i1}+\text{Tr2i1i1})$$

$$\text{Ty2i1i1}=2*1*\text{Tk2i1i1}/(\text{Tl2i1i1}+\text{Tr2i1i1})$$

Text["-21-1"]

$$\text{qhi2i1i1}=-2$$

$q_{ki2i1} = 1$   
 $q_{li2i1} = -1$   
 $q_{ri2i1} = \sqrt{q_{hi2i1}^2 + q_{ki2i1}^2 + q_{li2i1}^2}$   
 $q_{xi2i1} = 2 * q_{hi2i1} / (q_{li2i1} + q_{ri2i1})$   
 $q_{yi2i1} = 2 * q_{ki2i1} / (q_{li2i1} + q_{ri2i1})$   
 Text["t-2i-1"]  
 $Th_{i2i1} = q_{hi2i1} * T[[1,1,1]] + q_{ki2i1} * T[[1,1,2]] + q_{li2i1} * T[[1,1,3]]$   
 $Tk_{i2i1} = q_{hi2i1} * T[[1,2,1]] + q_{ki2i1} * T[[1,2,2]] + q_{li2i1} * T[[1,2,3]]$   
 $Tl_{i2i1} = q_{hi2i1} * T[[1,3,1]] + q_{ki2i1} * T[[1,3,2]] + q_{li2i1} * T[[1,3,3]]$   
 $Tr_{i2i1} = \sqrt{Th_{i2i1}^2 + Tk_{i2i1}^2 + Tl_{i2i1}^2}$   
 $Tx_{i2i1} = 2 * Th_{i2i1} / (Tl_{i2i1} + Tr_{i2i1})$   
 $Ty_{i2i1} = 2 * Tk_{i2i1} / (Tl_{i2i1} + Tr_{i2i1})$

Text["2-1-1"]  
 $q_{h2i1i1} = 2$   
 $q_{k2i1i1} = -1$   
 $q_{l2i1i1} = -1$   
 $q_{r2i1i1} = \sqrt{q_{h2i1i1}^2 + q_{k2i1i1}^2 + q_{l2i1i1}^2}$   
 $q_{x2i1i1} = 2 * q_{h2i1i1} / (q_{l2i1i1} + q_{r2i1i1})$   
 $q_{y2i1i1} = 2 * q_{k2i1i1} / (q_{l2i1i1} + q_{r2i1i1})$   
 Text["t2-1-1"]  
 $Th_{2i1i1} = q_{h2i1i1} * T[[1,1,1]] + q_{k2i1i1} * T[[1,1,2]] + q_{l2i1i1} * T[[1,1,3]]$   
 $Tk_{2i1i1} = q_{h2i1i1} * T[[1,2,1]] + q_{k2i1i1} * T[[1,2,2]] + q_{l2i1i1} * T[[1,2,3]]$   
 $Tl_{2i1i1} = q_{h2i1i1} * T[[1,3,1]] + q_{k2i1i1} * T[[1,3,2]] + q_{l2i1i1} * T[[1,3,3]]$   
 $Tr_{2i1i1} = \sqrt{Th_{2i1i1}^2 + Tk_{2i1i1}^2 + Tl_{2i1i1}^2}$   
 $Tx_{2i1i1} = 2 * Th_{2i1i1} / (Tl_{2i1i1} + Tr_{2i1i1})$   
 $Ty_{2i1i1} = 2 * Tk_{2i1i1} / (Tl_{2i1i1} + Tr_{2i1i1})$

Text["-2-1-1"]  
 $q_{hi2i1i1} = -2$   
 $q_{ki2i1i1} = -1$   
 $q_{li2i1i1} = -1$   
 $q_{ri2i1i1} = \sqrt{q_{hi2i1i1}^2 + q_{ki2i1i1}^2 + q_{li2i1i1}^2}$   
 $q_{xi2i1i1} = 2 * q_{hi2i1i1} / (q_{li2i1i1} + q_{ri2i1i1})$   
 $q_{yi2i1i1} = 2 * q_{ki2i1i1} / (q_{li2i1i1} + q_{ri2i1i1})$   
 Text["t-2-1-1"]

$$\begin{aligned} \text{Thi2i1i1} &= \text{qhi2i1i1} * \text{T}[[1,1,1]] + \text{qki2i1i1} * \text{T}[[1,1,2]] + \text{qli2i1i1} * \text{T}[[1,1,3]] \\ \text{Tki2i1i1} &= \text{qhi2i1i1} * \text{T}[[1,2,1]] + \text{qki2i1i1} * \text{T}[[1,2,2]] + \text{qli2i1i1} * \text{T}[[1,2,3]] \\ \text{Tli2i1i1} &= \text{qhi2i1i1} * \text{T}[[1,3,1]] + \text{qki2i1i1} * \text{T}[[1,3,2]] + \text{qli2i1i1} * \text{T}[[1,3,3]] \\ \text{Tri2i1i1} &= \text{Sqrt}[\text{Thi2i1i1}^2 + \text{Tki2i1i1}^2 + \text{Tli2i1i1}^2] \\ \text{Txi2i1i1} &= 2 * 1 * \text{Thi2i1i1} / (\text{Tli2i1i1} + \text{Tri2i1i1}) \\ \text{Tyi2i1i1} &= 2 * 1 * \text{Tki2i1i1} / (\text{Tli2i1i1} + \text{Tri2i1i1}) \end{aligned}$$

Text["11-2"]

$$\begin{aligned} \text{qh1i2} &= 1 \\ \text{qk1i2} &= 1 \\ \text{ql1i2} &= -2 \\ \text{qr1i2} &= \text{Sqrt}[\text{qh1i2}^2 + \text{qk1i2}^2 + \text{ql1i2}^2] \\ \text{qx1i2} &= 2 * 1 * \text{qh1i2} / (\text{ql1i2} + \text{qr1i2}) \\ \text{qy1i2} &= 2 * 1 * \text{qk1i2} / (\text{ql1i2} + \text{qr1i2}) \end{aligned}$$

Text["t11-2"]

$$\begin{aligned} \text{Th1i2} &= \text{qh1i2} * \text{T}[[1,1,1]] + \text{qk1i2} * \text{T}[[1,1,2]] + \text{ql1i2} * \text{T}[[1,1,3]] \\ \text{Tk1i2} &= \text{qh1i2} * \text{T}[[1,2,1]] + \text{qk1i2} * \text{T}[[1,2,2]] + \text{ql1i2} * \text{T}[[1,2,3]] \\ \text{Tl1i2} &= \text{qh1i2} * \text{T}[[1,3,1]] + \text{qk1i2} * \text{T}[[1,3,2]] + \text{ql1i2} * \text{T}[[1,3,3]] \\ \text{Tr1i2} &= \text{Sqrt}[\text{Th1i2}^2 + \text{Tk1i2}^2 + \text{Tl1i2}^2] \\ \text{Tx1i2} &= 2 * 1 * \text{Th1i2} / (\text{Tl1i2} + \text{Tr1i2}) \\ \text{Ty1i2} &= 2 * 1 * \text{Tk1i2} / (\text{Tl1i2} + \text{Tr1i2}) \end{aligned}$$

Text["-11-2"]

$$\begin{aligned} \text{qhi1i2} &= -1 \\ \text{qki1i2} &= 1 \\ \text{qli1i2} &= -2 \\ \text{qri1i2} &= \text{Sqrt}[\text{qhi1i2}^2 + \text{qki1i2}^2 + \text{qli1i2}^2] \\ \text{qxi1i2} &= 2 * 1 * \text{qhi1i2} / (\text{qli1i2} + \text{qri1i2}) \\ \text{qyi1i2} &= 2 * 1 * \text{qki1i2} / (\text{qli1i2} + \text{qri1i2}) \end{aligned}$$

Text["t-11-2"]

$$\begin{aligned} \text{Thi1i2} &= \text{qhi1i2} * \text{T}[[1,1,1]] + \text{qki1i2} * \text{T}[[1,1,2]] + \text{qli1i2} * \text{T}[[1,1,3]] \\ \text{Tki1i2} &= \text{qhi1i2} * \text{T}[[1,2,1]] + \text{qki1i2} * \text{T}[[1,2,2]] + \text{qli1i2} * \text{T}[[1,2,3]] \\ \text{Tli1i2} &= \text{qhi1i2} * \text{T}[[1,3,1]] + \text{qki1i2} * \text{T}[[1,3,2]] + \text{qli1i2} * \text{T}[[1,3,3]] \\ \text{Tri1i2} &= \text{Sqrt}[\text{Thi1i2}^2 + \text{Tki1i2}^2 + \text{Tli1i2}^2] \\ \text{Txi1i2} &= 2 * 1 * \text{Thi1i2} / (\text{Tli1i2} + \text{Tri1i2}) \\ \text{Tyi1i2} &= 2 * 1 * \text{Tki1i2} / (\text{Tli1i2} + \text{Tri1i2}) \end{aligned}$$

Text["1-1-2"]  
 $qh_{1112}=1$   
 $qk_{1112}=-1$   
 $ql_{1112}=-2$   
 $qr_{1112}=\sqrt{qh_{1112}^2+qk_{1112}^2+ql_{1112}^2}$   
 $qx_{1112}=2*1*qh_{1112}/(ql_{1112}+qr_{1112})$   
 $qy_{1112}=2*1*qk_{1112}/(ql_{1112}+qr_{1112})$   
Text["t1-1-2"]  
 $Th_{1112}=qh_{1112}*T[[1,1,1]]+qk_{1112}*T[[1,1,2]]+ql_{1112}*T[[1,1,3]]$   
 $Tk_{1112}=qh_{1112}*T[[1,2,1]]+qk_{1112}*T[[1,2,2]]+ql_{1112}*T[[1,2,3]]$   
 $Tl_{1112}=qh_{1112}*T[[1,3,1]]+qk_{1112}*T[[1,3,2]]+ql_{1112}*T[[1,3,3]]$   
 $Tr_{1112}=\sqrt{Th_{1112}^2+Tk_{1112}^2+Tl_{1112}^2}$   
 $Tx_{1112}=2*1*Th_{1112}/(Tl_{1112}+Tr_{1112})$   
 $Ty_{1112}=2*1*Tk_{1112}/(Tl_{1112}+Tr_{1112})$

Text["-1-1-2"]  
 $qhi_{1112}=-1$   
 $qki_{1112}=-1$   
 $qli_{1112}=-2$   
 $qri_{1112}=\sqrt{qhi_{1112}^2+qki_{1112}^2+qli_{1112}^2}$   
 $qxi_{1112}=2*1*qhi_{1112}/(qli_{1112}+qri_{1112})$   
 $qyi_{1112}=2*1*qki_{1112}/(qli_{1112}+qri_{1112})$   
Text["t-1-1-2"]  
 $Thi_{1112}=qhi_{1112}*T[[1,1,1]]+qki_{1112}*T[[1,1,2]]+qli_{1112}*T[[1,1,3]]$   
 $Tki_{1112}=qhi_{1112}*T[[1,2,1]]+qki_{1112}*T[[1,2,2]]+qli_{1112}*T[[1,2,3]]$   
 $Tli_{1112}=qhi_{1112}*T[[1,3,1]]+qki_{1112}*T[[1,3,2]]+qli_{1112}*T[[1,3,3]]$   
 $Tri_{1112}=\sqrt{Thi_{1112}^2+Tki_{1112}^2+Tli_{1112}^2}$   
 $Txi_{1112}=2*1*Thi_{1112}/(Tli_{1112}+Tri_{1112})$   
 $Tyi_{1112}=2*1*Tki_{1112}/(Tli_{1112}+Tri_{1112})$

Text["33-2"]  
 $qhi_{3132}=3$

$q_{ki3i32}=3$   
 $q_{li3i32}=-2$   
 $q_{ri3i32}=\sqrt{q_{hi3i32}^2+q_{ki3i32}^2+q_{li3i32}^2}$   
 $q_{xi3i32}=2*1*q_{hi3i32}/(q_{li3i32}+q_{ri3i32})$   
 $q_{yi3i32}=2*1*q_{ki3i32}/(q_{li3i32}+q_{ri3i32})$   
Text["t33-2"]  
 $Thi3i32=q_{hi3i32}*T[[1,1,1]]+q_{ki3i32}*T[[1,1,2]]+q_{li3i32}*T[[1,1,3]]$   
 $Tki3i32=q_{hi3i32}*T[[1,2,1]]+q_{ki3i32}*T[[1,2,2]]+q_{li3i32}*T[[1,2,3]]$   
 $Tli3i32=q_{hi3i32}*T[[1,3,1]]+q_{ki3i32}*T[[1,3,2]]+q_{li3i32}*T[[1,3,3]]$   
 $Tri3i32=\sqrt{Thi3i32^2+Tki3i32^2+Tli3i32^2}$   
 $Txi3i32=2*1*Thi3i32/(Tli3i32+Tri3i32)$   
 $Tyi3i32=2*1*Tki3i32/(Tli3i32+Tri3i32)$

Text["32-3"]  
 $q_{hi3i23}=3$   
 $q_{ki3i23}=2$   
 $q_{li3i23}=-3$   
 $q_{ri3i23}=\sqrt{q_{hi3i23}^2+q_{ki3i23}^2+q_{li3i23}^2}$   
 $q_{xi3i23}=2*1*q_{hi3i23}/(q_{li3i23}+q_{ri3i23})$   
 $q_{yi3i23}=2*1*q_{ki3i23}/(q_{li3i23}+q_{ri3i23})$   
Text["t32-3"]  
 $Thi3i23=q_{hi3i23}*T[[1,1,1]]+q_{ki3i23}*T[[1,1,2]]+q_{li3i23}*T[[1,1,3]]$   
 $Tki3i23=q_{hi3i23}*T[[1,2,1]]+q_{ki3i23}*T[[1,2,2]]+q_{li3i23}*T[[1,2,3]]$   
 $Tli3i23=q_{hi3i23}*T[[1,3,1]]+q_{ki3i23}*T[[1,3,2]]+q_{li3i23}*T[[1,3,3]]$   
 $Tri3i23=\sqrt{Thi3i23^2+Tki3i23^2+Tli3i23^2}$   
 $Txi3i23=2*1*Thi3i23/(Tli3i23+Tri3i23)$   
 $Tyi3i23=2*1*Tki3i23/(Tli3i23+Tri3i23)$

Text["23-3"]  
 $q_{hi2i33}=2$   
 $q_{ki2i33}=3$   
 $q_{li2i33}=-3$   
 $q_{ri2i33}=\sqrt{q_{hi2i33}^2+q_{ki2i33}^2+q_{li2i33}^2}$   
 $q_{xi2i33}=2*1*q_{hi2i33}/(q_{li2i33}+q_{ri2i33})$   
 $q_{yi2i33}=2*1*q_{ki2i33}/(q_{li2i33}+q_{ri2i33})$   
Text["t23-3"]  
 $Thi2i33=q_{hi2i33}*T[[1,1,1]]+q_{ki2i33}*T[[1,1,2]]+q_{li2i33}*T[[1,1,3]]$

$T_{ki2i33} = q_{hi2i33} * T[[1,2,1]] + q_{ki2i33} * T[[1,2,2]] + q_{li2i33} * T[[1,2,3]]$   
 $T_{li2i33} = q_{hi2i33} * T[[1,3,1]] + q_{ki2i33} * T[[1,3,2]] + q_{li2i33} * T[[1,3,3]]$   
 $T_{ri2i33} = \text{Sqrt}[T_{hi2i33}^2 + T_{ki2i33}^2 + T_{li2i33}^2]$   
 $T_{xi2i33} = 2 * 1 * T_{hi2i33} / (T_{li2i33} + T_{ri2i33})$   
 $T_{yi2i33} = 2 * 1 * T_{ki2i33} / (T_{li2i33} + T_{ri2i33})$

Text["-33-2"]  
 $q_{hi33i2} = -3$   
 $q_{ki33i2} = 3$   
 $q_{li33i2} = -2$   
 $q_{ri33i2} = \text{Sqrt}[q_{hi33i2}^2 + q_{ki33i2}^2 + q_{li33i2}^2]$   
 $q_{xi33i2} = 2 * 1 * q_{hi33i2} / (q_{li33i2} + q_{ri33i2})$   
 $q_{yi33i2} = 2 * 1 * q_{ki33i2} / (q_{li33i2} + q_{ri33i2})$   
 Text["t-33-2"]  
 $T_{hi33i2} = q_{hi33i2} * T[[1,1,1]] + q_{ki33i2} * T[[1,1,2]] + q_{li33i2} * T[[1,1,3]]$   
 $T_{ki33i2} = q_{hi33i2} * T[[1,2,1]] + q_{ki33i2} * T[[1,2,2]] + q_{li33i2} * T[[1,2,3]]$   
 $T_{li33i2} = q_{hi33i2} * T[[1,3,1]] + q_{ki33i2} * T[[1,3,2]] + q_{li33i2} * T[[1,3,3]]$   
 $T_{ri33i2} = \text{Sqrt}[T_{hi33i2}^2 + T_{ki33i2}^2 + T_{li33i2}^2]$   
 $T_{xi33i2} = 2 * 1 * T_{hi33i2} / (T_{li33i2} + T_{ri33i2})$   
 $T_{yi33i2} = 2 * 1 * T_{ki33i2} / (T_{li33i2} + T_{ri33i2})$

Text["3-3-2"]  
 $q_{h33i2} = 3$   
 $q_{k33i2} = -3$   
 $q_{l33i2} = -2$   
 $q_{r33i2} = \text{Sqrt}[q_{h33i2}^2 + q_{k33i2}^2 + q_{l33i2}^2]$   
 $q_{x33i2} = 2 * 1 * q_{h33i2} / (q_{l33i2} + q_{r33i2})$   
 $q_{y33i2} = 2 * 1 * q_{k33i2} / (q_{l33i2} + q_{r33i2})$   
 Text["t-33-2"]  
 $T_{h33i2} = q_{h33i2} * T[[1,1,1]] + q_{k33i2} * T[[1,1,2]] + q_{l33i2} * T[[1,1,3]]$   
 $T_{k33i2} = q_{h33i2} * T[[1,2,1]] + q_{k33i2} * T[[1,2,2]] + q_{l33i2} * T[[1,2,3]]$   
 $T_{l33i2} = q_{h33i2} * T[[1,3,1]] + q_{k33i2} * T[[1,3,2]] + q_{l33i2} * T[[1,3,3]]$   
 $T_{r33i2} = \text{Sqrt}[T_{h33i2}^2 + T_{k33i2}^2 + T_{l33i2}^2]$   
 $T_{x33i2} = 2 * 1 * T_{h33i2} / (T_{l33i2} + T_{r33i2})$

$$Ty_{3i3i2} = 2 * 1 * Tk_{3i3i2} / (Tl_{3i3i2} + Tr_{3i3i2})$$

Text["-3-3-2"]

$$q_{hi3i3i2} = -3$$

$$q_{ki3i3i2} = -3$$

$$q_{li3i3i2} = -2$$

$$q_{ri3i3i2} = \text{Sqrt}[q_{hi3i3i2}^2 + q_{ki3i3i2}^2 + q_{li3i3i2}^2]$$

$$q_{xi3i3i2} = 2 * 1 * q_{hi3i3i2} / (q_{li3i3i2} + q_{ri3i3i2})$$

$$q_{yi3i3i2} = 2 * 1 * q_{ki3i3i2} / (q_{li3i3i2} + q_{ri3i3i2})$$

Text["t-3-3-2"]

$$Thi_{3i3i2} = q_{hi3i3i2} * T[[1, 1, 1]] + q_{ki3i3i2} * T[[1, 1, 2]] + q_{li3i3i2} * T[[1, 1, 3]]$$

$$Tki_{3i3i2} = q_{hi3i3i2} * T[[1, 2, 1]] + q_{ki3i3i2} * T[[1, 2, 2]] + q_{li3i3i2} * T[[1, 2, 3]]$$

$$Tli_{3i3i2} = q_{hi3i3i2} * T[[1, 3, 1]] + q_{ki3i3i2} * T[[1, 3, 2]] + q_{li3i3i2} * T[[1, 3, 3]]$$

$$Tri_{3i3i2} = \text{Sqrt}[Thi_{3i3i2}^2 + Tki_{3i3i2}^2 + Tli_{3i3i2}^2]$$

$$Txi_{3i3i2} = 2 * 1 * Thi_{3i3i2} / (Tli_{3i3i2} + Tri_{3i3i2})$$

$$Tyi_{3i3i2} = 2 * 1 * Tki_{3i3i2} / (Tli_{3i3i2} + Tri_{3i3i2})$$

Text["-32-3"]

$$q_{hi32i3} = -3$$

$$q_{ki32i3} = 2$$

$$q_{li32i3} = -3$$

$$q_{ri32i3} = \text{Sqrt}[q_{hi32i3}^2 + q_{ki32i3}^2 + q_{li32i3}^2]$$

$$q_{xi32i3} = 2 * 1 * q_{hi32i3} / (q_{li32i3} + q_{ri32i3})$$

$$q_{yi32i3} = 2 * 1 * q_{ki32i3} / (q_{li32i3} + q_{ri32i3})$$

Text["t-32-3"]

$$Thi_{32i3} = q_{hi32i3} * T[[1, 1, 1]] + q_{ki32i3} * T[[1, 1, 2]] + q_{li32i3} * T[[1, 1, 3]]$$

$$Tki_{32i3} = q_{hi32i3} * T[[1, 2, 1]] + q_{ki32i3} * T[[1, 2, 2]] + q_{li32i3} * T[[1, 2, 3]]$$

$$Tli_{32i3} = q_{hi32i3} * T[[1, 3, 1]] + q_{ki32i3} * T[[1, 3, 2]] + q_{li32i3} * T[[1, 3, 3]]$$

$$Tri_{32i3} = \text{Sqrt}[Thi_{32i3}^2 + Tki_{32i3}^2 + Tli_{32i3}^2]$$

$$Txi_{32i3} = 2 * 1 * Thi_{32i3} / (Tli_{32i3} + Tri_{32i3})$$

$$Tyi_{32i3} = 2 * 1 * Tki_{32i3} / (Tli_{32i3} + Tri_{32i3})$$

Text["3-2-3"]

$$q_{h3i2i3} = 3$$

$$q_{k3i2i3} = -2$$

$$q_{l3i2i3} = -3$$



$qr_{3i2i3} = \text{Sqrt}[qh_{3i2i3}^2 + qk_{3i2i3}^2 + ql_{3i2i3}^2]$   
 $qx_{3i2i3} = 2 * 1 * qh_{3i2i3} / (ql_{3i2i3} + qr_{3i2i3})$   
 $qy_{3i2i3} = 2 * 1 * qk_{3i2i3} / (ql_{3i2i3} + qr_{3i2i3})$   
 Text["t3-2-3"]  
 $Th_{3i2i3} = qh_{3i2i3} * T[[1,1,1]] + qk_{3i2i3} * T[[1,1,2]] + ql_{3i2i3} * T[[1,1,3]]$   
 $Tk_{3i2i3} = qh_{3i2i3} * T[[1,2,1]] + qk_{3i2i3} * T[[1,2,2]] + ql_{3i2i3} * T[[1,2,3]]$   
 $Tl_{3i2i3} = qh_{3i2i3} * T[[1,3,1]] + qk_{3i2i3} * T[[1,3,2]] + ql_{3i2i3} * T[[1,3,3]]$   
 $Tr_{3i2i3} = \text{Sqrt}[Th_{3i2i3}^2 + Tk_{3i2i3}^2 + Tl_{3i2i3}^2]$   
 $Tx_{3i2i3} = 2 * 1 * Th_{3i2i3} / (Tl_{3i2i3} + Tr_{3i2i3})$   
 $Ty_{3i2i3} = 2 * 1 * Tk_{3i2i3} / (Tl_{3i2i3} + Tr_{3i2i3})$

Text["-3-2-3"]  
 $qhi_{3i2i3} = -3$   
 $qki_{3i2i3} = -2$   
 $qli_{3i2i3} = -3$   
 $qri_{3i2i3} = \text{Sqrt}[qhi_{3i2i3}^2 + qki_{3i2i3}^2 + qli_{3i2i3}^2]$   
 $qxi_{3i2i3} = 2 * 1 * qhi_{3i2i3} / (qli_{3i2i3} + qri_{3i2i3})$   
 $qyi_{3i2i3} = 2 * 1 * qki_{3i2i3} / (qli_{3i2i3} + qri_{3i2i3})$   
 Text["t-3-2-3"]  
 $Thi_{3i2i3} = qhi_{3i2i3} * T[[1,1,1]] + qki_{3i2i3} * T[[1,1,2]] + qli_{3i2i3} * T[[1,1,3]]$   
 $Tki_{3i2i3} = qhi_{3i2i3} * T[[1,2,1]] + qki_{3i2i3} * T[[1,2,2]] + qli_{3i2i3} * T[[1,2,3]]$   
 $Tli_{3i2i3} = qhi_{3i2i3} * T[[1,3,1]] + qki_{3i2i3} * T[[1,3,2]] + qli_{3i2i3} * T[[1,3,3]]$   
 $Tri_{3i2i3} = \text{Sqrt}[Thi_{3i2i3}^2 + Tki_{3i2i3}^2 + Tli_{3i2i3}^2]$   
 $Txi_{3i2i3} = 2 * 1 * Thi_{3i2i3} / (Tli_{3i2i3} + Tri_{3i2i3})$   
 $Tyi_{3i2i3} = 2 * 1 * Tki_{3i2i3} / (Tli_{3i2i3} + Tri_{3i2i3})$

Text["-23-3"]  
 $qhi_{23i3} = -2$   
 $qki_{23i3} = 3$   
 $qli_{23i3} = -3$   
 $qri_{23i3} = \text{Sqrt}[qhi_{23i3}^2 + qki_{23i3}^2 + qli_{23i3}^2]$   
 $qxi_{23i3} = 2 * 1 * qhi_{23i3} / (qli_{23i3} + qri_{23i3})$   
 $qyi_{23i3} = 2 * 1 * qki_{23i3} / (qli_{23i3} + qri_{23i3})$   
 Text["t-23-3"]  
 $Thi_{23i3} = qhi_{23i3} * T[[1,1,1]] + qki_{23i3} * T[[1,1,2]] + qli_{23i3} * T[[1,1,3]]$   
 $Tki_{23i3} = qhi_{23i3} * T[[1,2,1]] + qki_{23i3} * T[[1,2,2]] + qli_{23i3} * T[[1,2,3]]$

$$T_{li2i3i3} = q_{hi2i3i3} * T[[1,3,1]] + q_{ki2i3i3} * T[[1,3,2]] + q_{li2i3i3} * T[[1,3,3]]$$

$$T_{ri2i3i3} = \text{Sqrt}[T_{hi2i3i3}^2 + T_{ki2i3i3}^2 + T_{li2i3i3}^2]$$

$$T_{xi2i3i3} = 2 * 1 * T_{hi2i3i3} / (T_{li2i3i3} + T_{ri2i3i3})$$

$$T_{yi2i3i3} = 2 * 1 * T_{ki2i3i3} / (T_{li2i3i3} + T_{ri2i3i3})$$

Text["2-3-3"]

$$q_{h2i3i3} = 2$$

$$q_{k2i3i3} = -3$$

$$q_{l2i3i3} = -3$$

$$q_{r2i3i3} = \text{Sqrt}[q_{h2i3i3}^2 + q_{k2i3i3}^2 + q_{l2i3i3}^2]$$

$$q_{x2i3i3} = 2 * 1 * q_{h2i3i3} / (q_{l2i3i3} + q_{r2i3i3})$$

$$q_{y2i3i3} = 2 * 1 * q_{k2i3i3} / (q_{l2i3i3} + q_{r2i3i3})$$

Text["t2-3-3"]

$$T_{h2i3i3} = q_{h2i3i3} * T[[1,1,1]] + q_{k2i3i3} * T[[1,1,2]] + q_{l2i3i3} * T[[1,1,3]]$$

$$T_{k2i3i3} = q_{h2i3i3} * T[[1,2,1]] + q_{k2i3i3} * T[[1,2,2]] + q_{l2i3i3} * T[[1,2,3]]$$

$$T_{l2i3i3} = q_{h2i3i3} * T[[1,3,1]] + q_{k2i3i3} * T[[1,3,2]] + q_{l2i3i3} * T[[1,3,3]]$$

$$T_{r2i3i3} = \text{Sqrt}[T_{h2i3i3}^2 + T_{k2i3i3}^2 + T_{l2i3i3}^2]$$

$$T_{x2i3i3} = 2 * 1 * T_{h2i3i3} / (T_{l2i3i3} + T_{r2i3i3})$$

$$T_{y2i3i3} = 2 * 1 * T_{k2i3i3} / (T_{l2i3i3} + T_{r2i3i3})$$

Text["-2-3-3"]

$$q_{hi2i3i3} = -2$$

$$q_{ki2i3i3} = -3$$

$$q_{li2i3i3} = -3$$

$$q_{ri2i3i3} = \text{Sqrt}[q_{hi2i3i3}^2 + q_{ki2i3i3}^2 + q_{li2i3i3}^2]$$

$$q_{xi2i3i3} = 2 * 1 * q_{hi2i3i3} / (q_{li2i3i3} + q_{ri2i3i3})$$

$$q_{yi2i3i3} = 2 * 1 * q_{ki2i3i3} / (q_{li2i3i3} + q_{ri2i3i3})$$

Text["t-2-3-3"]

$$T_{hi2i3i3} = q_{hi2i3i3} * T[[1,1,1]] + q_{ki2i3i3} * T[[1,1,2]] + q_{li2i3i3} * T[[1,1,3]]$$

$$T_{ki2i3i3} = q_{hi2i3i3} * T[[1,2,1]] + q_{ki2i3i3} * T[[1,2,2]] + q_{li2i3i3} * T[[1,2,3]]$$

$$T_{li2i3i3} = q_{hi2i3i3} * T[[1,3,1]] + q_{ki2i3i3} * T[[1,3,2]] + q_{li2i3i3} * T[[1,3,3]]$$

$$T_{ri2i3i3} = \text{Sqrt}[T_{hi2i3i3}^2 + T_{ki2i3i3}^2 + T_{li2i3i3}^2]$$

$$T_{xi2i3i3} = 2 * 1 * T_{hi2i3i3} / (T_{li2i3i3} + T_{ri2i3i3})$$

$$T_{yi2i3i3} = 2 * 1 * T_{ki2i3i3} / (T_{li2i3i3} + T_{ri2i3i3})$$

Text["11-3"]

$$qhi1i13=1$$

$$qki1i13=1$$

$$qli1i13=-3$$

$$qri1i13=\text{Sqrt}[qhi1i13^2+qki1i13^2+qli1i13^2]$$

$$qxi1i13=2*1*qhi1i13/(qli1i13+qri1i13)$$

$$qyi1i13=2*1*qki1i13/(qli1i13+qri1i13)$$

Text["t11-3"]

$$Thi1i13=qhi1i13*T[[1,1,1]]+qki1i13*T[[1,1,2]]+qli1i13*T[[1,1,3]]$$

$$Tki1i13=qhi1i13*T[[1,2,1]]+qki1i13*T[[1,2,2]]+qli1i13*T[[1,2,3]]$$

$$Tli1i13=qhi1i13*T[[1,3,1]]+qki1i13*T[[1,3,2]]+qli1i13*T[[1,3,3]]$$

$$Tri1i13=\text{Sqrt}[Thi1i13^2+Tki1i13^2+Tli1i13^2]$$

$$Tx1i13=2*1*Thi1i13/(Tli1i13+Tri1i13)$$

$$Ty1i13=2*1*Tki1i13/(Tli1i13+Tri1i13)$$

Text["13-1"]

$$qhi1i31=1$$

$$qki1i31=3$$

$$qli1i31=-1$$

$$qri1i31=\text{Sqrt}[qhi1i31^2+qki1i31^2+qli1i31^2]$$

$$qxi1i31=2*1*qhi1i31/(qli1i31+qri1i31)$$

$$qyi1i31=2*1*qki1i31/(qli1i31+qri1i31)$$

Text["t13-1"]

$$Thi1i31=qhi1i31*T[[1,1,1]]+qki1i31*T[[1,1,2]]+qli1i31*T[[1,1,3]]$$

$$Tki1i31=qhi1i31*T[[1,2,1]]+qki1i31*T[[1,2,2]]+qli1i31*T[[1,2,3]]$$

$$Tli1i31=qhi1i31*T[[1,3,1]]+qki1i31*T[[1,3,2]]+qli1i31*T[[1,3,3]]$$

$$Tri1i31=\text{Sqrt}[Thi1i31^2+Tki1i31^2+Tli1i31^2]$$

$$Tx1i31=2*1*Thi1i31/(Tli1i31+Tri1i31)$$

$$Ty1i31=2*1*Tki1i31/(Tli1i31+Tri1i31)$$

Text["31-1"]

$$qhi3i11=3$$

$q_{ki3i11}=1$   
 $q_{li3i11}=-1$   
 $q_{ri3i11}=\sqrt{q_{hi3i11}^2+q_{ki3i11}^2+q_{li3i11}^2}$   
 $q_{xi3i11}=2*1*q_{hi3i11}/(q_{li3i11}+q_{ri3i11})$   
 $q_{yi3i11}=2*1*q_{ki3i11}/(q_{li3i11}+q_{ri3i11})$   
 Text["t11-3"]  
 $Thi3i11=q_{hi3i11}*T[[1,1,1]]+q_{ki3i11}*T[[1,1,2]]+q_{li3i11}*T[[1,1,3]]$   
 $Tki3i11=q_{hi3i11}*T[[1,2,1]]+q_{ki3i11}*T[[1,2,2]]+q_{li3i11}*T[[1,2,3]]$   
 $Tli3i11=q_{hi3i11}*T[[1,3,1]]+q_{ki3i11}*T[[1,3,2]]+q_{li3i11}*T[[1,3,3]]$   
 $Tri3i11=\sqrt{Thi3i11^2+Tki3i11^2+Tli3i11^2}$   
 $Txi3i11=2*1*Thi3i11/(Tli3i11+Tri3i11)$   
 $Tyi3i11=2*1*Tki3i11/(Tli3i11+Tri3i11)$

Text["-11-3"]  
 $q_{hi11i3}=-1$   
 $q_{ki11i3}=1$   
 $q_{li11i3}=-3$   
 $q_{ri11i3}=\sqrt{q_{hi11i3}^2+q_{ki11i3}^2+q_{li11i3}^2}$   
 $q_{xi11i3}=2*1*q_{hi11i3}/(q_{li11i3}+q_{ri11i3})$   
 $q_{yi11i3}=2*1*q_{ki11i3}/(q_{li11i3}+q_{ri11i3})$   
 Text["t-11-3"]  
 $Thi11i3=q_{hi11i3}*T[[1,1,1]]+q_{ki11i3}*T[[1,1,2]]+q_{li11i3}*T[[1,1,3]]$   
 $Tki11i3=q_{hi11i3}*T[[1,2,1]]+q_{ki11i3}*T[[1,2,2]]+q_{li11i3}*T[[1,2,3]]$   
 $Tli11i3=q_{hi11i3}*T[[1,3,1]]+q_{ki11i3}*T[[1,3,2]]+q_{li11i3}*T[[1,3,3]]$   
 $Tri11i3=\sqrt{Thi11i3^2+Tki11i3^2+Tli11i3^2}$   
 $Txi11i3=2*1*Thi11i3/(Tli11i3+Tri11i3)$   
 $Tyi11i3=2*1*Tki11i3/(Tli11i3+Tri11i3)$

Text["1-1-3"]  
 $q_{hl1i3}=1$   
 $q_{kl1i3}=-1$   
 $q_{ll1i3}=-3$   
 $q_{rl1i3}=\sqrt{q_{hl1i3}^2+q_{kl1i3}^2+q_{ll1i3}^2}$   
 $q_{xl1i3}=2*1*q_{hl1i3}/(q_{ll1i3}+q_{rl1i3})$   
 $q_{yl1i3}=2*1*q_{kl1i3}/(q_{ll1i3}+q_{rl1i3})$

Text["t1-1-3"]

$$\text{Th1i1i3}=\text{qh1i1i3}*\text{T}[[1,1,1]]+\text{qk1i1i3}*\text{T}[[1,1,2]]+\text{qli1i1i3}*\text{T}[[1,1,3]]$$

$$\text{Tk1i1i3}=\text{qh1i1i3}*\text{T}[[1,2,1]]+\text{qk1i1i3}*\text{T}[[1,2,2]]+\text{qli1i1i3}*\text{T}[[1,2,3]]$$

$$\text{Tl1i1i3}=\text{qh1i1i3}*\text{T}[[1,3,1]]+\text{qk1i1i3}*\text{T}[[1,3,2]]+\text{qli1i1i3}*\text{T}[[1,3,3]]$$

$$\text{Tr1i1i3}=\text{Sqrt}[\text{Th1i1i3}^2+\text{Tk1i1i3}^2+\text{Tl1i1i3}^2]$$

$$\text{Tx1i1i3}=2*1*\text{Th1i1i3}/(\text{Tl1i1i3}+\text{Tr1i1i3})$$

$$\text{Ty1i1i3}=2*1*\text{Tk1i1i3}/(\text{Tl1i1i3}+\text{Tr1i1i3})$$

Text["-1-1-3"]

$$\text{qhi1i1i3}=-1$$

$$\text{qki1i1i3}=-1$$

$$\text{qli1i1i3}=-3$$

$$\text{qri1i1i3}=\text{Sqrt}[\text{qhi1i1i3}^2+\text{qki1i1i3}^2+\text{qli1i1i3}^2]$$

$$\text{qxi1i1i3}=2*1*\text{qhi1i1i3}/(\text{qli1i1i3}+\text{qri1i1i3})$$

$$\text{qyi1i1i3}=2*1*\text{qki1i1i3}/(\text{qli1i1i3}+\text{qri1i1i3})$$

Text["t-1-1-3"]

$$\text{Thi1i1i3}=\text{qhi1i1i3}*\text{T}[[1,1,1]]+\text{qki1i1i3}*\text{T}[[1,1,2]]+\text{qli1i1i3}*\text{T}[[1,1,3]]$$

$$\text{Tki1i1i3}=\text{qhi1i1i3}*\text{T}[[1,2,1]]+\text{qki1i1i3}*\text{T}[[1,2,2]]+\text{qli1i1i3}*\text{T}[[1,2,3]]$$

$$\text{Tli1i1i3}=\text{qhi1i1i3}*\text{T}[[1,3,1]]+\text{qki1i1i3}*\text{T}[[1,3,2]]+\text{qli1i1i3}*\text{T}[[1,3,3]]$$

$$\text{Tri1i1i3}=\text{Sqrt}[\text{Thi1i1i3}^2+\text{Tki1i1i3}^2+\text{Tli1i1i3}^2]$$

$$\text{Tx1i1i3}=2*1*\text{Thi1i1i3}/(\text{Tli1i1i3}+\text{Tri1i1i3})$$

$$\text{Ty1i1i3}=2*1*\text{Tki1i1i3}/(\text{Tli1i1i3}+\text{Tri1i1i3})$$

Text["-13-1"]

$$\text{qhi13i1}=-1$$

$$\text{qki13i1}=3$$

$$\text{qli13i1}=-1$$

$$\text{qri13i1}=\text{Sqrt}[\text{qhi13i1}^2+\text{qki13i1}^2+\text{qli13i1}^2]$$

$$\text{qxi13i1}=2*1*\text{qhi13i1}/(\text{qli13i1}+\text{qri13i1})$$

$$\text{qyi13i1}=2*1*\text{qki13i1}/(\text{qli13i1}+\text{qri13i1})$$

Text["t-32-3"]

$$\text{Thi13i1}=\text{qhi13i1}*\text{T}[[1,1,1]]+\text{qki13i1}*\text{T}[[1,1,2]]+\text{qli13i1}*\text{T}[[1,1,3]]$$

$$\text{Tki13i1}=\text{qhi13i1}*\text{T}[[1,2,1]]+\text{qki13i1}*\text{T}[[1,2,2]]+\text{qli13i1}*\text{T}[[1,2,3]]$$

$$\text{Tli13i1}=\text{qhi13i1}*\text{T}[[1,3,1]]+\text{qki13i1}*\text{T}[[1,3,2]]+\text{qli13i1}*\text{T}[[1,3,3]]$$

$$\text{Tri13i1}=\text{Sqrt}[\text{Thi13i1}^2+\text{Tki13i1}^2+\text{Tli13i1}^2]$$

$$\text{Tx13i1}=2*1*\text{Thi13i1}/(\text{Tli13i1}+\text{Tri13i1})$$

$$Ty1i3i1=2*1*Tki1i3i1/(Tli1i3i1+Tri1i3i1)$$

Text["1-3-1"]

$$qh1i3i1=1$$

$$qk1i3i1=-3$$

$$ql1i3i1=-1$$

$$qr1i3i1=\text{Sqrt}[qh1i3i1^2+qk1i3i1^2+ql1i3i1^2]$$

$$qx1i3i1=2*1*qh1i3i1/(ql1i3i1+qr1i3i1)$$

$$qy1i3i1=2*1*qk1i3i1/(ql1i3i1+qr1i3i1)$$

Text["t1-3-1"]

$$Th1i3i1=qh1i3i1*T[[1,1,1]]+qk1i3i1*T[[1,1,2]]+ql1i3i1*T[[1,1,3]]$$

$$Tk1i3i1=qh1i3i1*T[[1,2,1]]+qk1i3i1*T[[1,2,2]]+ql1i3i1*T[[1,2,3]]$$

$$Tl1i3i1=qh1i3i1*T[[1,3,1]]+qk1i3i1*T[[1,3,2]]+ql1i3i1*T[[1,3,3]]$$

$$Tr1i3i1=\text{Sqrt}[Th1i3i1^2+Tk1i3i1^2+Tl1i3i1^2]$$

$$Tx1i3i1=2*1*Th1i3i1/(Tl1i3i1+Tr1i3i1)$$

$$Ty1i3i1=2*1*Tk1i3i1/(Tl1i3i1+Tr1i3i1)$$

Text["-1-3-1"]

$$qhi1i3i1=-1$$

$$qki1i3i1=-3$$

$$qli1i3i1=-1$$

$$qri1i3i1=\text{Sqrt}[qhi1i3i1^2+qki1i3i1^2+qli1i3i1^2]$$

$$qxi1i3i1=2*1*qhi1i3i1/(qli1i3i1+qri1i3i1)$$

$$qyi1i3i1=2*1*qki1i3i1/(qli1i3i1+qri1i3i1)$$

Text["t-1-3-1"]

$$Thi1i3i1=qhi1i3i1*T[[1,1,1]]+qki1i3i1*T[[1,1,2]]+qli1i3i1*T[[1,1,3]]$$

$$Tki1i3i1=qhi1i3i1*T[[1,2,1]]+qki1i3i1*T[[1,2,2]]+qli1i3i1*T[[1,2,3]]$$

$$Tli1i3i1=qhi1i3i1*T[[1,3,1]]+qki1i3i1*T[[1,3,2]]+qli1i3i1*T[[1,3,3]]$$

$$Tri1i3i1=\text{Sqrt}[Thi1i3i1^2+Tki1i3i1^2+Tli1i3i1^2]$$

$$Txi1i3i1=2*1*Thi1i3i1/(Tli1i3i1+Tri1i3i1)$$

$$Tyi1i3i1=2*1*Tki1i3i1/(Tli1i3i1+Tri1i3i1)$$

Text["-31-1"]

$$qhi31i1=-3$$

$$qki31i1=1$$

$$qli31i1=-1$$

$qri3i1 = \text{Sqrt}[qhi3i1^2 + qki3i1^2 + qli3i1^2]$   
 $qxi3i1 = 2 * 1 * qhi3i1 / (qli3i1 + qri3i1)$   
 $qyi3i1 = 2 * 1 * qki3i1 / (qli3i1 + qri3i1)$   
 Text["t-3i-1"]  
 $Thi3i1 = qhi3i1 * T[[1,1,1]] + qki3i1 * T[[1,1,2]] + qli3i1 * T[[1,1,3]]$   
 $Tki3i1 = qhi3i1 * T[[1,2,1]] + qki3i1 * T[[1,2,2]] + qli3i1 * T[[1,2,3]]$   
 $Tli3i1 = qhi3i1 * T[[1,3,1]] + qki3i1 * T[[1,3,2]] + qli3i1 * T[[1,3,3]]$   
 $Tri3i1 = \text{Sqrt}[Thi3i1^2 + Tki3i1^2 + Tli3i1^2]$   
 $Txi3i1 = 2 * 1 * Thi3i1 / (Tli3i1 + Tri3i1)$   
 $Tyi3i1 = 2 * 1 * Tki3i1 / (Tli3i1 + Tri3i1)$

Text["3-1-1"]  
 $qh3i1 = 3$   
 $qk3i1 = -1$   
 $ql3i1 = -1$   
 $qr3i1 = \text{Sqrt}[qh3i1^2 + qk3i1^2 + ql3i1^2]$   
 $qx3i1 = 2 * 1 * qh3i1 / (ql3i1 + qr3i1)$   
 $qy3i1 = 2 * 1 * qk3i1 / (ql3i1 + qr3i1)$   
 Text["t3-1-1"]  
 $Th3i1 = qh3i1 * T[[1,1,1]] + qk3i1 * T[[1,1,2]] + ql3i1 * T[[1,1,3]]$   
 $Tk3i1 = qh3i1 * T[[1,2,1]] + qk3i1 * T[[1,2,2]] + ql3i1 * T[[1,2,3]]$   
 $Tl3i1 = qh3i1 * T[[1,3,1]] + qk3i1 * T[[1,3,2]] + ql3i1 * T[[1,3,3]]$   
 $Tr3i1 = \text{Sqrt}[Th3i1^2 + Tk3i1^2 + Tl3i1^2]$   
 $Tx3i1 = 2 * 1 * Th3i1 / (Tl3i1 + Tr3i1)$   
 $Ty3i1 = 2 * 1 * Tk3i1 / (Tl3i1 + Tr3i1)$

Text["-3-1-1"]  
 $qhi3i1 = -3$   
 $qki3i1 = -1$   
 $qli3i1 = -1$   
 $qri3i1 = \text{Sqrt}[qhi3i1^2 + qki3i1^2 + qli3i1^2]$   
 $qxi3i1 = 2 * 1 * qhi3i1 / (qli3i1 + qri3i1)$   
 $qyi3i1 = 2 * 1 * qki3i1 / (qli3i1 + qri3i1)$   
 Text["t-3-1-1"]  
 $Thi3i1 = qhi3i1 * T[[1,1,1]] + qki3i1 * T[[1,1,2]] + qli3i1 * T[[1,1,3]]$   
 $Tki3i1 = qhi3i1 * T[[1,2,1]] + qki3i1 * T[[1,2,2]] + qli3i1 * T[[1,2,3]]$

$$Tli3i1i1=qhi3i1i1*T[[1,3,1]]+qki3i1i1*T[[1,3,2]]+qli3i1i1*T[[1,3,3]]$$

$$Tri3i1i1=\text{Sqrt}[Thi3i1i1^2+Tki3i1i1^2+Tli3i1i1^2]$$

$$Txi3i1i1=2*1*Tki3i1i1/(Tli3i1i1+Tri3i1i1)$$

$$Tyi3i1i1=2*1*Tki3i1i1/(Tli3i1i1+Tri3i1i1)$$

Text["123"]

$$qh123=1$$

$$qk123=2$$

$$ql123=3$$

$$qr123=\text{Sqrt}[qh123^2+qk123^2+ql123^2]$$

$$qx123=2*1*qh123/(ql123+qr123)$$

$$qy123=2*1*qk123/(ql123+qr123)$$

Text["t123"]

$$Th123=qh123*T[[1,1,1]]+qk123*T[[1,1,2]]+ql123*T[[1,1,3]]$$

$$Tk123=qh123*T[[1,2,1]]+qk123*T[[1,2,2]]+ql123*T[[1,2,3]]$$

$$Tl123=qh123*T[[1,3,1]]+qk123*T[[1,3,2]]+ql123*T[[1,3,3]]$$

$$Tr123=\text{Sqrt}[Th123^2+Tk123^2+Tl123^2]$$

$$Tx123=2*1*Th123/(Tl123+Tr123)$$

$$Ty123=2*1*Tk123/(Tl123+Tr123)$$

Text["-123"]

$$qhi123=-1$$

$$qki123=2$$

$$qli123=3$$

$$qri123=\text{Sqrt}[qhi123^2+qki123^2+qli123^2]$$

$$qxi123=2*1*qhi123/(qli123+qri123)$$

$$qyi123=2*1*qki123/(qli123+qri123)$$

Text["t-123"]

$$Thi123=qhi123*T[[1,1,1]]+qki123*T[[1,1,2]]+qli123*T[[1,1,3]]$$

$$Tki123=qhi123*T[[1,2,1]]+qki123*T[[1,2,2]]+qli123*T[[1,2,3]]$$

$$Tli123=qhi123*T[[1,3,1]]+qki123*T[[1,3,2]]+qli123*T[[1,3,3]]$$



$$\text{Tri}123=\text{Sqrt}[\text{Thi}123^2+\text{Tki}123^2+\text{Tli}123^2]$$

$$\text{Txi}123=2*1*\text{Thi}123/(\text{Tli}123+\text{Tri}123)$$

$$\text{Tyi}123=2*1*\text{Tki}123/(\text{Tli}123+\text{Tri}123)$$

Text["1-23"]

$$\text{qh}1i23=1$$

$$\text{qk}1i23=-2$$

$$\text{ql}1i23=3$$

$$\text{qr}1i23=\text{Sqrt}[\text{qh}1i23^2+\text{qk}1i23^2+\text{ql}1i23^2]$$

$$\text{qx}1i23=2*1*\text{qh}1i23/(\text{ql}1i23+\text{qr}1i23)$$

$$\text{qy}1i23=2*1*\text{qk}1i23/(\text{ql}1i23+\text{qr}1i23)$$

Text["t1-23"]

$$\text{Th}1i23=\text{qh}1i23*\text{T}[[1,1,1]]+\text{qk}1i23*\text{T}[[1,1,2]]+\text{ql}1i23*\text{T}[[1,1,3]]$$

$$\text{Tk}1i23=\text{qh}1i23*\text{T}[[1,2,1]]+\text{qk}1i23*\text{T}[[1,2,2]]+\text{ql}1i23*\text{T}[[1,2,3]]$$

$$\text{Tl}1i23=\text{qh}1i23*\text{T}[[1,3,1]]+\text{qk}1i23*\text{T}[[1,3,2]]+\text{ql}1i23*\text{T}[[1,3,3]]$$

$$\text{Tr}1i23=\text{Sqrt}[\text{Th}1i23^2+\text{Tk}1i23^2+\text{Tl}1i23^2]$$

$$\text{Txi}1i23=2*1*\text{Th}1i23/(\text{Tl}1i23+\text{Tr}1i23)$$

$$\text{Ty}1i23=2*1*\text{Tk}1i23/(\text{Tl}1i23+\text{Tr}1i23)$$

Text["12-3"]

$$\text{qh}12i3=1$$

$$\text{qk}12i3=2$$

$$\text{ql}12i3=-3$$

$$\text{qr}12i3=\text{Sqrt}[\text{qh}12i3^2+\text{qk}12i3^2+\text{ql}12i3^2]$$

$$\text{qx}12i3=2*1*\text{qh}12i3/(\text{ql}12i3+\text{qr}12i3)$$

$$\text{qy}12i3=2*1*\text{qk}12i3/(\text{ql}12i3+\text{qr}12i3)$$

Text["t12-3"]

$$\text{Th}12i3=\text{qh}12i3*\text{T}[[1,1,1]]+\text{qk}12i3*\text{T}[[1,1,2]]+\text{ql}12i3*\text{T}[[1,1,3]]$$

$$\text{Tk}12i3=\text{qh}12i3*\text{T}[[1,2,1]]+\text{qk}12i3*\text{T}[[1,2,2]]+\text{ql}12i3*\text{T}[[1,2,3]]$$

$$\text{Tl}12i3=\text{qh}12i3*\text{T}[[1,3,1]]+\text{qk}12i3*\text{T}[[1,3,2]]+\text{ql}12i3*\text{T}[[1,3,3]]$$

$$\text{Tr}12i3=\text{Sqrt}[\text{Th}12i3^2+\text{Tk}12i3^2+\text{Tl}12i3^2]$$

$$\text{Txi}12i3=2*1*\text{Th}12i3/(\text{Tl}12i3+\text{Tr}12i3)$$

$$\text{Ty}12i3=2*1*\text{Tk}12i3/(\text{Tl}12i3+\text{Tr}12i3)$$

Text["-1-2-3"]

$$\text{qhi}1i2i3=-1$$

$q_{ki1i2i3} = -2$   
 $q_{li1i2i3} = -3$   
 $q_{ri1i2i3} = \sqrt{q_{hi1i2i3}^2 + q_{ki1i2i3}^2 + q_{li1i2i3}^2}$   
 $q_{xi1i2i3} = 2 * 1 * q_{hi1i2i3} / (q_{li1i2i3} + q_{ri1i2i3})$   
 $q_{yi1i2i3} = 2 * 1 * q_{ki1i2i3} / (q_{li1i2i3} + q_{ri1i2i3})$   
 Text["t-1-2-3"]  
 $Th_{i1i2i3} = q_{hi1i2i3} * T[[1,1,1]] + q_{ki1i2i3} * T[[1,1,2]] + q_{li1i2i3} * T[[1,1,3]]$   
 $Tk_{i1i2i3} = q_{hi1i2i3} * T[[1,2,1]] + q_{ki1i2i3} * T[[1,2,2]] + q_{li1i2i3} * T[[1,2,3]]$   
 $Tl_{i1i2i3} = q_{hi1i2i3} * T[[1,3,1]] + q_{ki1i2i3} * T[[1,3,2]] + q_{li1i2i3} * T[[1,3,3]]$   
 $Tr_{i1i2i3} = \sqrt{Th_{i1i2i3}^2 + Tk_{i1i2i3}^2 + Tl_{i1i2i3}^2}$   
 $Tx_{i1i2i3} = 2 * 1 * Th_{i1i2i3} / (Tl_{i1i2i3} + Tr_{i1i2i3})$   
 $Ty_{i1i2i3} = 2 * 1 * Tk_{i1i2i3} / (Tl_{i1i2i3} + Tr_{i1i2i3})$

Text["1-2-3"]  
 $q_{h1i2i3} = 1$   
 $q_{k1i2i3} = -2$   
 $q_{l1i2i3} = -3$   
 $q_{r1i2i3} = \sqrt{q_{h1i2i3}^2 + q_{k1i2i3}^2 + q_{l1i2i3}^2}$   
 $q_{x1i2i3} = 2 * 1 * q_{h1i2i3} / (q_{l1i2i3} + q_{r1i2i3})$   
 $q_{y1i2i3} = 2 * 1 * q_{k1i2i3} / (q_{l1i2i3} + q_{r1i2i3})$   
 Text["t1-2-3"]  
 $Th_{1i2i3} = q_{h1i2i3} * T[[1,1,1]] + q_{k1i2i3} * T[[1,1,2]] + q_{l1i2i3} * T[[1,1,3]]$   
 $Tk_{1i2i3} = q_{h1i2i3} * T[[1,2,1]] + q_{k1i2i3} * T[[1,2,2]] + q_{l1i2i3} * T[[1,2,3]]$   
 $Tl_{1i2i3} = q_{h1i2i3} * T[[1,3,1]] + q_{k1i2i3} * T[[1,3,2]] + q_{l1i2i3} * T[[1,3,3]]$   
 $Tr_{1i2i3} = \sqrt{Th_{1i2i3}^2 + Tk_{1i2i3}^2 + Tl_{1i2i3}^2}$   
 $Tx_{1i2i3} = 2 * 1 * Th_{1i2i3} / (Tl_{1i2i3} + Tr_{1i2i3})$   
 $Ty_{1i2i3} = 2 * 1 * Tk_{1i2i3} / (Tl_{1i2i3} + Tr_{1i2i3})$

Text["-12-3"]  
 $q_{hi12i3} = -1$   
 $q_{ki12i3} = 2$   
 $q_{li12i3} = -3$   
 $q_{ri12i3} = \sqrt{q_{hi12i3}^2 + q_{ki12i3}^2 + q_{li12i3}^2}$   
 $q_{xi12i3} = 2 * 1 * q_{hi12i3} / (q_{li12i3} + q_{ri12i3})$   
 $q_{yi12i3} = 2 * 1 * q_{ki12i3} / (q_{li12i3} + q_{ri12i3})$   
 Text["t-12-3"]

$Thi12i3=qhi12i3*T[[1,1,1]]+qki12i3*T[[1,1,2]]+qli12i3*T[[1,1,3]]$   
 $Tki12i3=qhi12i3*T[[1,2,1]]+qki12i3*T[[1,2,2]]+qli12i3*T[[1,2,3]]$   
 $Tli12i3=qhi12i3*T[[1,3,1]]+qki12i3*T[[1,3,2]]+qli12i3*T[[1,3,3]]$   
 $Tri12i3=Sqrt[Thi12i3^2+Tki12i3^2+Tli12i3^2]$   
 $Txi12i3=2*1*Thi12i3/(Tli12i3+Tri12i3)$   
 $Tyi12i3=2*1*Tki12i3/(Tli12i3+Tri12i3)$

Text["-1-23"]

qhi1i23=-1

qki1i23=-2

qli1i23=3

qri1i23=Sqrt[qhi1i23^2+qki1i23^2+qli1i23^2]

qxi1i23=2\*1\*qhi1i23/(qli1i23+qri1i23)

qyi1i23=2\*1\*qki1i23/(qli1i23+qri1i23)

Text["t-1-23"]

$Thi1i23=qhi1i23*T[[1,1,1]]+qki1i23*T[[1,1,2]]+qli1i23*T[[1,1,3]]$   
 $Tki1i23=qhi1i23*T[[1,2,1]]+qki1i23*T[[1,2,2]]+qli1i23*T[[1,2,3]]$   
 $Tli1i23=qhi1i23*T[[1,3,1]]+qki1i23*T[[1,3,2]]+qli1i23*T[[1,3,3]]$   
 $Tri1i23=Sqrt[Thi1i23^2+Tki1i23^2+Tli1i23^2]$   
 $Txi1i23=2*1*Thi1i23/(Tli1i23+Tri1i23)$   
 $Tyi1i23=2*1*Tki1i23/(Tli1i23+Tri1i23)$

Text["132"]

qh132=1

qk132=3

ql132=2

qr132=Sqrt[qh132^2+qk132^2+ql132^2]

qx132=2\*1\*qh132/(ql132+qr132)

qy132=2\*1\*qk132/(ql132+qr132)

Text["t132"]

$Th132=qh132*T[[1,1,1]]+qk132*T[[1,1,2]]+ql132*T[[1,1,3]]$   
 $Tk132=qh132*T[[1,2,1]]+qk132*T[[1,2,2]]+ql132*T[[1,2,3]]$   
 $Tl132=qh132*T[[1,3,1]]+qk132*T[[1,3,2]]+ql132*T[[1,3,3]]$   
 $Tr132=Sqrt[Th132^2+Tk132^2+Tl132^2]$   
 $Tx132=2*1*Th132/(Tl132+Tr132)$   
 $Ty132=2*1*Tk132/(Tl132+Tr132)$

Text["-132"]

qhi132=-1

qki132=3

qli132=2

qri132=Sqrt[qhi132^2+qki132^2+qli132^2]

qxi132=2\*1\*qhi132/(qli132+qri132)

qyi132=2\*1\*qki132/(qli132+qri132)

Text["t-132"]

Thi132=qhi132\*T[[1,1,1]]+qki132\*T[[1,1,2]]+qli132\*T[[1,1,3]]

Tki132=qhi132\*T[[1,2,1]]+qki132\*T[[1,2,2]]+qli132\*T[[1,2,3]]

Tli132=qhi132\*T[[1,3,1]]+qki132\*T[[1,3,2]]+qli132\*T[[1,3,3]]

Tri132=Sqrt[Thi132^2+Tki132^2+Tli132^2]

Txi132=2\*1\*Thi132/(Tli132+Tri132)

Tyi132=2\*1\*Tki132/(Tli132+Tri132)

Text["1-32"]

qhl132=1

qkl132=-3

ql132=2

qrl132=Sqrt[qhl132^2+qkl132^2+ql132^2]

qx132=2\*1\*qhl132/(ql132+qrl132)

qy132=2\*1\*qkl132/(ql132+qrl132)

Text["t1-32"]

Thl132=qhl132\*T[[1,1,1]]+qkl132\*T[[1,1,2]]+ql132\*T[[1,1,3]]

Tkl132=qhl132\*T[[1,2,1]]+qkl132\*T[[1,2,2]]+ql132\*T[[1,2,3]]

Tll132=qhl132\*T[[1,3,1]]+qkl132\*T[[1,3,2]]+ql132\*T[[1,3,3]]

Trl132=Sqrt[Thl132^2+Tkl132^2+Tll132^2]

Txl132=2\*1\*Thl132/(Tll132+Trl132)

Tyl132=2\*1\*Tkl132/(Tll132+Trl132)

Text["13-2"]

qh13i2=1

qk13i2=3

ql13i2=-2

qr13i2=Sqrt[qh13i2^2+qk13i2^2+ql13i2^2]

$$qx_{13i2} = 2 * 1 * qh_{13i2} / (ql_{13i2} + qr_{13i2})$$

$$qy_{13i2} = 2 * 1 * qk_{13i2} / (ql_{13i2} + qr_{13i2})$$

Text["t13-2"]

$$Th_{13i2} = qh_{13i2} * T[[1,1,1]] + qk_{13i2} * T[[1,1,2]] + ql_{13i2} * T[[1,1,3]]$$

$$Tk_{13i2} = qh_{13i2} * T[[1,2,1]] + qk_{13i2} * T[[1,2,2]] + ql_{13i2} * T[[1,2,3]]$$

$$Tl_{13i2} = qh_{13i2} * T[[1,3,1]] + qk_{13i2} * T[[1,3,2]] + ql_{13i2} * T[[1,3,3]]$$

$$Tr_{13i2} = \text{Sqrt}[Th_{13i2}^2 + Tk_{13i2}^2 + Tl_{13i2}^2]$$

$$Tx_{13i2} = 2 * 1 * Th_{13i2} / (Tl_{13i2} + Tr_{13i2})$$

$$Ty_{13i2} = 2 * 1 * Tk_{13i2} / (Tl_{13i2} + Tr_{13i2})$$

Text["-1-3-2"]

$$qhi_{13i2} = -1$$

$$qki_{13i2} = -3$$

$$qli_{13i2} = -2$$

$$qri_{13i2} = \text{Sqrt}[qhi_{13i2}^2 + qki_{13i2}^2 + qli_{13i2}^2]$$

$$qxi_{13i2} = 2 * 1 * qhi_{13i2} / (qli_{13i2} + qri_{13i2})$$

$$qyi_{13i2} = 2 * 1 * qki_{13i2} / (qli_{13i2} + qri_{13i2})$$

Text["t-1-3-2"]

$$Thi_{13i2} = qhi_{13i2} * T[[1,1,1]] + qki_{13i2} * T[[1,1,2]] + qli_{13i2} * T[[1,1,3]]$$

$$Tki_{13i2} = qhi_{13i2} * T[[1,2,1]] + qki_{13i2} * T[[1,2,2]] + qli_{13i2} * T[[1,2,3]]$$

$$Tli_{13i2} = qhi_{13i2} * T[[1,3,1]] + qki_{13i2} * T[[1,3,2]] + qli_{13i2} * T[[1,3,3]]$$

$$Tri_{13i2} = \text{Sqrt}[Thi_{13i2}^2 + Tki_{13i2}^2 + Tli_{13i2}^2]$$

$$Txi_{13i2} = 2 * 1 * Thi_{13i2} / (Tli_{13i2} + Tri_{13i2})$$

$$Tyi_{13i2} = 2 * 1 * Tki_{13i2} / (Tli_{13i2} + Tri_{13i2})$$

Text["1-3-2"]

$$qh_{13i2} = 1$$

$$qk_{13i2} = -3$$

$$ql_{13i2} = -2$$

$$qr_{13i2} = \text{Sqrt}[qh_{13i2}^2 + qk_{13i2}^2 + ql_{13i2}^2]$$

$$qx_{13i2} = 2 * 1 * qh_{13i2} / (ql_{13i2} + qr_{13i2})$$

$$qy_{13i2} = 2 * 1 * qk_{13i2} / (ql_{13i2} + qr_{13i2})$$

Text["t1-3-2"]

$$Th_{13i2} = qh_{13i2} * T[[1,1,1]] + qk_{13i2} * T[[1,1,2]] + ql_{13i2} * T[[1,1,3]]$$

$$Tk_{13i2} = qh_{13i2} * T[[1,2,1]] + qk_{13i2} * T[[1,2,2]] + ql_{13i2} * T[[1,2,3]]$$

$$Tl_{13i2} = qh_{13i2} * T[[1,3,1]] + qk_{13i2} * T[[1,3,2]] + ql_{13i2} * T[[1,3,3]]$$

$$\text{Tr}1i3i2=\text{Sqrt}[\text{Th}1i3i2^2+\text{Tk}1i3i2^2+\text{Tl}1i3i2^2]$$

$$\text{Tx}1i3i2=2*1*\text{Th}1i3i2/(\text{Tl}1i3i2+\text{Tr}1i3i2)$$

$$\text{Ty}1i3i2=2*1*\text{Tk}1i3i2/(\text{Tl}1i3i2+\text{Tr}1i3i2)$$

Text["-13-2"]

$$\text{qhi}13i2=-1$$

$$\text{qki}13i2=3$$

$$\text{qli}13i2=-2$$

$$\text{qri}13i2=\text{Sqrt}[\text{qhi}13i2^2+\text{qki}13i2^2+\text{qli}13i2^2]$$

$$\text{qxi}13i2=2*1*\text{qhi}13i2/(\text{qli}13i2+\text{qri}13i2)$$

$$\text{qyi}13i2=2*1*\text{qki}13i2/(\text{qli}13i2+\text{qri}13i2)$$

Text["t-13-2"]

$$\text{Th}13i2=\text{qhi}13i2*\text{T}[[1,1,1]]+\text{qki}13i2*\text{T}[[1,1,2]]+\text{qli}13i2*\text{T}[[1,1,3]]$$

$$\text{Tk}13i2=\text{qhi}13i2*\text{T}[[1,2,1]]+\text{qki}13i2*\text{T}[[1,2,2]]+\text{qli}13i2*\text{T}[[1,2,3]]$$

$$\text{Tl}13i2=\text{qhi}13i2*\text{T}[[1,3,1]]+\text{qki}13i2*\text{T}[[1,3,2]]+\text{qli}13i2*\text{T}[[1,3,3]]$$

$$\text{Tr}13i2=\text{Sqrt}[\text{Th}13i2^2+\text{Tk}13i2^2+\text{Tl}13i2^2]$$

$$\text{Tx}13i2=2*1*\text{Th}13i2/(\text{Tl}13i2+\text{Tr}13i2)$$

$$\text{Ty}13i2=2*1*\text{Tk}13i2/(\text{Tl}13i2+\text{Tr}13i2)$$

Text["-1-32"]

$$\text{qhi}1i32=-1$$

$$\text{qki}1i32=-3$$

$$\text{qli}1i32=2$$

$$\text{qri}1i32=\text{Sqrt}[\text{qhi}1i32^2+\text{qki}1i32^2+\text{qli}1i32^2]$$

$$\text{qxi}1i32=2*1*\text{qhi}1i32/(\text{qli}1i32+\text{qri}1i32)$$

$$\text{qyi}1i32=2*1*\text{qki}1i32/(\text{qli}1i32+\text{qri}1i32)$$

Text["t132"]

$$\text{Th}1i32=\text{qhi}1i32*\text{T}[[1,1,1]]+\text{qki}1i32*\text{T}[[1,1,2]]+\text{qli}1i32*\text{T}[[1,1,3]]$$

$$\text{Tk}1i32=\text{qhi}1i32*\text{T}[[1,2,1]]+\text{qki}1i32*\text{T}[[1,2,2]]+\text{qli}1i32*\text{T}[[1,2,3]]$$

$$\text{Tl}1i32=\text{qhi}1i32*\text{T}[[1,3,1]]+\text{qki}1i32*\text{T}[[1,3,2]]+\text{qli}1i32*\text{T}[[1,3,3]]$$

$$\text{Tr}1i32=\text{Sqrt}[\text{Th}1i32^2+\text{Tk}1i32^2+\text{Tl}1i32^2]$$

$$\text{Tx}1i32=2*1*\text{Th}1i32/(\text{Tl}1i32+\text{Tr}1i32)$$

$$\text{Ty}1i32=2*1*\text{Tk}1i32/(\text{Tl}1i32+\text{Tr}1i32)$$

Text["213"]

$$\text{qh}213=2$$

$qk213=1$   
 $ql213=3$   
 $qr213=\text{Sqrt}[qh213^2+qk213^2+ql213^2]$   
 $qx213=2*1*qh213/(ql213+qr213)$   
 $qy213=2*1*qk213/(ql213+qr213)$   
Text["t132"]  
 $Th213=qh213*T[[1,1,1]]+qk213*T[[1,1,2]]+ql213*T[[1,1,3]]$   
 $Tk213=qh213*T[[1,2,1]]+qk213*T[[1,2,2]]+ql213*T[[1,2,3]]$   
 $Tl213=qh213*T[[1,3,1]]+qk213*T[[1,3,2]]+ql213*T[[1,3,3]]$   
 $Tr213=\text{Sqrt}[Th213^2+Tk213^2+Tl213^2]$   
 $Tx213=2*1*Th213/(Tl213+Tr213)$   
 $Ty213=2*1*Tk213/(Tl213+Tr213)$

Text["実際の中心1"]  
 $t1=\text{Solve}[(qa1-xa3)^2+(-qa1-ya3)^2-(qa1-xay1)^2-(-qa1-yay1)^2==0,qa1]$   
 $qax1=qa1/.t1[[1]]$   
 $qay1=-qa1/.t1[[1]]$   
 $rqc1=\text{Sqrt}[(qax1-xa3)^2+(qay1-ya3)^2]$   
Text["実際の中心2"]  
 $t2=\text{Solve}[(qa2-xa3)^2+(-qa2-ya3)^2-(qa2-xay4)^2-(-qa2-yay4)^2==0,qa2]$   
 $qax2=qa2/.t2[[1]]$   
 $qay2=-qa2/.t2[[1]]$   
 $rqc2=\text{Sqrt}[(qax2-xa3)^2+(qay2-ya3)^2]$   
Text["実際の中心3"]  
 $t3=\text{Solve}[(qa3-xa15)^2+(qa3-ya15)^2-(qa3-xay3)^2-(qa3-yay3)^2==0,qa3]$   
 $qax3=qa3/.t3[[1]]$   
 $qay3=qa3/.t3[[1]]$   
 $rqc3=\text{Sqrt}[(qax3-xa15)^2+(qay3-ya15)^2]$   
Text["実際の中心4"]  
 $t4=\text{Solve}[(qa4-xa15)^2+(qa4-ya15)^2-(qa4-xay1)^2-(qa4-yay1)^2==0,qa4]$   
 $qax4=qa4/.t4[[1]]$

```

qay4=qa4/.t4[[1]]
rqc4=Sqrt[(qax4-xa15)^2+(qay4-ya15)^2]
V1={{0.9999999,0,0},{0,1,0},{0,0,1}}
V2={{0.9999999,0,0},{0,-1,0},{0,0,-1}}
V3={{-0.9999999,0,0},{0,1,0},{0,0,-1}}
V4={{-0.9999999,0,0},{0,-1,0},{0,0,1}}
V5={{0,-1,0},{-0.9999999,0,0},{0,0,-1}}
V6={{0,-1,0},{0.9999999,0,0},{0,0,1}}
V7={{0,1,0},{-0.9999999,0,0},{0,0,1}}
V8={{0,1,0},{0.9999999,0,0},{0,0,-1}}
V9={{-0.9999999,0,0},{0,0,-1},{0,-1,0}}
V10={{-0.9999999,0,0},{0,0,1},{0,1,0}}
V11={{0.9999999,0,0},{0,0,-1},{0,1,0}}
V12={{0.9999999,0,0},{0,0,1},{0,-1,0}}
V13={{0,1,0},{0,0,1},{0.9999999,0,0}}
V14={{0,1,0},{0,0,-1},{-0.9999999,0,0}}
V15={{0,-1,0},{0,0,1},{-0.9999999,0,0}}
V16={{0,-1,0},{0,0,-1},{0.9999999,0,0}}
V17={{0,0,1},{0.9999999,0,0},{0,1,0}}
V18={{0,0,1},{-0.9999999,0,0},{0,-1,0}}
V19={{0,0,-1},{0.9999999,0,0},{0,-1,0}}
V20={{0,0,-1},{-0.9999999,0,0},{0,1,0}}
V21={{0,0,-1},{0,-1,0},{-0.9999999,0,0}}
V22={{0,0,-1},{0,1,0},{0.9999999,0,0}}
V23={{0,0,1},{0,-1,0},{0.9999999,0,0}}
V24={{0,0,1},{0,1,0},{-0.9999999,0,0}}

```

```
Text["TV1"]
```

```
TV1=Tm.V1
```

```
ETV1=Eigenvectors[TV1]
```

```
R1ETV1={-ETV1[[1,2]],ETV1[[1,1]],0}
```

```
uvw11=R1ETV1.TV1
```

```
Text["radETV1"]
```

```
radR1ETV1=ArcCos[{R1ETV1[[1]]*uvw11[[1]]+R1ETV1[[2]]*uvw11[[2]]+R1ETV1[[3]]*uvw11[[3]]}/(Sqrt[R1E
TV1[[1]]^2+R1ETV1[[2]]^2+R1ETV1[[3]]^2]*Sqrt[uvw11[[1]]^2+uvw11[[2]]^2+uvw11[[3]]^2}]*180/Pi
```



```

nradR1ETV1=radR1ETV1[[1]]

R2ETV1={-ETV1[[2,2]],ETV1[[2,1]],0}
uvw12=R2ETV1.TV1
Text["radhu2"]
radR2ETV1=ArcCos[{R2ETV1[[1]]*uvw12[[1]]+R2ETV1[[2]]*uvw12[[2]]+R2ETV1[[3]]*uvw12[[3]]}/{Sqrt[R2E
TV1[[1]]^2+R2ETV1[[2]]^2+R2ETV1[[3]]^2}*Sqrt[uvw12[[1]]^2+uvw12[[2]]^2+uvw12[[3]]^2}]*180/Pi
nradR2ETV1=radR2ETV1[[1]]

R3ETV1={-ETV1[[3,2]],ETV1[[3,1]],0}
uvw13=R3ETV1.TV1
Text["radhu3"]
radR3ETV1=ArcCos[{R3ETV1[[1]]*uvw13[[1]]+R3ETV1[[2]]*uvw13[[2]]+R3ETV1[[3]]*uvw13[[3]]}/{Sqrt[R3E
TV1[[1]]^2+R3ETV1[[2]]^2+R3ETV1[[3]]^2}*Sqrt[uvw13[[1]]^2+uvw13[[2]]^2+uvw13[[3]]^2}]*180/Pi
nradR3ETV1=radR3ETV1[[1]]

cradhu1=radR1ETV1/.Complex[x_,y_]->a1[x,y][[2]]
ccradhu1=cradhu1[[1]]
cradhu2=radR2ETV1/.Complex[x_,y_]->a2[x,y][[2]]
ccradhu2=cradhu2[[1]]
cradhu3=radR3ETV1/.Complex[x_,y_]->a3[x,y][[2]]
ccradhu3=cradhu3[[1]]
trad1=If[ccradhu1==0.,radR1ETV1/.Complex[x_,y_]->a1[x,y][[1]],If[ccradhu2==0.,radR2ETV1/.Complex[x_,y_]-
>a2[x,y][[1]],If[ccradhu3==0.,radR3ETV1/.Complex[x_,y_]->a3[x,y][[1]],false]][[1]]
tuvw1=
If[ccradhu1==0.,uvw11,If[ccradhu2==0.,uvw12,If[ccradhu3==0.,uvw13,false]]]
Text["TV2"]
TV2=Tm.V2
ETV2=Eigenvectors[TV2]
R1ETV2={-ETV2[[1,2]],ETV2[[1,1]],0}
uvw21=R1ETV2.TV2
Text["radETV1"]
radR1ETV2=ArcCos[{R1ETV2[[1]]*uvw21[[1]]+R1ETV2[[2]]*uvw21[[2]]+R1ETV2[[3]]*uvw21[[3]]}/{Sqrt[R1E
TV2[[1]]^2+R1ETV2[[2]]^2+R1ETV2[[3]]^2}*Sqrt[uvw21[[1]]^2+uvw21[[2]]^2+uvw21[[3]]^2}]*180/Pi
nradR1ETV2=radR1ETV2[[1]]

```

```

R2ETV2={-ETV2[[2,2]],ETV2[[2,1]],0}
uvw22=R2ETV2.TV2
Text["radhu2"]
radR2ETV2=ArcCos[{R2ETV2[[1]]*uvw22[[1]]+R2ETV2[[2]]*uvw22[[2]]+R2ETV2[[3]]*uvw22[[3]]}/(Sqrt[R2E
TV2[[1]]^2+R2ETV2[[2]]^2+R2ETV2[[3]]^2]*Sqrt[uvw22[[1]]^2+uvw22[[2]]^2+uvw22[[3]]^2}]*180/Pi
nradR2ETV2=radR2ETV2[[1]]

```

```

R3ETV2={-ETV2[[3,2]],ETV2[[3,1]],0}
uvw23=R3ETV2.TV2
Text["radhu3"]
radR3ETV2=ArcCos[{R3ETV2[[1]]*uvw23[[1]]+R3ETV2[[2]]*uvw23[[2]]+R3ETV2[[3]]*uvw23[[3]]}/(Sqrt[R3E
TV2[[1]]^2+R3ETV2[[2]]^2+R3ETV2[[3]]^2]*Sqrt[uvw23[[1]]^2+uvw23[[2]]^2+uvw23[[3]]^2}]*180/Pi
nradR3ETV2=radR3ETV2[[1]]

```

```

cradhu1=radR1ETV2/.Complex[x_,y_]->a1[x,y][[2]]
ccradhu1=cradhu1[[1]]
cradhu2=radR2ETV2/.Complex[x_,y_]->a2[x,y][[2]]
ccradhu2=cradhu2[[1]]
cradhu3=radR3ETV2/.Complex[x_,y_]->a3[x,y][[2]]
ccradhu3=cradhu3[[1]]
trad2=If[ccradhu1==0.,radR1ETV2/.Complex[x_,y_]->a1[x,y][[1]],If[ccradhu2==0.,radR2ETV2/.Complex[x_,y_]-
>a2[x,y][[1]],If[ccradhu3==0.,radR3ETV2/.Complex[x_,y_]->a3[x,y][[1]],false]][[1]]
tuvw2=
If[ccradhu1==0.,uvw21,If[ccradhu2==0.,uvw22,If[ccradhu3==0.,uvw23,false]]]

```

```

Text["TV3"]
TV3=Tm.V3
ETV3=Eigenvectors[TV3]
R1ETV3={-ETV3[[1,2]],ETV3[[1,1]],0}
uvw31=R1ETV3.TV3
Text["radETV1"]
radR1ETV3=ArcCos[{R1ETV3[[1]]*uvw31[[1]]+R1ETV3[[2]]*uvw31[[2]]+R1ETV3[[3]]*uvw31[[3]]}/(Sqrt[R1E
TV3[[1]]^2+R1ETV3[[2]]^2+R1ETV3[[3]]^2)*Sqrt[uvw31[[1]]^2+uvw31[[2]]^2+uvw31[[3]]^2}]*180/Pi
nradR1ETV3=radR1ETV3[[1]]

```

```

R2ETV3={-ETV3[[2,2]],ETV3[[2,1]],0}

```

```

uvw32=R2ETV3.TV3
Text["radhu2"]
radR2ETV3=ArcCos[{R2ETV3[[1]]*uvw32[[1]]+R2ETV3[[2]]*uvw32[[2]]+R2ETV3[[3]]*uvw32[[3]]}/(Sqrt[R2E
TV3[[1]]^2+R2ETV3[[2]]^2+R2ETV3[[3]]^2]*Sqrt[uvw32[[1]]^2+uvw32[[2]]^2+uvw32[[3]]^2})*180/Pi
nradR2ETV3=radR2ETV3[[1]]

R3ETV3={-ETV3[[3,2]],ETV3[[3,1]],0}
uvw33=R3ETV3.TV3
Text["radhu3"]
radR3ETV3=ArcCos[{R3ETV3[[1]]*uvw33[[1]]+R3ETV3[[2]]*uvw33[[2]]+R3ETV3[[3]]*uvw33[[3]]}/(Sqrt[R3E
TV3[[1]]^2+R3ETV3[[2]]^2+R3ETV3[[3]]^2)*Sqrt[uvw33[[1]]^2+uvw33[[2]]^2+uvw33[[3]]^2})*180/Pi
nradR3ETV3=radR3ETV3[[1]]

cradhu1=radR1ETV3/Complex[x_,y_]->a1[x,y][[2]]
ccradhu1=cradhu1[[1]]
cradhu2=radR2ETV3/Complex[x_,y_]->a2[x,y][[2]]
ccradhu2=ccradhu2[[1]]
cradhu3=radR3ETV3/Complex[x_,y_]->a3[x,y][[2]]
ccradhu3=ccradhu3[[1]]
trd3=If[ccradhu1==0.,radR1ETV3/Complex[x_,y_]->a1[x,y][[1]],If[ccradhu2==0.,radR2ETV3/Complex[x_,y_]-
>a2[x,y][[1]],If[ccradhu3==0.,radR3ETV3/Complex[x_,y_]->a3[x,y][[1]],false]][[1]]
tuvw3=
If[ccradhu1==0.,uvw31,If[ccradhu2==0.,uvw32,If[ccradhu3==0.,uvw33,false]]]

Text["TV4"]
TV4=Tm.V4
ETV4=Eigenvectors[TV4]
R1ETV4={-ETV4[[1,2]],ETV4[[1,1]],0}
uvw41=R1ETV4.TV4
Text["radETV1"]
radR1ETV4=ArcCos[{R1ETV4[[1]]*uvw41[[1]]+R1ETV4[[2]]*uvw41[[2]]+R1ETV4[[3]]*uvw41[[3]]}/(Sqrt[R1E
TV4[[1]]^2+R1ETV4[[2]]^2+R1ETV4[[3]]^2)*Sqrt[uvw41[[1]]^2+uvw41[[2]]^2+uvw41[[3]]^2})*180/Pi
nradR1ETV4=radR1ETV4[[1]]

R2ETV4={-ETV4[[2,2]],ETV4[[2,1]],0}
uvw42=R2ETV4.TV4

```

Text["radhu2"]  

$$\text{radR2ETV4} = \text{ArcCos}\left[\frac{\text{R2ETV4}[[1]]*\text{uvw42}[[1]] + \text{R2ETV4}[[2]]*\text{uvw42}[[2]] + \text{R2ETV4}[[3]]*\text{uvw42}[[3]]}{\sqrt{\text{R2ETV4}[[1]]^2 + \text{R2ETV4}[[2]]^2 + \text{R2ETV4}[[3]]^2}}\right]*\sqrt{\text{uvw42}[[1]]^2 + \text{uvw42}[[2]]^2 + \text{uvw42}[[3]]^2}]*180/\text{Pi}$$

$$\text{nradR2ETV4} = \text{radR2ETV4}[[1]]$$

$$\text{R3ETV4} = \{-\text{ETV4}[[3,2]], \text{ETV4}[[3,1]], 0\}$$

$$\text{uvw43} = \text{R3ETV4}.\text{TV4}$$

Text["radhu3"]  

$$\text{radR3ETV4} = \text{ArcCos}\left[\frac{\text{R3ETV4}[[1]]*\text{uvw43}[[1]] + \text{R3ETV4}[[2]]*\text{uvw43}[[2]] + \text{R3ETV4}[[3]]*\text{uvw43}[[3]]}{\sqrt{\text{R3ETV4}[[1]]^2 + \text{R3ETV4}[[2]]^2 + \text{R3ETV4}[[3]]^2}}\right]*\sqrt{\text{uvw43}[[1]]^2 + \text{uvw43}[[2]]^2 + \text{uvw43}[[3]]^2}]*180/\text{Pi}$$

$$\text{nradR3ETV4} = \text{radR3ETV4}[[1]]$$

$$\text{cradhu1} = \text{radR1ETV4} / \text{Complex}[x\_ , y\_ ] \rightarrow a1[x, y] [[2]]$$

$$\text{ccradhu1} = \text{cradhu1} [[1]]$$

$$\text{cradhu2} = \text{radR2ETV4} / \text{Complex}[x\_ , y\_ ] \rightarrow a2[x, y] [[2]]$$

$$\text{ccradhu2} = \text{cradhu2} [[1]]$$

$$\text{cradhu3} = \text{radR3ETV4} / \text{Complex}[x\_ , y\_ ] \rightarrow a3[x, y] [[2]]$$

$$\text{ccradhu3} = \text{cradhu3} [[1]]$$

$$\text{trad4} = \text{If}[\text{ccradhu1} == 0., \text{radR1ETV4} / \text{Complex}[x\_ , y\_ ] \rightarrow a1[x, y] [[1]], \text{If}[\text{ccradhu2} == 0., \text{radR2ETV4} / \text{Complex}[x\_ , y\_ ] \rightarrow a2[x, y] [[1]], \text{If}[\text{ccradhu3} == 0., \text{radR3ETV4} / \text{Complex}[x\_ , y\_ ] \rightarrow a3[x, y] [[1]], \text{false}]]] [[1]]$$

$$\text{tuvw4} =$$

$$\text{If}[\text{ccradhu1} == 0., \text{uvw41}, \text{If}[\text{ccradhu2} == 0., \text{uvw42}, \text{If}[\text{ccradhu3} == 0., \text{uvw43}, \text{false}]]]$$

Text["TV5"]

$$\text{TV5} = \text{Tm}.\text{V5}$$

$$\text{ETV5} = \text{Eigenvectors}[\text{TV5}]$$

$$\text{R1ETV5} = \{-\text{ETV5}[[1,2]], \text{ETV5}[[1,1]], 0\}$$

$$\text{uvw51} = \text{R1ETV5}.\text{TV5}$$

Text["radETV1"]

$$\text{radR1ETV5} = \text{ArcCos}\left[\frac{\text{R1ETV5}[[1]]*\text{uvw51}[[1]] + \text{R1ETV5}[[2]]*\text{uvw51}[[2]] + \text{R1ETV5}[[3]]*\text{uvw51}[[3]]}{\sqrt{\text{R1ETV5}[[1]]^2 + \text{R1ETV5}[[2]]^2 + \text{R1ETV5}[[3]]^2}}\right]*\sqrt{\text{uvw51}[[1]]^2 + \text{uvw51}[[2]]^2 + \text{uvw51}[[3]]^2}]*180/\text{Pi}$$

$$\text{nradR1ETV5} = \text{radR1ETV5}[[1]]$$

$$\text{R2ETV5} = \{-\text{ETV5}[[2,2]], \text{ETV5}[[2,1]], 0\}$$

$$\text{uvw52} = \text{R2ETV5}.\text{TV5}$$

Text["radhu2"]

```

radR2ETV5=ArcCos[{R2ETV5[[1]]*uvw52[[1]]+R2ETV5[[2]]*uvw52[[2]]+R2ETV5[[3]]*uvw52[[3]]}/(Sqrt[R2ETV5[[1]]^2+R2ETV5[[2]]^2+R2ETV5[[3]]^2]*Sqrt[uvw52[[1]]^2+uvw52[[2]]^2+uvw52[[3]]^2})*180/Pi
nradR2ETV5=radR2ETV5[[1]]

```

```

R3ETV5={-ETV5[[3,2]],ETV5[[3,1]],0}

```

```

uvw53=R3ETV5.TV5

```

```

Text["radhu3"]

```

```

radR3ETV5=ArcCos[{R3ETV5[[1]]*uvw53[[1]]+R3ETV5[[2]]*uvw53[[2]]+R3ETV5[[3]]*uvw53[[3]]}/(Sqrt[R3ETV5[[1]]^2+R3ETV5[[2]]^2+R3ETV5[[3]]^2]*Sqrt[uvw53[[1]]^2+uvw53[[2]]^2+uvw53[[3]]^2})*180/Pi
nradR3ETV5=radR3ETV5[[1]]

```

```

cradhu1=radR1ETV5/.Complex[x_,y_]->a1[x,y][[2]]

```

```

ccradhu1=cradhu1[[1]]

```

```

cradhu2=radR2ETV5/.Complex[x_,y_]->a2[x,y][[2]]

```

```

ccradhu2=cradhu2[[1]]

```

```

cradhu3=radR3ETV5/.Complex[x_,y_]->a3[x,y][[2]]

```

```

ccradhu3=cradhu3[[1]]

```

```

trad5=If[ccradhu1==0.,radR1ETV5/.Complex[x_,y_]->a1[x,y][[1]],If[ccradhu2==0.,radR2ETV5/.Complex[x_,y_]->a2[x,y][[1]],If[ccradhu3==0.,radR3ETV5/.Complex[x_,y_]->a3[x,y][[1]],false]][[1]]

```

```

tuvw5=

```

```

If[ccradhu1==0.,uvw51,If[ccradhu2==0.,uvw52,If[ccradhu3==0.,uvw53,false]]]

```

```

Text["TV6"]

```

```

TV6=Tm.V6

```

```

ETV6=Eigenvectors[TV6]

```

```

R1ETV6={-ETV6[[1,2]],ETV6[[1,1]],0}

```

```

uvw61=R1ETV6.TV6

```

```

Text["radETV1"]

```

```

radR1ETV6=ArcCos[{R1ETV6[[1]]*uvw61[[1]]+R1ETV6[[2]]*uvw61[[2]]+R1ETV6[[3]]*uvw61[[3]]}/(Sqrt[R1ETV6[[1]]^2+R1ETV6[[2]]^2+R1ETV6[[3]]^2]*Sqrt[uvw61[[1]]^2+uvw61[[2]]^2+uvw61[[3]]^2})*180/Pi
nradR1ETV6=radR1ETV6[[1]]

```

```

R2ETV6={-ETV6[[2,2]],ETV6[[2,1]],0}

```

```

uvw62=R2ETV6.TV3

```

```

Text["radhu2"]

```

```

radR2ETV6=ArcCos[{R2ETV6[[1]]*uvw62[[1]]+R2ETV6[[2]]*uvw62[[2]]+R2ETV6[[3]]*uvw62[[3]]}/(Sqrt[R2E

```

```

TV6[[1]]^2+R2ETV6[[2]]^2+R2ETV6[[3]]^2)*Sqrt[uvw62[[1]]^2+uvw62[[2]]^2+uvw62[[3]]^2]}*180/Pi
nradR2ETV6=radR2ETV6[[1]]

R3ETV6={-ETV6[[3,2]],ETV6[[3,1]],0}
uvw63=R3ETV6.TV6
Text["radhu3"]
radR3ETV6=ArcCos[{R3ETV6[[1]]*uvw63[[1]]+R3ETV6[[2]]*uvw63[[2]]+R3ETV6[[3]]*uvw63[[3]]}/(Sqrt[R3E
TV6[[1]]^2+R3ETV6[[2]]^2+R3ETV6[[3]]^2)*Sqrt[uvw63[[1]]^2+uvw63[[2]]^2+uvw63[[3]]^2]}*180/Pi
nradR3ETV6=radR3ETV6[[1]]

cradhu1=radR1ETV6/Complex[x_,y_]->a1[x,y][[2]]
ccradhu1=cradhu1[[1]]
cradhu2=radR2ETV6/Complex[x_,y_]->a2[x,y][[2]]
ccradhu2=ccradhu2[[1]]
cradhu3=radR3ETV6/Complex[x_,y_]->a3[x,y][[2]]
ccradhu3=ccradhu3[[1]]
trad6=If[ccradhu1==0.,radR1ETV6/Complex[x_,y_]->a1[x,y][[1]],If[ccradhu2==0.,radR2ETV6/Complex[x_,y_]-
>a2[x,y][[1]],If[ccradhu3==0.,radR3ETV6/Complex[x_,y_]->a3[x,y][[1]],false]][[1]]
tuvw6=
If[ccradhu1==0.,uvw61,If[ccradhu2==0.,uvw62,If[ccradhu3==0.,uvw63,false]]]

Text["TV7"]
TV7=Tm.V7
ETV7=Eigenvectors[TV7]
R1ETV7={-ETV7[[1,2]],ETV7[[1,1]],0}
uvw71=R1ETV7.TV7
Text["radETV1"]
radR1ETV7=ArcCos[{R1ETV7[[1]]*uvw71[[1]]+R1ETV7[[2]]*uvw71[[2]]+R1ETV7[[3]]*uvw71[[3]]}/(Sqrt[R1E
TV7[[1]]^2+R1ETV7[[2]]^2+R1ETV7[[3]]^2)*Sqrt[uvw71[[1]]^2+uvw71[[2]]^2+uvw71[[3]]^2]}*180/Pi
nradR1ETV7=radR1ETV7[[1]]

R2ETV7={-ETV7[[2,2]],ETV7[[2,1]],0}
uvw72=R2ETV7.TV7
Text["radhu2"]
radR2ETV7=ArcCos[{R2ETV7[[1]]*uvw72[[1]]+R2ETV7[[2]]*uvw72[[2]]+R2ETV7[[3]]*uvw72[[3]]}/(Sqrt[R2E
TV7[[1]]^2+R2ETV7[[2]]^2+R2ETV7[[3]]^2)*Sqrt[uvw72[[1]]^2+uvw72[[2]]^2+uvw72[[3]]^2]}*180/Pi

```

nradR2ETV7=radR2ETV7[[1]]

R3ETV7={-ETV7[[3,2]],ETV7[[3,1]],0}

uvw73=R3ETV7.TV7

Text["radhu3"]

radR3ETV7=ArcCos[{R3ETV7[[1]]\*uvw73[[1]]+R3ETV7[[2]]\*uvw73[[2]]+R3ETV7[[3]]\*uvw73[[3]]}/(Sqrt[R3ETV7[[1]]^2+R3ETV7[[2]]^2+R3ETV7[[3]]^2]\*Sqrt[uvw73[[1]]^2+uvw73[[2]]^2+uvw73[[3]]^2})\*180/Pi

nradR3ETV7=radR3ETV7[[1]]

cradhu1=radR1ETV7/.Complex[x\_,y\_]->a1[x,y][[2]]

ccradhu1=cradhu1[[1]]

cradhu2=radR2ETV7/.Complex[x\_,y\_]->a2[x,y][[2]]

ccradhu2=cradhu2[[1]]

cradhu3=radR3ETV7/.Complex[x\_,y\_]->a3[x,y][[2]]

ccradhu3=cradhu3[[1]]

trad7=If[ccradhu1==0.,radR1ETV7/.Complex[x\_,y\_]->a1[x,y][[1]],If[ccradhu2==0.,radR2ETV7/.Complex[x\_,y\_]->a2[x,y][[1]],If[ccradhu3==0.,radR3ETV7/.Complex[x\_,y\_]->a3[x,y][[1]],false]][[1]]

tuvw7=

If[ccradhu1==0.,uvw71,If[ccradhu2==0.,uvw72,If[ccradhu3==0.,uvw73,false]]]

Text["TV8"]

TV8=Tm.V8

ETV8=Eigenvectors[TV8]

R1ETV8={-ETV8[[1,2]],ETV8[[1,1]],0}

uvw81=R1ETV8.TV8

Text["radETV1"]

radR1ETV8=ArcCos[{R1ETV8[[1]]\*uvw81[[1]]+R1ETV8[[2]]\*uvw81[[2]]+R1ETV8[[3]]\*uvw81[[3]]}/(Sqrt[R1ETV8[[1]]^2+R1ETV8[[2]]^2+R1ETV8[[3]]^2]\*Sqrt[uvw81[[1]]^2+uvw81[[2]]^2+uvw81[[3]]^2})\*180/Pi

nradR1ETV8=radR1ETV8[[1]]

R2ETV8={-ETV8[[2,2]],ETV8[[2,1]],0}

uvw82=R2ETV8.TV8

Text["radhu2"]

radR2ETV8=ArcCos[{R2ETV8[[1]]\*uvw82[[1]]+R2ETV8[[2]]\*uvw82[[2]]+R2ETV8[[3]]\*uvw82[[3]]}/(Sqrt[R2ETV8[[1]]^2+R2ETV8[[2]]^2+R2ETV8[[3]]^2]\*Sqrt[uvw82[[1]]^2+uvw82[[2]]^2+uvw82[[3]]^2})\*180/Pi

nradR2ETV8=radR2ETV8[[1]]

```

R3ETV8={-ETV8[[3,2]],ETV8[[3,1]],0}
uvw83=R3ETV8.TV8
Text["radhu3"]
radR3ETV8=ArcCos[{R3ETV8[[1]]*uvw83[[1]]+R3ETV8[[2]]*uvw83[[2]]+R3ETV8[[3]]*uvw83[[3]]}/(Sqrt[R3E
TV8[[1]]^2+R3ETV8[[2]]^2+R3ETV8[[3]]^2]*Sqrt[uvw83[[1]]^2+uvw83[[2]]^2+uvw83[[3]]^2}]*180/Pi
nradR3ETV8=radR3ETV8[[1]]

cradhu1=radR1ETV8/.Complex[x_,y_]->a1[x,y][[2]]
ccradhu1=ccradhu1[[1]]
cradhu2=radR2ETV8/.Complex[x_,y_]->a2[x,y][[2]]
ccradhu2=ccradhu2[[1]]
cradhu3=radR3ETV8/.Complex[x_,y_]->a3[x,y][[2]]
ccradhu3=ccradhu3[[1]]
trad8=If[ccradhu1==0.,radR1ETV8/.Complex[x_,y_]->a1[x,y][[1]],If[ccradhu2==0.,radR2ETV8/.Complex[x_,y_]-
>a2[x,y][[1]],If[ccradhu3==0.,radR3ETV8/.Complex[x_,y_]->a3[x,y][[1]],false]][[1]]
tuvw8=
If[ccradhu1==0.,uvw81,If[ccradhu2==0.,uvw82,If[ccradhu3==0.,uvw83,false]]]
Text["TV9"]
TV9=Tm.V9
ETV9=Eigenvectors[TV9]
R1ETV9={-ETV9[[1,2]],ETV9[[1,1]],0}
uvw91=R1ETV9.TV9
Text["radETV1"]
radR1ETV9=ArcCos[{R1ETV9[[1]]*uvw91[[1]]+R1ETV9[[2]]*uvw91[[2]]+R1ETV9[[3]]*uvw91[[3]]}/(Sqrt[R1E
TV9[[1]]^2+R1ETV9[[2]]^2+R1ETV9[[3]]^2]*Sqrt[uvw91[[1]]^2+uvw91[[2]]^2+uvw91[[3]]^2}]*180/Pi
nradR1ETV9=radR1ETV9[[1]]

R2ETV9={-ETV9[[2,2]],ETV9[[2,1]],0}
uvw92=R2ETV9.TV9
Text["radhu2"]
radR2ETV9=ArcCos[{R2ETV9[[1]]*uvw92[[1]]+R2ETV9[[2]]*uvw92[[2]]+R2ETV9[[3]]*uvw92[[3]]}/(Sqrt[R2E
TV9[[1]]^2+R2ETV9[[2]]^2+R2ETV9[[3]]^2]*Sqrt[uvw92[[1]]^2+uvw92[[2]]^2+uvw92[[3]]^2}]*180/Pi
nradR2ETV9=radR2ETV9[[1]]

R3ETV9={-ETV9[[3,2]],ETV9[[3,1]],0}

```



```

uvw93=R3ETV9.TV9
Text["radhu3"]
radR3ETV9=ArcCos[{R3ETV9[[1]]*uvw93[[1]]+R3ETV9[[2]]*uvw93[[2]]+R3ETV9[[3]]*uvw93[[3]]}/{Sqrt[R3E
TV9[[1]]^2+R3ETV9[[2]]^2+R3ETV9[[3]]^2]*Sqrt[uvw93[[1]]^2+uvw93[[2]]^2+uvw93[[3]]^2]}]*180/Pi
nradR3ETV9=radR3ETV9[[1]]

cradhu1=radR1ETV9/.Complex[x_,y_]->a1[x,y][[2]]
ccradhu1=cradhu1[[1]]
cradhu2=radR2ETV9/.Complex[x_,y_]->a2[x,y][[2]]
ccradhu2=cradhu2[[1]]
cradhu3=radR3ETV9/.Complex[x_,y_]->a3[x,y][[2]]
ccradhu3=cradhu3[[1]]
trad9=If[ccradhu1==0.,radR1ETV9/.Complex[x_,y_]->a1[x,y][[1]],If[ccradhu2==0.,radR2ETV9/.Complex[x_,y_]-
>a2[x,y][[1]],If[ccradhu3==0.,radR3ETV9/.Complex[x_,y_]->a3[x,y][[1]],false]][[1]]
tuvw9=
If[ccradhu1==0.,uvw91,If[ccradhu2==0.,uvw92,If[ccradhu3==0.,uvw93,false]]]
Text["TV10"]
TV10=Tm.V10
ETV10=Eigenvectors[TV10]
R1ETV10={-ETV10[[1,2]],ETV10[[1,1]],0}
uvw101=R1ETV10.TV10
Text["radETV1"]
radR1ETV10=ArcCos[{R1ETV10[[1]]*uvw101[[1]]+R1ETV10[[2]]*uvw101[[2]]+R1ETV10[[3]]*uvw101[[3]]}/{S
qrt[R1ETV10[[1]]^2+R1ETV10[[2]]^2+R1ETV10[[3]]^2]*Sqrt[uvw101[[1]]^2+uvw101[[2]]^2+uvw101[[3]]^2]}]*
180/Pi
nradR1ETV10=radR1ETV10[[1]]

R2ETV10={-ETV10[[2,2]],ETV10[[2,1]],0}
uvw102=R2ETV10.TV10
Text["radhu2"]
radR2ETV10=ArcCos[{R2ETV10[[1]]*uvw102[[1]]+R2ETV10[[2]]*uvw102[[2]]+R2ETV10[[3]]*uvw102[[3]]}/{S
qrt[R2ETV10[[1]]^2+R2ETV10[[2]]^2+R2ETV10[[3]]^2]*Sqrt[uvw102[[1]]^2+uvw102[[2]]^2+uvw102[[3]]^2]}]*
180/Pi
nradR2ETV10=radR2ETV10[[1]]

R3ETV10={-ETV10[[3,2]],ETV10[[3,1]],0}

```

```

uvw103=R3ETV10.TV10
Text["radhu3"]
radR3ETV10=ArcCos[{R3ETV10[[1]]*uvw103[[1]]+R3ETV10[[2]]*uvw103[[2]]+R3ETV10[[3]]*uvw103[[3]]}/{Sqrt[R3ETV10[[1]]^2+R3ETV10[[2]]^2+R3ETV10[[3]]^2]*Sqrt[uvw103[[1]]^2+uvw103[[2]]^2+uvw103[[3]]^2]}*180/Pi
nradR3ETV10=radR3ETV10[[1]]

cradhu1=radR1ETV10/Complex[x_,y_]->a1[x,y]{{2}}
ccradhu1=ccradhu1[[1]]
cradhu2=radR2ETV10/Complex[x_,y_]->a2[x,y]{{2}}
ccradhu2=ccradhu2[[1]]
cradhu3=radR3ETV10/Complex[x_,y_]->a3[x,y]{{2}}
ccradhu3=ccradhu3[[1]]
trad10=If[ccradhu1==0.,radR1ETV10/Complex[x_,y_]->a1[x,y]{{1}},If[ccradhu2==0.,radR2ETV10/Complex[x_,y_]->a2[x,y]{{1}},If[ccradhu3==0.,radR3ETV10/Complex[x_,y_]->a3[x,y]{{1}},false]]{{1}}
tuvw10=
If[ccradhu1==0.,uvw101,If[ccradhu2==0.,uvw102,If[ccradhu3==0.,uvw103,false]]]
Text["TV11"]
TV11=Tm.V11
ETV11=Eigenvectors[TV11]
R1ETV11={-ETV11[[1,2]],ETV11[[1,1]],0}
uvw111=R1ETV11.TV11
Text["radETV1"]
radR1ETV11=ArcCos[{R1ETV11[[1]]*uvw111[[1]]+R1ETV11[[2]]*uvw111[[2]]+R1ETV11[[3]]*uvw111[[3]]}/{Sqrt[R1ETV11[[1]]^2+R1ETV11[[2]]^2+R1ETV11[[3]]^2]*Sqrt[uvw111[[1]]^2+uvw111[[2]]^2+uvw111[[3]]^2]}*180/Pi
nradR1ETV11=radR1ETV11[[1]]

R2ETV11={-ETV11[[2,2]],ETV11[[2,1]],0}
uvw112=R2ETV11.TV11
Text["radhu2"]
radR2ETV11=ArcCos[{R2ETV11[[1]]*uvw112[[1]]+R2ETV11[[2]]*uvw112[[2]]+R2ETV11[[3]]*uvw112[[3]]}/{Sqrt[R2ETV11[[1]]^2+R2ETV11[[2]]^2+R2ETV11[[3]]^2]*Sqrt[uvw112[[1]]^2+uvw112[[2]]^2+uvw112[[3]]^2]}*180/Pi
nradR2ETV11=radR2ETV11[[1]]

```

```

R3ETV11={-ETV11[[3,2]],ETV11[[3,1]],0}
uvw113=R3ETV11.TV11
Text["radhu3"]
radR3ETV11=ArcCos[{R3ETV11[[1]]*uvw113[[1]]+R3ETV11[[2]]*uvw113[[2]]+R3ETV11[[3]]*uvw113[[3]]}/{Sqrt[R3ETV11[[1]]^2+R3ETV11[[2]]^2+R3ETV11[[3]]^2]*Sqrt[uvw113[[1]]^2+uvw113[[2]]^2+uvw113[[3]]^2]}*180/Pi
nradR3ETV11=radR3ETV11[[1]]

cradhu1=radR1ETV11/.Complex[x_,y_]->a1[x,y]{{2}}
ccradhu1=cradhu1[[1]]
cradhu2=radR2ETV11/.Complex[x_,y_]->a2[x,y]{{2}}
ccradhu2=ccradhu2[[1]]
cradhu3=radR3ETV11/.Complex[x_,y_]->a3[x,y]{{2}}
ccradhu3=ccradhu3[[1]]
trad11=If[ccradhu1==0.,radR1ETV11/.Complex[x_,y_]->a1[x,y]{{1}},If[ccradhu2==0.,radR2ETV11/.Complex[x_,y_]->a2[x,y]{{1}},If[ccradhu3==0.,radR3ETV11/.Complex[x_,y_]->a3[x,y]{{1}},false]]{{1}}
tuvw11=
  If[ccradhu1==0.,uvw111,If[ccradhu2==0.,uvw112,If[ccradhu3==0.,uvw113,false]]]
Text["TV12"]
TV12=Tm.V12
ETV12=Eigenvectors[TV12]
R1ETV12={-ETV12[[1,2]],ETV12[[1,1]],0}
uvw121=R1ETV12.TV12
Text["radETV1"]
radR1ETV12=ArcCos[{R1ETV12[[1]]*uvw121[[1]]+R1ETV12[[2]]*uvw121[[2]]+R1ETV12[[3]]*uvw121[[3]]}/{Sqrt[R1ETV12[[1]]^2+R1ETV12[[2]]^2+R1ETV12[[3]]^2]*Sqrt[uvw121[[1]]^2+uvw121[[2]]^2+uvw121[[3]]^2]}*180/Pi
nradR1ETV12=radR1ETV12[[1]]

R2ETV12={-ETV12[[2,2]],ETV12[[2,1]],0}
uvw122=R2ETV12.TV12
Text["radhu2"]
radR2ETV12=ArcCos[{R2ETV12[[1]]*uvw122[[1]]+R2ETV12[[2]]*uvw122[[2]]+R2ETV12[[3]]*uvw122[[3]]}/{Sqrt[R2ETV12[[1]]^2+R2ETV12[[2]]^2+R2ETV12[[3]]^2]*Sqrt[uvw122[[1]]^2+uvw122[[2]]^2+uvw122[[3]]^2]}*

```

180/Pi

nradR2ETV12=radR2ETV12[[1]]

R3ETV12={-ETV12[[3,2]],ETV12[[3,1]],0}

uvw123=R3ETV12.TV12

Text["radhu3"]

radR3ETV12=ArcCos[{R3ETV12[[1]]\*uvw123[[1]]+R3ETV12[[2]]\*uvw123[[2]]+R3ETV12[[3]]\*uvw123[[3]]}]/{Sqrt[R3ETV12[[1]]^2+R3ETV12[[2]]^2+R3ETV12[[3]]^2]\*Sqrt[uvw123[[1]]^2+uvw123[[2]]^2+uvw123[[3]]^2]}\*

180/Pi

nradR3ETV12=radR3ETV12[[1]]

cradhu1=radR1ETV12/.Complex[x\_,y\_]->a1[x,y][[2]]

ccradhu1=cradhu1[[1]]

cradhu2=radR2ETV12/.Complex[x\_,y\_]->a2[x,y][[2]]

ccradhu2=cradhu2[[1]]

cradhu3=radR3ETV12/.Complex[x\_,y\_]->a3[x,y][[2]]

ccradhu3=cradhu3[[1]]

trad12=If[ccradhu1==0.,radR1ETV12/.Complex[x\_,y\_->a1[x,y][[1]],If[ccradhu2==0.,radR2ETV12/.Complex[x\_,y\_->a2[x,y][[1]],If[ccradhu3==0.,radR3ETV12/.Complex[x\_,y\_->a3[x,y][[1]],false]]][[1]]

tuvw12=

If[ccradhu1==0.,uvw121,If[ccradhu2==0.,uvw122,If[ccradhu3==0.,uvw123,false]]]

Text["TV13"]

TV13=Tm.V13

ETV13=Eigenvectors[TV13]

R1ETV13={-ETV13[[1,2]],ETV13[[1,1]],0}

uvw131=R1ETV13.TV13

Text["radETV1"]

radR1ETV13=ArcCos[{R1ETV13[[1]]\*uvw131[[1]]+R1ETV13[[2]]\*uvw131[[2]]+R1ETV13[[3]]\*uvw131[[3]]}]/{Sqrt[R1ETV13[[1]]^2+R1ETV13[[2]]^2+R1ETV13[[3]]^2]\*Sqrt[uvw131[[1]]^2+uvw131[[2]]^2+uvw131[[3]]^2]}\*

180/Pi

nradR1ETV13=radR1ETV13[[1]]

R2ETV13={-ETV13[[2,2]],ETV13[[2,1]],0}

uvw132=R2ETV13.TV13

Text["radhu2"]

```
radR2ETV13=ArcCos[{R2ETV13[[1]]*uvw132[[1]]+R2ETV13[[2]]*uvw132[[2]]+R2ETV13[[3]]*uvw132[[3]]}/{Sqrt[R2ETV13[[1]]^2+R2ETV13[[2]]^2+R2ETV13[[3]]^2}*Sqrt[uvw132[[1]]^2+uvw132[[2]]^2+uvw132[[3]]^2]}*180/Pi
```

```
nradR2ETV13=radR2ETV13[[1]]
```

```
R3ETV13={-ETV13[[3,2]],ETV13[[3,1]],0}
```

```
uvw133=R3ETV13.TV13
```

```
Text["radhu3"]
```

```
radR3ETV13=ArcCos[{R3ETV13[[1]]*uvw133[[1]]+R3ETV13[[2]]*uvw133[[2]]+R3ETV13[[3]]*uvw133[[3]]}/{Sqrt[R3ETV13[[1]]^2+R3ETV13[[2]]^2+R3ETV13[[3]]^2}*Sqrt[uvw133[[1]]^2+uvw133[[2]]^2+uvw133[[3]]^2]}*180/Pi
```

```
nradR3ETV13=radR3ETV13[[1]]
```

```
cradhu1=radR1ETV13/Complex[x_,y_]->a1[x,y]{{2}}
```

```
ccradhu1=cradhu1[[1]]
```

```
cradhu2=radR2ETV13/Complex[x_,y_]->a2[x,y]{{2}}
```

```
ccradhu2=cradhu2[[1]]
```

```
cradhu3=radR3ETV13/Complex[x_,y_]->a3[x,y]{{2}}
```

```
ccradhu3=cradhu3[[1]]
```

```
trad13=If[ccradhu1==0.,radR1ETV13/Complex[x_,y_->a1[x,y]{{1}},If[ccradhu2==0.,radR2ETV13/Complex[x_,y_->a2[x,y]{{1}},If[ccradhu3==0.,radR3ETV13/Complex[x_,y_->a3[x,y]{{1}},false]]]{{1}}
```

```
tuvw13=
```

```
If[ccradhu1==0.,uvw131,If[ccradhu2==0.,uvw132,If[ccradhu3==0.,uvw133,false]]]
```

```
Text["TV14"]
```

```
TV14=Tm.V14
```

```
ETV14=Eigenvectors[TV14]
```

```
R1ETV14={-ETV14[[1,2]],ETV14[[1,1]],0}
```

```
uvw141=R1ETV14.TV14
```

```
Text["radETV1"]
```

```
radR1ETV14=ArcCos[{R1ETV14[[1]]*uvw141[[1]]+R1ETV14[[2]]*uvw141[[2]]+R1ETV14[[3]]*uvw141[[3]]}/{Sqrt[R1ETV14[[1]]^2+R1ETV14[[2]]^2+R1ETV14[[3]]^2}*Sqrt[uvw141[[1]]^2+uvw141[[2]]^2+uvw141[[3]]^2]}*180/Pi
```

```
nradR1ETV14=radR1ETV14[[1]]
```

```
R2ETV14={-ETV14[[2,2]],ETV14[[2,1]],0}
```

```

uvw142=R2ETV14.TV14
Text["radhu2"]
radR2ETV14=ArcCos[{R2ETV14[[1]]*uvw142[[1]]+R2ETV14[[2]]*uvw142[[2]]+R2ETV14[[3]]*uvw142[[3]]}/{Sqrt[R2ETV14[[1]]^2+R2ETV14[[2]]^2+R2ETV14[[3]]^2]*Sqrt[uvw142[[1]]^2+uvw142[[2]]^2+uvw142[[3]]^2]}*180/Pi
nradR2ETV14=radR2ETV14[[1]]

R3ETV14={-ETV14[[3,2]],ETV14[[3,1]],0}
uvw143=R3ETV14.TV14
Text["radhu3"]
radR3ETV14=ArcCos[{R3ETV14[[1]]*uvw143[[1]]+R3ETV14[[2]]*uvw143[[2]]+R3ETV14[[3]]*uvw143[[3]]}/{Sqrt[R3ETV14[[1]]^2+R3ETV14[[2]]^2+R3ETV14[[3]]^2]*Sqrt[uvw143[[1]]^2+uvw143[[2]]^2+uvw143[[3]]^2]}*180/Pi
nradR3ETV14=radR3ETV14[[1]]

cradhu1=radR1ETV14/.Complex[x_,y_]->a1[x,y]{{2}}
ccradhu1=cradhu1[[1]]
cradhu2=radR2ETV14/.Complex[x_,y_]->a2[x,y]{{2}}
ccradhu2=ccradhu2[[1]]
cradhu3=radR3ETV14/.Complex[x_,y_]->a3[x,y]{{2}}
ccradhu3=ccradhu3[[1]]
trad14=If[ccradhu1==0.,radR1ETV14/.Complex[x_,y_]->a1[x,y]{{1}},If[ccradhu2==0.,radR2ETV14/.Complex[x_,y_]->a2[x,y]{{1}},If[ccradhu3==0.,radR3ETV14/.Complex[x_,y_]->a3[x,y]{{1}},false]]{{1}}
tuvw14=
If[ccradhu1==0.,uvw141,If[ccradhu2==0.,uvw142,If[ccradhu3==0.,uvw143,false]]]
Text["TV15"]
TV15=Tm.V15
ETV15=Eigenvectors[TV15]
R1ETV15={-ETV15[[1,2]],ETV15[[1,1]],0}
uvw151=R1ETV15.TV15
Text["radETV1"]
radR1ETV15=ArcCos[{R1ETV15[[1]]*uvw151[[1]]+R1ETV15[[2]]*uvw151[[2]]+R1ETV15[[3]]*uvw151[[3]]}/{Sqrt[R1ETV15[[1]]^2+R1ETV15[[2]]^2+R1ETV15[[3]]^2]*Sqrt[uvw151[[1]]^2+uvw151[[2]]^2+uvw151[[3]]^2]}*180/Pi
nradR1ETV15=radR1ETV15[[1]]

```

```

R2ETV15={-ETV15[[2,2]],ETV15[[2,1]],0}
uvw152=R2ETV15.TV15
Text["radhu2"]
radR2ETV15=ArcCos[{R2ETV15[[1]]*uvw152[[1]]+R2ETV15[[2]]*uvw152[[2]]+R2ETV15[[3]]*uvw152[[3]]}/{S
qrt[R2ETV15[[1]]^2+R2ETV15[[2]]^2+R2ETV15[[3]]^2]*Sqrt[uvw152[[1]]^2+uvw152[[2]]^2+uvw152[[3]]^2]}*
180/Pi
nradR2ETV15=radR2ETV15[[1]]

```

```

R3ETV15={-ETV15[[3,2]],ETV15[[3,1]],0}
uvw153=R3ETV15.TV15
Text["radhu3"]
radR3ETV15=ArcCos[{R3ETV15[[1]]*uvw153[[1]]+R3ETV15[[2]]*uvw153[[2]]+R3ETV15[[3]]*uvw153[[3]]}/{S
qrt[R3ETV15[[1]]^2+R3ETV15[[2]]^2+R3ETV15[[3]]^2]*Sqrt[uvw153[[1]]^2+uvw153[[2]]^2+uvw153[[3]]^2]}*
180/Pi
nradR3ETV15=radR3ETV15[[1]]

```

```

cradhu1=radR1ETV15/.Complex[x_,y_]->a1[x,y]{{2}}
ccradhu1=cradhu1[[1]]
cradhu2=radR2ETV15/.Complex[x_,y_]->a2[x,y]{{2}}
ccradhu2=cradhu2[[1]]
cradhu3=radR3ETV15/.Complex[x_,y_]->a3[x,y]{{2}}
ccradhu3=cradhu3[[1]]
trad15=If[ccradhu1==0.,radR1ETV15/.Complex[x_,y_-
>a1[x,y]{{1}},If[ccradhu2==0.,radR2ETV15/.Complex[x_,y_-
>a2[x,y]{{1}},If[ccradhu3==0.,radR3ETV15/.Complex[x_,y_->a3[x,y]{{1}},false]]]{{1}}]
tuvw15=
  If[ccradhu1==0.,uvw151,If[ccradhu2==0.,uvw152,If[ccradhu3==0.,uvw153,false]]]

```

```

Text["TV16"]
TV16=Tm.V16
ETV16=Eigenvectors[TV16]
R1ETV16={-ETV16[[1,2]],ETV16[[1,1]],0}
uvw161=R1ETV16.TV16
Text["radETV1"]
radR1ETV16=ArcCos[{R1ETV16[[1]]*uvw161[[1]]+R1ETV16[[2]]*uvw161[[2]]+R1ETV16[[3]]*uvw161[[3]]}/{S
qrt[R1ETV16[[1]]^2+R1ETV16[[2]]^2+R1ETV16[[3]]^2]*Sqrt[uvw161[[1]]^2+uvw161[[2]]^2+uvw161[[3]]^2]}*

```

180/Pi

nradR1ETV16=radR1ETV16[[1]]

R2ETV16={-ETV16[[2,2]],ETV16[[2,1]],0}

uvw162=R2ETV16.TV16

Text["radhu2"]

radR2ETV16=ArcCos[{R2ETV16[[1]]\*uvw162[[1]]+R2ETV16[[2]]\*uvw162[[2]]+R2ETV16[[3]]\*uvw162[[3]]} / {Sqrt[R2ETV16[[1]]^2+R2ETV16[[2]]^2+R2ETV16[[3]]^2]\*Sqrt[uvw162[[1]]^2+uvw162[[2]]^2+uvw162[[3]]^2]}\*

180/Pi

nradR2ETV16=radR2ETV16[[1]]

R3ETV16={-ETV16[[3,2]],ETV16[[3,1]],0}

uvw163=R3ETV16.TV16

Text["radhu3"]

radR3ETV16=ArcCos[{R3ETV16[[1]]\*uvw163[[1]]+R3ETV16[[2]]\*uvw163[[2]]+R3ETV16[[3]]\*uvw163[[3]]} / {Sqrt[R3ETV16[[1]]^2+R3ETV16[[2]]^2+R3ETV16[[3]]^2]\*Sqrt[uvw163[[1]]^2+uvw163[[2]]^2+uvw163[[3]]^2]}\*

180/Pi

nradR3ETV16=radR3ETV16[[1]]

cradhu1=radR1ETV16/.Complex[x\_,y\_]->a1[x,y][[2]]

ccradhu1=cradhu1[[1]]

cradhu2=radR2ETV16/.Complex[x\_,y\_]->a2[x,y][[2]]

ccradhu2=cradhu2[[1]]

cradhu3=radR3ETV16/.Complex[x\_,y\_]->a3[x,y][[2]]

ccradhu3=cradhu3[[1]]

trad16=If[ccradhu1==0.,radR1ETV16/.Complex[x\_,y\_->a1[x,y][[1]],If[ccradhu2==0.,radR2ETV16/.Complex[x\_,y\_->a2[x,y][[1]],If[ccradhu3==0.,radR3ETV16/.Complex[x\_,y\_->a3[x,y][[1]],false]]][[1]]

tuvw16=

If[ccradhu1==0.,uvw161,If[ccradhu2==0.,uvw162,If[ccradhu3==0.,uvw163,false]]]

Text["TV17"]

TV17=Tm.V17

ETV17=Eigenvectors[TV17]

R1ETV17={-ETV17[[1,2]],ETV17[[1,1]],0}

uvw171=R1ETV17.TV17

Text["radETV1"]



```
radR1ETV17=ArcCos[{R1ETV17[[1]]*uvw171[[1]]+R1ETV17[[2]]*uvw171[[2]]+R1ETV17[[3]]*uvw171[[3]]}/{Sqrt[R1ETV17[[1]]^2+R1ETV17[[2]]^2+R1ETV17[[3]]^2}*Sqrt[uvw171[[1]]^2+uvw171[[2]]^2+uvw171[[3]]^2}]*180/Pi
```

```
nradR1ETV17=radR1ETV17[[1]]
```

```
R2ETV17={-ETV17[[2,2]],ETV17[[2,1]],0}
```

```
uvw172=R2ETV17.TV17
```

```
Text["radhu2"]
```

```
radR2ETV17=ArcCos[{R2ETV17[[1]]*uvw172[[1]]+R2ETV17[[2]]*uvw172[[2]]+R2ETV17[[3]]*uvw172[[3]]}/{Sqrt[R2ETV17[[1]]^2+R2ETV17[[2]]^2+R2ETV17[[3]]^2}*Sqrt[uvw172[[1]]^2+uvw172[[2]]^2+uvw172[[3]]^2}]*180/Pi
```

```
nradR2ETV17=radR2ETV17[[1]]
```

```
R3ETV17={-ETV17[[3,2]],ETV17[[3,1]],0}
```

```
uvw173=R3ETV17.TV17
```

```
Text["radhu3"]
```

```
radR3ETV17=ArcCos[{R3ETV17[[1]]*uvw173[[1]]+R3ETV17[[2]]*uvw173[[2]]+R3ETV17[[3]]*uvw173[[3]]}/{Sqrt[R3ETV17[[1]]^2+R3ETV17[[2]]^2+R3ETV17[[3]]^2}*Sqrt[uvw173[[1]]^2+uvw173[[2]]^2+uvw173[[3]]^2}]*180/Pi
```

```
nradR3ETV17=radR3ETV17[[1]]
```

```
cradhu1=radR1ETV17/.Complex[x_,y_]->a1[x,y][[2]]
```

```
ccradhu1=cradhu1[[1]]
```

```
cradhu2=radR2ETV17/.Complex[x_,y_]->a2[x,y][[2]]
```

```
ccradhu2=cradhu2[[1]]
```

```
cradhu3=radR3ETV17/.Complex[x_,y_]->a3[x,y][[2]]
```

```
ccradhu3=cradhu3[[1]]
```

```
trad17=If[ccradhu1==0.,radR1ETV17/.Complex[x_,y_->a1[x,y][[1]],If[ccradhu2==0.,radR2ETV17/.Complex[x_,y_->a2[x,y][[1]],If[ccradhu3==0.,radR3ETV17/.Complex[x_,y_->a3[x,y][[1]],false]]][[1]]
```

```
tuvw17=
```

```
If[ccradhu1==0.,uvw171,If[ccradhu2==0.,uvw172,If[ccradhu3==0.,uvw173,false]]]
```

```
Text["TV18"]
```

```
TV18=Tm.V18
```

```
ETV18=Eigenvectors[TV18]
```

```
R1ETV18={-ETV18[[1,2]],ETV18[[1,1]],0}
```

```

uvw181=R1ETV18.TV18
Text["radETV1"]
radR1ETV18=ArcCos[{R1ETV18[[1]]*uvw181[[1]]+R1ETV18[[2]]*uvw181[[2]]+R1ETV18[[3]]*uvw181[[3]]}/{S
qrt[R1ETV18[[1]]^2+R1ETV18[[2]]^2+R1ETV18[[3]]^2}*Sqrt[uvw181[[1]]^2+uvw181[[2]]^2+uvw181[[3]]^2]}*
180/Pi
nradR1ETV18=radR1ETV18[[1]]

R2ETV18={-ETV18[[2,2]],ETV18[[2,1]],0}
uvw182=R2ETV18.TV18
Text["radhu2"]
radR2ETV18=ArcCos[{R2ETV18[[1]]*uvw182[[1]]+R2ETV18[[2]]*uvw182[[2]]+R2ETV18[[3]]*uvw182[[3]]}/{S
qrt[R2ETV18[[1]]^2+R2ETV18[[2]]^2+R2ETV18[[3]]^2}*Sqrt[uvw182[[1]]^2+uvw182[[2]]^2+uvw182[[3]]^2]}*
180/Pi
nradR2ETV18=radR2ETV18[[1]]

R3ETV18={-ETV18[[3,2]],ETV18[[3,1]],0}
uvw183=R3ETV18.TV18
Text["radhu3"]
radR3ETV18=ArcCos[{R3ETV18[[1]]*uvw183[[1]]+R3ETV18[[2]]*uvw183[[2]]+R3ETV18[[3]]*uvw183[[3]]}/{S
qrt[R3ETV18[[1]]^2+R3ETV18[[2]]^2+R3ETV18[[3]]^2}*Sqrt[uvw183[[1]]^2+uvw183[[2]]^2+uvw183[[3]]^2]}*
180/Pi
nradR3ETV18=radR3ETV18[[1]]

cradhu1=radR1ETV18/.Complex[x_,y_]->a1[x,y][[2]]
ccradhu1=cradhu1[[1]]
cradhu2=radR2ETV18/.Complex[x_,y_]->a2[x,y][[2]]
ccradhu2=ccradhu2[[1]]
cradhu3=radR3ETV18/.Complex[x_,y_]->a3[x,y][[2]]
ccradhu3=ccradhu3[[1]]
trad18=If[ccradhu1==0.,radR1ETV18/.Complex[x_,y_]-
>a1[x,y][[1]],If[ccradhu2==0.,radR2ETV18/.Complex[x_,y_]-
>a2[x,y][[1]],If[ccradhu3==0.,radR3ETV18/.Complex[x_,y_]->a3[x,y][[1]],false]]][[1]]
tuvw18=
If[ccradhu1==0.,uvw181,If[ccradhu2==0.,uvw182,If[ccradhu3==0.,uvw183,false]]]
Text["TV19"]
TV19=Tm.V19

```

```

ETV19=Eigenvectors[TV19]
R1ETV19={-ETV19[[1,2]],ETV19[[1,1]],0}
uvw191=R1ETV19.TV19
Text["radETV1"]
radR1ETV19=ArcCos[{R1ETV19[[1]]*uvw191[[1]]+R1ETV19[[2]]*uvw191[[2]]+R1ETV19[[3]]*uvw191[[3]]}/{Sqrt[R1ETV19[[1]]^2+R1ETV19[[2]]^2+R1ETV19[[3]]^2]*Sqrt[uvw191[[1]]^2+uvw191[[2]]^2+uvw191[[3]]^2]}*180/Pi
nradR1ETV19=radR1ETV19[[1]]

R2ETV19={-ETV19[[2,2]],ETV19[[2,1]],0}
uvw192=R2ETV19.TV19
Text["radhu2"]
radR2ETV19=ArcCos[{R2ETV19[[1]]*uvw192[[1]]+R2ETV19[[2]]*uvw192[[2]]+R2ETV19[[3]]*uvw192[[3]]}/{Sqrt[R2ETV19[[1]]^2+R2ETV19[[2]]^2+R2ETV19[[3]]^2]*Sqrt[uvw192[[1]]^2+uvw192[[2]]^2+uvw192[[3]]^2]}*180/Pi
nradR2ETV19=radR2ETV19[[1]]

R3ETV19={-ETV19[[3,2]],ETV19[[3,1]],0}
uvw193=R3ETV19.TV19
Text["radhu3"]
radR3ETV19=ArcCos[{R3ETV19[[1]]*uvw193[[1]]+R3ETV19[[2]]*uvw193[[2]]+R3ETV19[[3]]*uvw193[[3]]}/{Sqrt[R3ETV19[[1]]^2+R3ETV19[[2]]^2+R3ETV19[[3]]^2]*Sqrt[uvw193[[1]]^2+uvw193[[2]]^2+uvw193[[3]]^2]}*180/Pi
nradR3ETV13=radR3ETV19[[1]]

ccradhu1=radR1ETV19/.Complex[x_,y_]->a1[x,y][[2]]
ccradhu1=ccradhu1[[1]]
ccradhu2=radR2ETV19/.Complex[x_,y_]->a2[x,y][[2]]
ccradhu2=ccradhu2[[1]]
ccradhu3=radR3ETV19/.Complex[x_,y_]->a3[x,y][[2]]
ccradhu3=ccradhu3[[1]]
trad19=If[ccradhu1==0.,radR1ETV19/.Complex[x_,y_]->a1[x,y][[1]],If[ccradhu2==0.,radR2ETV19/.Complex[x_,y_]->a2[x,y][[1]],If[ccradhu3==0.,radR3ETV19/.Complex[x_,y_]->a3[x,y][[1]],false]]][[1]]
tuvw19=
If[ccradhu1==0.,uvw191,If[ccradhu2==0.,uvw192,If[ccradhu3==0.,uvw193,false]]]

```

```

Text["TV20"]
TV20=Tm.V20
ETV20=Eigenvectors[TV20]
R1ETV20={-ETV20[[1,2]],ETV20[[1,1]],0}
uvw201=R1ETV20.TV20
Text["radETV1"]
radR1ETV20=ArcCos[{R1ETV20[[1]]*uvw201[[1]]+R1ETV20[[2]]*uvw201[[2]]+R1ETV20[[3]]*uvw201[[3]]}/{Sqrt[R1ETV20[[1]]^2+R1ETV20[[2]]^2+R1ETV20[[3]]^2]*Sqrt[uvw201[[1]]^2+uvw201[[2]]^2+uvw201[[3]]^2]}*180/Pi
nradR1ETV20=radR1ETV20[[1]]

R2ETV20={-ETV20[[2,2]],ETV20[[2,1]],0}
uvw202=R2ETV20.TV20
Text["radhu2"]
radR2ETV20=ArcCos[{R2ETV20[[1]]*uvw202[[1]]+R2ETV20[[2]]*uvw202[[2]]+R2ETV20[[3]]*uvw202[[3]]}/{Sqrt[R2ETV20[[1]]^2+R2ETV20[[2]]^2+R2ETV20[[3]]^2]*Sqrt[uvw202[[1]]^2+uvw202[[2]]^2+uvw202[[3]]^2]}*180/Pi
nradR2ETV20=radR2ETV20[[1]]

R3ETV20={-ETV20[[3,2]],ETV20[[3,1]],0}
uvw203=R3ETV20.TV20
Text["radhu3"]
radR3ETV20=ArcCos[{R3ETV20[[1]]*uvw203[[1]]+R3ETV20[[2]]*uvw203[[2]]+R3ETV20[[3]]*uvw203[[3]]}/{Sqrt[R3ETV20[[1]]^2+R3ETV20[[2]]^2+R3ETV20[[3]]^2]*Sqrt[uvw203[[1]]^2+uvw203[[2]]^2+uvw203[[3]]^2]}*180/Pi
nradR3ETV20=radR3ETV20[[1]]

cradhu1=radR1ETV20/.Complex[x_,y_]->a1[x,y][[2]]
ccradhu1=cradhu1[[1]]
cradhu2=radR2ETV20/.Complex[x_,y_]->a2[x,y][[2]]
ccradhu2=ccradhu2[[1]]
cradhu3=radR3ETV20/.Complex[x_,y_]->a3[x,y][[2]]
ccradhu3=ccradhu3[[1]]
trd20=If[ccradhu1==0.,radR1ETV20/.Complex[x_,y_]->a1[x,y][[1]],If[ccradhu2==0.,radR2ETV20/.Complex[x_,y_]->a2[x,y][[1]],If[ccradhu3==0.,radR3ETV20/.Complex[x_,y_]->a3[x,y][[1]],false]]][[1]]

```

```

tuvw20=
  If[ccradhu1==0.,uvw201,If[ccradhu2==0.,uvw202,If[ccradhu3==0.,uvw203,false]]]
Text["TV21"]
TV21=Tm.V21
ETV21=EigenVectors[TV21]
R1ETV21={-ETV21[[1,2]],ETV21[[1,1]],0}
uvw211=R1ETV21.TV21
Text["radETV21"]
radR1ETV21=ArcCos[{R1ETV21[[1]]*uvw211[[1]]+R1ETV21[[2]]*uvw211[[2]]+R1ETV21[[3]]*uvw211[[3]]}/{Sqrt[R1ETV21[[1]]^2+R1ETV21[[2]]^2+R1ETV21[[3]]^2]*Sqrt[uvw211[[1]]^2+uvw211[[2]]^2+uvw211[[3]]^2]}*
180/Pi
nradR1ETV21=radR1ETV21[[1]]

R2ETV21={-ETV21[[2,2]],ETV21[[2,1]],0}
uvw212=R2ETV21.TV21
Text["radhu2"]
radR2ETV21=ArcCos[{R2ETV21[[1]]*uvw212[[1]]+R2ETV21[[2]]*uvw212[[2]]+R2ETV21[[3]]*uvw212[[3]]}/{Sqrt[R2ETV21[[1]]^2+R2ETV21[[2]]^2+R2ETV21[[3]]^2]*Sqrt[uvw212[[1]]^2+uvw212[[2]]^2+uvw212[[3]]^2]}*
180/Pi
nradR2ETV21=radR2ETV21[[1]]

R3ETV21={-ETV21[[3,2]],ETV21[[3,1]],0}
uvw213=R3ETV21.TV21
Text["radhu3"]
radR3ETV21=ArcCos[{R3ETV21[[1]]*uvw213[[1]]+R3ETV21[[2]]*uvw213[[2]]+R3ETV21[[3]]*uvw213[[3]]}/{Sqrt[R3ETV21[[1]]^2+R3ETV21[[2]]^2+R3ETV21[[3]]^2]*Sqrt[uvw213[[1]]^2+uvw213[[2]]^2+uvw213[[3]]^2]}*
180/Pi
nradR3ETV21=radR3ETV21[[1]]

cradhu1=radR1ETV21/.Complex[x_,y_]->a1[x,y][[2]]
ccradhu1=cradhu1[[1]]
cradhu2=radR2ETV21/.Complex[x_,y_]->a2[x,y][[2]]
ccradhu2=ccradhu2[[1]]
cradhu3=radR3ETV21/.Complex[x_,y_]->a3[x,y][[2]]
ccradhu3=ccradhu3[[1]]
trd21=If[ccradhu1==0.,radR1ETV21/.Complex[x_,y_]-

```

```

>a1[x,y][[1]],If[ccradhu2==0.,radR2ETV21/.Complex[x_,y_]-
>a2[x,y][[1]],If[ccradhu3==0.,radR3ETV21/.Complex[x_,y_]->a3[x,y][[1],false]][[1]]
tuvw21=
  If[ccradhu1==0.,uvw211,If[ccradhu2==0.,uvw212,If[ccradhu3==0.,uvw213,false]]]
Text["TV22"]
TV22=Tm.V22
ETV22=Eigenvectors[TV22]
R1ETV22={-ETV22[[1,2]],ETV22[[1,1]],0}
uvw221=R1ETV22.TV22
Text["radETV1"]
radR1ETV22=ArcCos[{R1ETV22[[1]]*uvw221[[1]]+R1ETV22[[2]]*uvw221[[2]]+R1ETV22[[3]]*uvw221[[3]]}/{S
qrt[R1ETV22[[1]]^2+R1ETV22[[2]]^2+R1ETV22[[3]]^2}*Sqrt[uvw221[[1]]^2+uvw221[[2]]^2+uvw221[[3]]^2]}*
180/Pi
nradR1ETV22=radR1ETV22[[1]]

R2ETV22={-ETV22[[2,2]],ETV22[[2,1]],0}
uvw222=R2ETV22.TV22
Text["radhu2"]
radR2ETV22=ArcCos[{R2ETV22[[1]]*uvw222[[1]]+R2ETV22[[2]]*uvw222[[2]]+R2ETV22[[3]]*uvw222[[3]]}/{S
qrt[R2ETV22[[1]]^2+R2ETV22[[2]]^2+R2ETV22[[3]]^2}*Sqrt[uvw222[[1]]^2+uvw222[[2]]^2+uvw222[[3]]^2]}*
180/Pi
nradR2ETV22=radR2ETV22[[1]]

R3ETV22={-ETV22[[3,2]],ETV22[[3,1]],0}
uvw223=R3ETV22.TV22
Text["radhu3"]
radR3ETV22=ArcCos[{R3ETV22[[1]]*uvw223[[1]]+R3ETV22[[2]]*uvw223[[2]]+R3ETV22[[3]]*uvw223[[3]]}/{S
qrt[R3ETV22[[1]]^2+R3ETV22[[2]]^2+R3ETV22[[3]]^2}*Sqrt[uvw223[[1]]^2+uvw223[[2]]^2+uvw223[[3]]^2]}*
180/Pi
nradR3ETV22=radR3ETV22[[1]]

cradhu1=radR1ETV22/.Complex[x_,y_]->a1[x,y][[2]]
ccradhu1=cradhu1[[1]]
cradhu2=radR2ETV22/.Complex[x_,y_]->a2[x,y][[2]]
ccradhu2=cradhu2[[1]]
cradhu3=radR3ETV22/.Complex[x_,y_]->a3[x,y][[2]]

```

```

ccradhu3=ccradhu3[[1]]
trad22=If[ccradhu1==0.,radR1ETV22/.Complex[x_,y_]-
>a1[x,y][[1]],If[ccradhu2==0.,radR2ETV22/.Complex[x_,y_]-
>a2[x,y][[1]],If[ccradhu3==0.,radR3ETV22/.Complex[x_,y_]->a3[x,y][[1]],false]][[1]]
tuvw22=
  If[ccradhu1==0.,uvw221,If[ccradhu2==0.,uvw222,If[ccradhu3==0.,uvw223,false]]]
Text["TV23"]
TV23=Tm.V23
ETV23=Eigenvectors[TV23]
R1ETV23={-ETV23[[1,2]],ETV23[[1,1]],0}
uvw231=R1ETV23.TV23
Text["radETV1"]
radR1ETV23=ArcCos[{R1ETV23[[1]]*uvw231[[1]]+R1ETV23[[2]]*uvw231[[2]]+R1ETV23[[3]]*uvw231[[3]]}/{S
qrt[R1ETV23[[1]]^2+R1ETV23[[2]]^2+R1ETV23[[3]]^2}*Sqrt[uvw231[[1]]^2+uvw231[[2]]^2+uvw231[[3]]^2}]*
180/Pi
nradR1ETV23=radR1ETV23[[1]]

R2ETV23={-ETV23[[2,2]],ETV23[[2,1]],0}
uvw232=R2ETV23.TV23
Text["radhu2"]
radR2ETV23=ArcCos[{R2ETV23[[1]]*uvw232[[1]]+R2ETV23[[2]]*uvw232[[2]]+R2ETV23[[3]]*uvw232[[3]]}/{S
qrt[R2ETV23[[1]]^2+R2ETV23[[2]]^2+R2ETV23[[3]]^2}*Sqrt[uvw232[[1]]^2+uvw232[[2]]^2+uvw232[[3]]^2}]*
180/Pi
nradR2ETV23=radR2ETV23[[1]]

R3ETV23={-ETV23[[3,2]],ETV23[[3,1]],0}
uvw233=R3ETV23.TV23
Text["radhu3"]
radR3ETV23=ArcCos[{R3ETV23[[1]]*uvw233[[1]]+R3ETV23[[2]]*uvw233[[2]]+R3ETV23[[3]]*uvw233[[3]]}/{S
qrt[R3ETV23[[1]]^2+R3ETV23[[2]]^2+R3ETV23[[3]]^2}*Sqrt[uvw233[[1]]^2+uvw233[[2]]^2+uvw233[[3]]^2}]*
180/Pi
nradR3ETV23=radR3ETV23[[1]]

ccradhu1=radR1ETV23/.Complex[x_,y_]->a1[x,y][[2]]
ccradhu1=ccradhu1[[1]]
ccradhu2=radR2ETV23/.Complex[x_,y_]->a2[x,y][[2]]

```

```

ccradhu2=ccradhu2[[1]]
cradhu3=radR3ETV23/.Complex[x_,y_]->a3[x,y]{{2}}
ccradhu3=ccradhu3[[1]]
trad23=If[ccradhu1==0.,radR1ETV23/.Complex[x_,y_]-
>a1[x,y]{{1}},If[ccradhu2==0.,radR2ETV23/.Complex[x_,y_]-
>a2[x,y]{{1}},If[ccradhu3==0.,radR3ETV23/.Complex[x_,y_]->a3[x,y]{{1}},false]]{{1}}
tuvw23=
  If[ccradhu1==0.,uvw231,If[ccradhu2==0.,uvw232,If[ccradhu3==0.,uvw233,false]]]
Text["TV24"]
TV24=Tm.V24
ETV24=Eigenvectors[TV24]
R1ETV24={-ETV24[[1,2]],ETV24[[1,1]],0}
uvw241=R1ETV24.TV24
Text["radETV1"]
radR1ETV24=ArcCos[{R1ETV24[[1]]*uvw241[[1]]+R1ETV24[[2]]*uvw241[[2]]+R1ETV24[[3]]*uvw241[[3]]}/{S
qrt[R1ETV24[[1]]^2+R1ETV24[[2]]^2+R1ETV24[[3]]^2}*Sqrt[uvw241[[1]]^2+uvw241[[2]]^2+uvw241[[3]]^2}}*
180/Pi
nradR1ETV24=radR1ETV24[[1]]

R2ETV24={-ETV24[[2,2]],ETV24[[2,1]],0}
uvw242=R2ETV24.TV24
Text["radhu2"]
radR2ETV24=ArcCos[{R2ETV24[[1]]*uvw242[[1]]+R2ETV24[[2]]*uvw242[[2]]+R2ETV24[[3]]*uvw242[[3]]}/{S
qrt[R2ETV24[[1]]^2+R2ETV24[[2]]^2+R2ETV24[[3]]^2}*Sqrt[uvw242[[1]]^2+uvw242[[2]]^2+uvw242[[3]]^2}}*
180/Pi
nradR2ETV24=radR2ETV24[[1]]

R3ETV24={-ETV24[[3,2]],ETV24[[3,1]],0}
uvw243=R3ETV24.TV24
Text["radhu3"]
radR3ETV24=ArcCos[{R3ETV24[[1]]*uvw243[[1]]+R3ETV24[[2]]*uvw243[[2]]+R3ETV24[[3]]*uvw243[[3]]}/{S
qrt[R3ETV24[[1]]^2+R3ETV24[[2]]^2+R3ETV24[[3]]^2}*Sqrt[uvw243[[1]]^2+uvw243[[2]]^2+uvw243[[3]]^2}}*
180/Pi
nradR3ETV24=radR3ETV24[[1]]

cradhu1=radR1ETV24/.Complex[x_,y_]->a1[x,y]{{2}}

```







```

Style[Text["Result"],Red]
Style[Text["Crystallographic orientation matrix of the crystals to be compared "],Red]
Style[ma,Red]
Style[Text["Crystallographic orientation matrix of the Matrix"],Red]
Style[mg,Red]
Style[Text["Transformation matrix obtained from two crystal orientation matrices "],Red]
Style[T,Red]

Style[Text["Rotation angle"],Red]
Style[misorirad,Red]
Style[Text["Rotation axis"],Red]
Style[misoriaxis,Red]

Show[Graphics[{Circle[{0,0},2]},AspectRatio -> Automatic],
      Graphics[{Line[{{-2,0},{2,0}}]}],
      Graphics[{Line[{{0,2},{0,-2}}]},Graphics[{Line[{{ $\sqrt{2}$ , $\sqrt{2}$ },{ $-\sqrt{2}$ , $-\sqrt{2}$ }}]},Graphics[{Line[{{ $-\sqrt{2}$ , $\sqrt{2}$ },{ $\sqrt{2}$ , $-\sqrt{2}$ }}]}],
      Graphics[{Text["•",{xao,yao}],Graphics[{Text["001",{xao+0.1,yao+0.1}],If[Txao^2+Tyao^2<4.5,Graphics[{Text[Style["•",Red],{Txao,Tyao}],Graphics[{Text["",{xao,yao}],
      Graphics[{Text["•",{xa1,ya1}],Graphics[{Text["010",{xa1+0.1,ya1+0.1}],
      If[Txa1^2+Tya1^2<4.5,Graphics[{Text[Style["•",Red],{Txa1,Tya1}],Graphics[{Text["",{xao,yao}],
      If[Txa1^2+Tya1^2<4.5,Graphics[{Text[Style["010",Red],{Txa1+0.1,Tya1}],Graphics[{Text["",{xao,yao}],
      Graphics[{Text["•",{xa2,ya2}],Graphics[{Text["120",{xa2+0.1,ya2+0.1}],
      If[Txa2^2+Tya2^2<4.5,Graphics[{Text[Style["•",Red],{Txa2,Tya2}],Graphics[{Text["",{xao,yao}],
      If[Txa2^2+Tya2^2<4.5,Graphics[{Text[Style["120",Red],{Txa2+0.1,Tya2}],Graphics[{Text["",{xao,yao}],
      Graphics[{Text["•",{xa3,ya3}],Graphics[{Text["110",{xa3+0.1,ya3+0.1}],
      If[Txa3^2+Tya3^2<4.5,Graphics[{Text[Style["•",Red],{Txa3,Tya3}],Graphics[{Text["",{xao,yao}],
      If[Txa3^2+Tya3^2<4.5,Graphics[{Text[Style["110",Red],{Txa3+0.1,Tya3}],Graphics[{Text["",{xao,yao}],
      Graphics[{Text["•",{xa4,ya4}],Graphics[{Text["210",{xa4+0.1,ya4+0.1}],
      If[Txa4^2+Tya4^2<4.5,Graphics[{Text[Style["•",Red],{Txa4,Tya4}],Graphics[{Text["",{xao,yao}],
      If[Txa4^2+Tya4^2<4.5,Graphics[{Text[Style["210",Red],{Txa4+0.1,Tya4}],Graphics[{Text["",{xao,yao}],
      Graphics[{Text["•",{xa5,ya5}],Graphics[{Text["100",{xa5+0.1,ya5+0.1}],
      If[Txa5^2+Tya5^2<4.5,Graphics[{Text[Style["•",Red],{Txa5,Tya5}],Graphics[{Text["",{xao,yao}],

```

If[Txa5^2+Tya5^2<4.5,Graphics[{Text[Style["100",Red],{Txa5+0.1,Tya5}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]],  
 Graphics[{Text["●",{xa6,ya6}]}],Graphics[{Text["2-10",{xa6+0.1,ya6+0.1}]}]],  
 If[Txa6^2+Tya6^2<4.5,Graphics[{Text[Style["●",Red],{Txa6,Tya6}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]],  
 If[Txa6^2+Tya6^2<4.5,Graphics[{Text[Style["2-10",Red],{Txa6+0.1,Tya6}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]],  
 Graphics[{Text["●",{xa7,ya7}]}],Graphics[{Text["1-10",{xa7+0.1,ya7+0.1}]}]],  
 If[Txa7^2+Tya7^2<4.5,Graphics[{Text[Style["●",Red],{Txa7,Tya7}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]],  
 If[Txa7^2+Tya7^2<4.5,Graphics[{Text[Style["1-10",Red],{Txa7+0.1,Tya7}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]],  
 Graphics[{Text["●",{xa8,ya8}]}],Graphics[{Text["1-20",{xa8+0.1,ya8+0.1}]}]],  
 If[Txa8^2+Tya8^2<4.5,Graphics[{Text[Style["●",Red],{Txa8,Tya8}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]],  
 If[Txa8^2+Tya8^2<4.5,Graphics[{Text[Style["1-20",Red],{Txa8+0.1,Tya8}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]],  
 Graphics[{Text["●",{xa9,ya9}]}],Graphics[{Text["0-10",{xa9+0.1,ya9+0.1}]}]],  
 If[Txa9^2+Tya9^2<4.5,Graphics[{Text[Style["●",Red],{Txa9,Tya9}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]],  
 If[Txa9^2+Tya9^2<4.5,Graphics[{Text[Style["0-10",Red],{Txa9+0.1,Tya9}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]],  
 Graphics[{Text["●",{xa10,ya10}]}],Graphics[{Text["-1-20",{xa10+0.1,ya10+0.1}]}]],  
 If[Txa10^2+Tya10^2<4.5,Graphics[{Text[Style["●",Red],{Txa10,Tya10}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]],  
 If[Txa10^2+Tya10^2<4.5,Graphics[{Text[Style["-1-  
 20",Red],{Txa10+0.1,Tya10}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]],Graphics[{Text["●",{xa11,ya11}]}],Graphics[{Text["-1-10",{xa11+0.1,ya11+0.1}]}]],  
 If[Txa11^2+Tya11^2<4.5,Graphics[{Text[Style["●",Red],{Txa11,Tya11}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]],  
 If[Txa11^2+Tya11^2<4.5,Graphics[{Text[Style["-1-  
 10",Red],{Txa11+0.1,Tya11}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]],Graphics[{Text["●",{xa12,ya12}]}],Graphics[{Text["-2-10",{xa12+0.1,ya12+0.1}]}]],  
 If[Txa12^2+Tya12^2<4.5,Graphics[{Text[Style["●",Red],{Txa12,Tya12}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]],  
 If[Txa12^2+Tya12^2<4.5,Graphics[{Text[Style["-2-  
 10",Red],{Txa12+0.1,Tya12}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]],  
 Graphics[{Text["●",{xa13,ya13}]}],Graphics[{Text["-100",{xa13+0.1,ya13+0.1}]}]],  
 If[Txa13^2+Tya13^2<4.5,Graphics[{Text[Style["●",Red],{Txa13,Tya13}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]],  
 If[Txa13^2+Tya13^2<4.5,Graphics[{Text[Style["-  
 100",Red],{Txa13+0.1,Tya13}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]],  
 Graphics[{Text["●",{xa14,ya14}]}],Graphics[{Text["-210",{xa14+0.1,ya14+0.1}]}]],  
 If[Txa14^2+Tya14^2<4.5,Graphics[{Text[Style["●",Red],{Txa14,Tya14}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]],  
 If[Txa14^2+Tya14^2<4.5,Graphics[{Text[Style["-  
 210",Red],{Txa14+0.1,Tya14}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]],  
 Graphics[{Text["●",{xa15,ya15}]}],Graphics[{Text["-110",{xa15+0.1,ya15+0.1}]}]],  
 If[Txa15^2+Tya15^2<4.5,Graphics[{Text[Style["●",Red],{Txa15,Tya15}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]],  
 If[Txa15^2+Tya15^2<4.5,Graphics[{Text[Style["-

110",Red,{Txa15+0.1,Tya15}}],Graphics[{Text["",{xao,yao}}]],  
 Graphics[{Text["●",{xa16,ya16}}],Graphics[{Text["-120",{xa16+0.1,ya16+0.1}}]],  
 If[Txa16^2+Tya16^2<4.5,Graphics[{Text[Style["●",Red],{Txa16,Tya16}}],Graphics[{Text["",{xao,yao}}]],  
 If[Txa16^2+Tya16^2<4.5,Graphics[{Text[Style["-  
 120",Red,{Txa16+0.1,Tya16}}],Graphics[{Text["",{xao,yao}}]],  
 Graphics[{Text["@",{xa17,ya17}}],Graphics[{Text["-210",{xa17+0.1,ya17+0.1}}]],  
 If[Txa17^2+Tya17^2<4.5,Graphics[{Text[Style["●",Red],{Txa17,Tya17}}],Graphics[{Text["",{xao,yao}}]],  
 If[Txa17^2+Tya17^2<4.5,Graphics[{Text[Style["-  
 210",Red,{Txa17+0.1,Tya17}}],Graphics[{Text["",{xao,yao}}]],  
 Graphics[{Text["●",{testxa1,testya1}}],Graphics[{Text["-111",{testxa1+0.1,testya1+0.1}}]],  
 If[Txaz1^2+Tyaz1^2<4.5,Graphics[{Text[Style["●",Red],{Txaz1,Tyaz1}}],Graphics[{Text["",{xao,yao}}]],  
 If[Txaz1^2+Tyaz1^2<4.5,Graphics[{Text[Style["-  
 111",Red,{Txaz1+0.1,Tyaz1}}],Graphics[{Text["",{xao,yao}}]],  
 Graphics[{Text["●",{testxa2,testya2}}],Graphics[{Text["1-11",{testxa2+0.1,testya2+0.1}}]],  
 If[Txaz2^2+Tyaz2^2<4.5,Graphics[{Text[Style["●",Red],{Txaz2,Tyaz2}}],Graphics[{Text["",{xao,yao}}]],  
 If[Txaz2^2+Tyaz2^2<4.5,Graphics[{Text[Style["1-  
 11",Red,{Txaz2+0.1,Tyaz2}}],Graphics[{Text["",{xao,yao}}]],  
 Graphics[{Text["●",{testxa3,testya3}}],Graphics[{Text["-1-11",{testxa3+0.1,testya3+0.1}}]],  
 If[Txaz3^2+Tyaz3^2<4.5,Graphics[{Text[Style["●",Red],{Txaz3,Tyaz3}}],Graphics[{Text["",{xao,yao}}]],  
 If[Txaz3^2+Tyaz3^2<4.5,Graphics[{Text[Style["-1-  
 11",Red,{Txaz3+0.1,Tyaz3}}],Graphics[{Text["",{xao,yao}}]],Graphics[{Text["●",{testxa4,testya4}}],Graphics[  
 {Text["111",{testxa4+0.1,testya4+0.1}}]],  
 If[Txaz4^2+Tyaz4^2<4.5,Graphics[{Text[Style["●",Red],{Txaz4,Tyaz4}}],Graphics[{Text["",{xao,yao}}]],  
 If[Txaz4^2+Tyaz4^2<4.5,Graphics[{Text[Style["111",Red],{Txaz4+0.1,Tyaz4}}],Graphics[{Text["",{xao,yao}}]],  
 Graphics[{Text["●",{qxa1,qya1}}],Graphics[{Text["-121",{qxa1+0.1,qya1+0.1}}]],  
 If[Txaq1^2+Tyaq1^2<4.5,Graphics[{Text[Style["●",Red],{Txaq1,Tyaq1}}],Graphics[{Text["",{xao,yao}}]],  
 If[Txaq1^2+Tyaq1^2<4.5,Graphics[{Text[Style["-  
 121",Red,{Txaq1+0.1,Tyaq1}}],Graphics[{Text["",{xao,yao}}]],  
 Graphics[{Text["●",{qxa2,qya2}}],Graphics[{Text["-211",{qxa2+0.1,qya2+0.1}}]],  
 If[Txaq2^2+Tyaq2^2<4.5,Graphics[{Text[Style["●",Red],{Txaq2,Tyaq2}}],Graphics[{Text["",{xao,yao}}]],  
 If[Txaq2^2+Tyaq2^2<4.5,Graphics[{Text[Style["-  
 211",Red,{Txaq2+0.1,Tyaq2}}],Graphics[{Text["",{xao,yao}}]],  
 Graphics[{Text["●",{qxa3,qya3}}],Graphics[{Text["-2-11",{qxa3+0.1,qya3+0.1}}]],  
 If[Txaq3^2+Tyaq3^2<4.5,Graphics[{Text[Style["●",Red],{Txaq3,Tyaq3}}],Graphics[{Text["",{xao,yao}}]],  
 If[Txaq3^2+Tyaq3^2<4.5,Graphics[{Text[Style["-2-



```

Graphics[{Text["●", {xay4,yay4}],Graphics[{Text["101", {xay4+0.1,yay4+0.1}]}],
If[Txay4^2+Tyay4^2<4.5,Graphics[{Text[Style["●",Red], {Txay4,Tyay4}]}],Graphics[{Text["", {xao,yao}]}]],

If[Txay4^2+Tyay4^2<4.5,Graphics[{Text[Style["101",Red], {Txay4+0.1,Tyay4}]}],Graphics[{Text["", {xao,yao}]}]]
,
Graphics[{Text["●", {qxi112,qyi112}],Graphics[{Text["112", {qxi112+0.1,qyi112+0.1}]}],
If[Txi112^2+Tyi112^2<4.5,Graphics[{Text[Style["●",Red], {Txi112,Tyi112}]}],Graphics[{Text["", {xao,yao}]}]],

If[Txi112^2+Tyi112^2<4.5,Graphics[{Text[Style["112",Red], {Txi112+0.1,Tyi112}]}],Graphics[{Text["", {xao,yao}]}]]
],
Graphics[{Text["●", {qxi112,qyi112}],Graphics[{Text["-112", {qxi112+0.1,qyi112+0.1}]}],
If[Txi112^2+Tyi112^2<4.5,Graphics[{Text[Style["●",Red], {Txi112,Tyi112}]}],Graphics[{Text["", {xao,yao}]}]],
If[Txi112^2+Tyi112^2<4.5,Graphics[{Text[Style["-
112",Red], {Txi112+0.1,Tyi112}]}],Graphics[{Text["", {xao,yao}]}]],
Graphics[{Text["●", {qxi112,qyi112}],Graphics[{Text["-1-12", {qxi112+0.1,qyi112+0.1}]}],
If[Txi112^2+Tyi112^2<4.5,Graphics[{Text[Style["●",Red], {Txi112,Tyi112}]}],Graphics[{Text["", {xao,yao}]}]],
If[Txi112^2+Tyi112^2<4.5,Graphics[{Text[Style["-1-
12",Red], {Txi112+0.1,Tyi112}]}],Graphics[{Text["", {xao,yao}]}]],
Graphics[{Text["●", {qxi112,qyi112}],Graphics[{Text["-1-12", {qxi112+0.1,qyi112+0.1}]}],

If[Txi112^2+Tyi112^2<4.5,Graphics[{Text[Style["●",Red], {Txi112,Tyi112}]}],Graphics[{Text["", {xao,yao}]}]],
If[Txi112^2+Tyi112^2<4.5,Graphics[{Text[Style["-1-
12",Red], {Txi112+0.1,Tyi112}]}],Graphics[{Text["", {xao,yao}]}]],

Graphics[{Text["●", {qx332,qy332}],Graphics[{Text["332", {qx332+0.1,qy332+0.1}]}],
If[Tx332^2+Ty332^2<4.5,Graphics[{Text[Style["●",Blue], {Tx332,Ty332}]}],Graphics[{Text["", {xao,yao}]}]],

If[Tx332^2+Ty332^2<4.5,Graphics[{Text[Style["332",Blue], {Tx332+0.1,Ty332}]}],Graphics[{Text["", {xao,yao}]}]]
]],
Graphics[{Text["●", {qxi332,qyi332}],Graphics[{Text["-332", {qxi332+0.1,qyi332+0.1}]}],
If[Txi332^2+Tyi332^2<4.5,Graphics[{Text[Style["●",Blue], {Txi332,Tyi332}]}],Graphics[{Text["", {xao,yao}]}]],
If[Txi332^2+Tyi332^2<4.5,Graphics[{Text[Style["-

```

332",Blue},{Tx<sub>332</sub>+0.1,Ty<sub>332</sub>}}}],Graphics[{{Text["",{xao,yao}}]}],  
 Graphics[{{Text["●",{qx<sub>332</sub>,qy<sub>332</sub>}}}],Graphics[{{Text["3-32",{qx<sub>332</sub>+0.1,qy<sub>332</sub>+0.1}}]}],  
 If[Tx<sub>332</sub><sup>2</sup>+Ty<sub>332</sub><sup>2</sup><4.5,Graphics[{{Text[Style["●",Blue],{Tx<sub>332</sub>,Ty<sub>332</sub>}}}],Graphics[{{Text["",{xao,yao}}]}],  
 If[Tx<sub>332</sub><sup>2</sup>+Ty<sub>332</sub><sup>2</sup><4.5,Graphics[{{Text[Style["3-  
 32",Blue],{Tx<sub>332</sub>+0.1,Ty<sub>332</sub>}}}],Graphics[{{Text["",{xao,yao}}]}],  
 Graphics[{{Text["●",{qx<sub>332</sub>,qy<sub>332</sub>}}}],Graphics[{{Text["3-32",{qx<sub>332</sub>+0.1,qy<sub>332</sub>+0.1}}]}],  
 If[Tx<sub>332</sub><sup>2</sup>+Ty<sub>332</sub><sup>2</sup><4.5,Graphics[{{Text[Style["●",Blue],{Tx<sub>332</sub>,Ty<sub>332</sub>}}}],Graphics[{{Text["",{xao,yao}}]}],  
 If[Tx<sub>332</sub><sup>2</sup>+Ty<sub>332</sub><sup>2</sup><4.5,Graphics[{{Text[Style["3-  
 32",Blue],{Tx<sub>332</sub>+0.1,Ty<sub>332</sub>}}}],Graphics[{{Text["",{xao,yao}}]}],  
 Graphics[{{Text["●",{qx<sub>323</sub>,qy<sub>323</sub>}}}],Graphics[{{Text["323",{qx<sub>323</sub>+0.1,qy<sub>323</sub>+0.1}}]}],  
 If[Tx<sub>323</sub><sup>2</sup>+Ty<sub>323</sub><sup>2</sup><4.5,Graphics[{{Text[Style["●",Blue],{Tx<sub>323</sub>,Ty<sub>323</sub>}}}],Graphics[{{Text["",{xao,yao}}]}],  
 If[Tx<sub>323</sub><sup>2</sup>+Ty<sub>323</sub><sup>2</sup><4.5,Graphics[{{Text[Style["323",Blue],{Tx<sub>323</sub>+0.1,Ty<sub>323</sub>}}}],Graphics[{{Text["",{xao,yao}}]}],  
 Graphics[{{Text["●",{qx<sub>323</sub>,qy<sub>323</sub>}}}],Graphics[{{Text["-323",{qx<sub>323</sub>+0.1,qy<sub>323</sub>+0.1}}]}],  
 If[Tx<sub>323</sub><sup>2</sup>+Ty<sub>323</sub><sup>2</sup><4.5,Graphics[{{Text[Style["●",Blue],{Tx<sub>323</sub>,Ty<sub>323</sub>}}}],Graphics[{{Text["",{xao,yao}}]}],  
 If[Tx<sub>323</sub><sup>2</sup>+Ty<sub>323</sub><sup>2</sup><4.5,Graphics[{{Text[Style["-  
 323",Blue],{Tx<sub>323</sub>+0.1,Ty<sub>323</sub>}}}],Graphics[{{Text["",{xao,yao}}]}],  
 Graphics[{{Text["●",{qx<sub>323</sub>,qy<sub>323</sub>}}}],Graphics[{{Text["3-23",{qx<sub>323</sub>+0.1,qy<sub>323</sub>+0.1}}]}],  
 If[Tx<sub>323</sub><sup>2</sup>+Ty<sub>323</sub><sup>2</sup><4.5,Graphics[{{Text[Style["●",Blue],{Tx<sub>323</sub>,Ty<sub>323</sub>}}}],Graphics[{{Text["",{xao,yao}}]}],  
 If[Tx<sub>323</sub><sup>2</sup>+Ty<sub>323</sub><sup>2</sup><4.5,Graphics[{{Text[Style["3-  
 23",Blue],{Tx<sub>323</sub>+0.1,Ty<sub>323</sub>}}}],Graphics[{{Text["",{xao,yao}}]}],  
 Graphics[{{Text["●",{qx<sub>323</sub>,qy<sub>323</sub>}}}],Graphics[{{Text["-3-23",{qx<sub>323</sub>+0.1,qy<sub>323</sub>+0.1}}]}],  
 If[Tx<sub>323</sub><sup>2</sup>+Ty<sub>323</sub><sup>2</sup><4.5,Graphics[{{Text[Style["●",Blue],{Tx<sub>323</sub>,Ty<sub>323</sub>}}}],Graphics[{{Text["",{xao,yao}}]}],  
 If[Tx<sub>323</sub><sup>2</sup>+Ty<sub>323</sub><sup>2</sup><4.5,Graphics[{{Text[Style["-3-  
 23",Blue],{Tx<sub>323</sub>+0.1,Ty<sub>323</sub>}}}],Graphics[{{Text["",{xao,yao}}]}],  
 Graphics[{{Text["●",{qx<sub>233</sub>,qy<sub>233</sub>}}}],Graphics[{{Text["233",{qx<sub>233</sub>+0.1,qy<sub>233</sub>+0.1}}]}],  
 If[Tx<sub>233</sub><sup>2</sup>+Ty<sub>233</sub><sup>2</sup><4.5,Graphics[{{Text[Style["●",Blue],{Tx<sub>233</sub>,Ty<sub>233</sub>}}}],Graphics[{{Text["",{xao,yao}}]}],  
 If[Tx<sub>233</sub><sup>2</sup>+Ty<sub>233</sub><sup>2</sup><4.5,Graphics[{{Text[Style["233",Blue],{Tx<sub>233</sub>+0.1,Ty<sub>233</sub>}}}],Graphics[{{Text["",{xao,yao}}]}],  
 Graphics[{{Text["●",{qx<sub>233</sub>,qy<sub>233</sub>}}}],Graphics[{{Text["-233",{qx<sub>233</sub>+0.1,qy<sub>233</sub>+0.1}}]}],  
 If[Tx<sub>233</sub><sup>2</sup>+Ty<sub>233</sub><sup>2</sup><4.5,Graphics[{{Text[Style["●",Blue],{Tx<sub>233</sub>,Ty<sub>233</sub>}}}],Graphics[{{Text["",{xao,yao}}]}],  
 If[Tx<sub>233</sub><sup>2</sup>+Ty<sub>233</sub><sup>2</sup><4.5,Graphics[{{Text[Style["-  
 233",Blue],{Tx<sub>233</sub>+0.1,Ty<sub>233</sub>}}}],Graphics[{{Text["",{xao,yao}}]}],  
 Graphics[{{Text["●",{qx<sub>233</sub>,qy<sub>233</sub>}}}],Graphics[{{Text["2-33",{qx<sub>233</sub>+0.1,qy<sub>233</sub>+0.1}}]}],



If[Tx2i33^2+Ty2i33^2<4.5,Graphics[{Text[Style["●",Blue],{Tx2i33,Ty2i33}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]],  
 If[Tx2i33^2+Ty2i33^2<4.5,Graphics[{Text[Style["2-  
 33",Blue],{Tx2i33+0.1,Ty2i33}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]],  
 Graphics[{Text["●",{qx23i3,qy23i3}]}],Graphics[{Text["-2-33",{qx23i3+0.1,qy23i3+0.1}]}],  
 If[Tx23i3^2+Ty23i3^2<4.5,Graphics[{Text[Style["●",Blue],{Tx23i3,Ty23i3}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]],  
 If[Tx23i3^2+Ty23i3^2<4.5,Graphics[{Text[Style["2-  
 33",Blue],{Tx23i3+0.1,Ty23i3}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]],  
 Graphics[{Text["●",{qx113,qy113}]}],Graphics[{Text["113",{qx113+0.1,qy113+0.1}]}],  
 If[Tx113^2+Ty113^2<4.5,Graphics[{Text[Style["●",Blue],{Tx113,Ty113}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]],  
 If[Tx113^2+Ty113^2<4.5,Graphics[{Text[Style["113",Blue],{Tx113+0.1,Ty113}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]],  
 Graphics[{Text["●",{qxi113,qyi113}]}],Graphics[{Text["-113",{qxi113+0.1,qyi113+0.1}]}],  
 If[Txi113^2+Tyi113^2<4.5,Graphics[{Text[Style["●",Blue],{Txi113,Tyi113}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]],  
 If[Txi113^2+Tyi113^2<4.5,Graphics[{Text[Style["1-  
 113",Blue],{Txi113+0.1,Tyi113}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]],  
 Graphics[{Text["●",{qxi113,qyi113}]}],Graphics[{Text["1-13",{qxi113+0.1,qyi113+0.1}]}],  
 If[Txi113^2+Tyi113^2<4.5,Graphics[{Text[Style["●",Blue],{Txi113,Tyi113}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]],  
 If[Txi113^2+Tyi113^2<4.5,Graphics[{Text[Style["1-  
 13",Blue],{Txi113+0.1,Tyi113}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]],  
 Graphics[{Text["●",{qx113,qy113}]}],Graphics[{Text["-1-13",{qx113+0.1,qy113+0.1}]}],  
 If[Tx113^2+Ty113^2<4.5,Graphics[{Text[Style["●",Blue],{Tx113,Ty113}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]],  
 If[Tx113^2+Ty113^2<4.5,Graphics[{Text[Style["1-  
 13",Blue],{Tx113+0.1,Ty113}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]],  
 Graphics[{Text["●",{qx131,qy131}]}],Graphics[{Text["131",{qx131+0.1,qy131+0.1}]}],  
 If[Tx131^2+Ty131^2<4.5,Graphics[{Text[Style["●",Blue],{Tx131,Ty131}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]],  
 If[Tx131^2+Ty131^2<4.5,Graphics[{Text[Style["131",Blue],{Tx131+0.1,Ty131}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]],  
 Graphics[{Text["●",{qxi131,qyi131}]}],Graphics[{Text["-131",{qxi131+0.1,qyi131+0.1}]}],  
 If[Txi131^2+Tyi131^2<4.5,Graphics[{Text[Style["●",Blue],{Txi131,Tyi131}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]],  
 If[Txi131^2+Tyi131^2<4.5,Graphics[{Text[Style["1-  
 131",Blue],{Txi131+0.1,Tyi131}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]],  
 Graphics[{Text["●",{qxi131,qyi131}]}],Graphics[{Text["1-31",{qxi131+0.1,qyi131+0.1}]}],  
 If[Txi131^2+Tyi131^2<4.5,Graphics[{Text[Style["●",Blue],{Txi131,Tyi131}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]],  
 If[Txi131^2+Tyi131^2<4.5,Graphics[{Text[Style["1-  
 31",Blue],{Txi131+0.1,Tyi131}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]]

31",Blue],{Tx13i1+0.1,Ty13i1}}}],Graphics[{Text["",{xao,yao}}]}],  
 Graphics[{Text["●",{qx13i1,qy13i1}}}],Graphics[{Text["-1-31",{qx13i1+0.1,qy13i1+0.1}}}],  
 If[Tx13i1^2+Ty13i1^2<4.5,Graphics[{Text[Style["●",Blue],{Tx13i1,Ty13i1}}}],Graphics[{Text["",{xao,yao}}]}],  
 If[Tx13i1^2+Ty13i1^2<4.5,Graphics[{Text[Style["-1-  
 31",Blue],{Tx13i1+0.1,Ty13i1}}}],Graphics[{Text["",{xao,yao}}]}],  
 Graphics[{Text["●",{qx311,qy311}}}],Graphics[{Text["311",{qx311+0.1,qy311+0.1}}}],  
 If[Tx311^2+Ty311^2<4.5,Graphics[{Text[Style["●",Blue],{Tx311,Ty311}}}],Graphics[{Text["",{xao,yao}}]}],  
 If[Tx311^2+Ty311^2<4.5,Graphics[{Text[Style["311",Blue],{Tx311+0.1,Ty311}}}],Graphics[{Text["",{xao,yao}}]  
 ]}],  
 Graphics[{Text["●",{qxi311,qyi311}}}],Graphics[{Text["-311",{qxi311+0.1,qyi311+0.1}}}],  
 If[Txi311^2+Tyi311^2<4.5,Graphics[{Text[Style["●",Blue],{Txi311,Tyi311}}}],Graphics[{Text["",{xao,yao}}]}],  
 If[Txi311^2+Tyi311^2<4.5,Graphics[{Text[Style["-  
 311",Blue],{Txi311+0.1,Tyi311}}}],Graphics[{Text["",{xao,yao}}]}],  
 Graphics[{Text["●",{qx3i11,qy3i11}}}],Graphics[{Text["3-11",{qx3i11+0.1,qy3i11+0.1}}}],  
 If[Tx3i11^2+Ty3i11^2<4.5,Graphics[{Text[Style["●",Blue],{Tx3i11,Ty3i11}}}],Graphics[{Text["",{xao,yao}}]}],  
 If[Tx3i11^2+Ty3i11^2<4.5,Graphics[{Text[Style["3-  
 11",Blue],{Tx3i11+0.1,Ty3i11}}}],Graphics[{Text["",{xao,yao}}]}],  
 Graphics[{Text["●",{qx31i1,qy31i1}}}],Graphics[{Text["-3-11",{qx31i1+0.1,qy31i1+0.1}}}],  
 If[Tx31i1^2+Ty31i1^2<4.5,Graphics[{Text[Style["●",Blue],{Tx31i1,Ty31i1}}}],Graphics[{Text["",{xao,yao}}]}],  
 If[Tx31i1^2+Ty31i1^2<4.5,Graphics[{Text[Style["-3-  
 11",Blue],{Tx31i1+0.1,Ty31i1}}}],Graphics[{Text["",{xao,yao}}]}],  
 If[Tx00i1^2+Ty00i1^2<4.5,Graphics[{Text[Style["●",Red],{Tx00i1,Ty00i1}}}],Graphics[{Text["",{xao,yao}}]}],  
 If[Tx00i1^2+Ty00i1^2<4.5,Graphics[{Text[Style["00-  
 1",Red],{Tx00i1+0.1,Ty00i1}}}],Graphics[{Text["",{xao,yao}}]}],  
 If[Tx01i1^2+Ty01i1^2<4.5,Graphics[{Text[Style["●",Red],{Tx01i1,Ty01i1}}}],Graphics[{Text["",{xao,yao}}]}],  
 If[Tx01i1^2+Ty01i1^2<4.5,Graphics[{Text[Style["01-  
 1",Red],{Tx01i1+0.1,Ty01i1}}}],Graphics[{Text["",{xao,yao}}]}],  
 If[Tx0i1i1^2+Ty0i1i1^2<4.5,Graphics[{Text[Style["●",Red],{Tx0i1i1,Ty0i1i1}}}],Graphics[{Text["",{xao,yao}}]}],  
 If[Tx0i1i1^2+Ty0i1i1^2<4.5,Graphics[{Text[Style["0-1-  
 1",Red],{Tx0i1i1+0.1,Ty0i1i1}}}],Graphics[{Text["",{xao,yao}}]}],  
 If[Tx10i1^2+Ty10i1^2<4.5,Graphics[{Text[Style["●",Red],{Tx10i1,Ty10i1}}}],Graphics[{Text["",{xao,yao}}]}],  
 If[Tx10i1^2+Ty10i1^2<4.5,Graphics[{Text[Style["10-





,

If[Txi3i32^2+Tyi3i32^2<4.5,Graphics[{Text[Style["33-  
2",Blue],{Txi3i32+0.1,Tyi3i32}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]],

If[Txi2i33^2+Tyi2i33^2<4.5,Graphics[{Text[Style["•",Blue],{Txi2i33,Tyi2i33}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]]

,

If[Txi2i33^2+Tyi2i33^2<4.5,Graphics[{Text[Style["23-  
3",Blue],{Txi2i33+0.1,Tyi2i33}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]],

If[Txi3i23^2+Tyi3i23^2<4.5,Graphics[{Text[Style["•",Blue],{Txi3i23,Tyi3i23}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]]

,

If[Txi3i23^2+Tyi3i23^2<4.5,Graphics[{Text[Style["32-  
3",Blue],{Txi3i23+0.1,Tyi3i23}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]],

If[Txi1i13^2+Tyi1i13^2<4.5,Graphics[{Text[Style["•",Blue],{Txi1i13,Tyi1i13}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]]

,

If[Txi1i13^2+Tyi1i13^2<4.5,Graphics[{Text[Style["11-  
3",Blue],{Txi1i13+0.1,Tyi1i13}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]],

If[Txi1i31^2+Tyi1i31^2<4.5,Graphics[{Text[Style["•",Blue],{Txi1i31,Tyi1i31}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]]

,

If[Txi1i31^2+Tyi1i31^2<4.5,Graphics[{Text[Style["13-  
1",Blue],{Txi1i31+0.1,Tyi1i31}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]],

If[Txi3i11^2+Tyi3i11^2<4.5,Graphics[{Text[Style["•",Blue],{Txi3i11,Tyi3i11}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]]

,

If[Txi3i11^2+Tyi3i11^2<4.5,Graphics[{Text[Style["31-  
1",Blue],{Txi3i11+0.1,Tyi3i11}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]],

If[Txi33i2^2+Tyi33i2^2<4.5,Graphics[{Text[Style["•",Blue],{Txi33i2,Tyi33i2}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]]

,

If[Txi33i2^2+Tyi33i2^2<4.5,Graphics[{Text[Style["-33-  
2",Blue],{Txi33i2+0.1,Tyi33i2}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]],

If[Tx3i3i2^2+Ty3i3i2^2<4.5,Graphics[{Text[Style["•",Blue],{Tx3i3i2,Ty3i3i2}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]]

,

If[Tx3i3i2^2+Ty3i3i2^2<4.5,Graphics[{Text[Style["3-3-2",Blue],{Tx3i3i2+0.1,Ty3i3i2}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]]],

If[Txi3i3i2^2+Tyi3i3i2^2<4.5,Graphics[{Text[Style["•",Blue],{Txi3i3i2,Tyi3i3i2}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]]],

If[Txi3i3i2^2+Tyi3i3i2^2<4.5,Graphics[{Text[Style["-3-3-2",Blue],{Txi3i3i2+0.1,Tyi3i3i2}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]]],

If[Txi3i2i3^2+Tyi3i2i3^2<4.5,Graphics[{Text[Style["•",Blue],{Txi3i2i3,Tyi3i2i3}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]]

,

If[Txi3i2i3^2+Tyi3i2i3^2<4.5,Graphics[{Text[Style["-3i2-3",Blue],{Txi3i2i3+0.1,Tyi3i2i3}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]]],

If[Tx3i2i3^2+Ty3i2i3^2<4.5,Graphics[{Text[Style["•",Blue],{Tx3i2i3,Ty3i2i3}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]]

,

If[Tx3i2i3^2+Ty3i2i3^2<4.5,Graphics[{Text[Style["3-2-3",Blue],{Tx3i2i3+0.1,Ty3i2i3}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]]],

If[Txi3i2i3^2+Tyi3i2i3^2<4.5,Graphics[{Text[Style["•",Blue],{Txi3i2i3,Tyi3i2i3}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]]],

If[Txi3i2i3^2+Tyi3i2i3^2<4.5,Graphics[{Text[Style["-3-2-3",Blue],{Txi3i2i3+0.1,Tyi3i2i3}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]]],

If[Txi23i3^2+Tyi23i3^2<4.5,Graphics[{Text[Style["•",Blue],{Txi23i3,Tyi23i3}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]]

,

If[Txi23i3^2+Tyi23i3^2<4.5,Graphics[{Text[Style["-23-3",Blue],{Txi23i3+0.1,Tyi23i3}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]]],

If[Tx2i3i3^2+Ty2i3i3^2<4.5,Graphics[{Text[Style["•",Blue],{Tx2i3i3,Ty2i3i3}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]]

,

If[Tx2i3i3^2+Ty2i3i3^2<4.5,Graphics[{Text[Style["2-3-3",Blue],{Tx2i3i3+0.1,Ty2i3i3}]}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]]],



```

If[Txi3i1i1^2+Tyi3i1i1^2<4.5,Graphics[{Text[Style["•",Blue],{Txi3i1i1,Tyi3i1i1}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]]
,
If[Txi3i1i1^2+Tyi3i1i1^2<4.5,Graphics[{Text[Style["-3i-
1",Blue],{Txi3i1i1+0.1,Tyi3i1i1}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]]],

If[Tx3i1i1^2+Ty3i1i1^2<4.5,Graphics[{Text[Style["•",Blue],{Tx3i1i1,Ty3i1i1}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]]
,
If[Tx3i1i1^2+Ty3i1i1^2<4.5,Graphics[{Text[Style["3-i-
1",Blue],{Tx3i1i1+0.1,Ty3i1i1}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]]],

If[Txi3i1i1^2+Tyi3i1i1^2<4.5,Graphics[{Text[Style["•",Blue],{Txi3i1i1,Tyi3i1i1}],Graphics[{Text["",{xao,yao}
}]]],
If[Txi3i1i1^2+Tyi3i1i1^2<4.5,Graphics[{Text[Style["-3-i-
1",Blue],{Txi3i1i1+0.1,Tyi3i1i1}],Graphics[{Text["",{xao,yao}]}]]],

Graphics[{Circle[{xa1,ya1},rc1,{-Pi/4,-3Pi/4}],AspectRatio -> Automatic},Graphics[{Circle[{xa5,ya5},rc5,{-
3Pi/4,-5Pi/4}],AspectRatio -> Automatic},Graphics[{Circle[{xa9,ya9},rc9,{-7Pi/4,-5Pi/4}],AspectRatio ->
Automatic},Graphics[{Circle[{xa13,ya13},rc13,{1Pi/4,-Pi/4}],AspectRatio -> Automatic},
Graphics[{Text[Style["X",Red],{0,-2.3}],
Graphics[{Text[Style["Y",Red],{-2.3,0}]}]]]

```



解析結果

\*\*\*\*\*

Result

Crystallographic orientation matrix of the crystals to be compared

```
((  
  {-0.313859, 0.815036, -0.487041},  
  {0.680553, -0.16458, -0.713976},  
  {-0.662073, -0.555545, -0.50302}  
))
```

Crystallographic orientation matrix of the Matrix

```
((  
  {0.88921, -0.457489, -0.00300918},  
  {0.437428, 0.852109, -0.287345},  
  {0.134021, 0.254194, 0.957822}  
))
```

Transformation matrix obtained from two crystal orientation matrices

```
((  
  {-0.650491, 0.682596, -0.333053},  
  {0.697157, 0.36261, -0.618454},  
  {-0.301386, -0.634489, -0.711752}  
))
```

Rotation angle

56.9239

Rotation axis

{-0.548866+0. I,0.577329 +0. I,0.604514 +0. I}

