

# 博士論文要旨

## 論文題名：Wiener 空間のモーメント問題と確率数値解析

立命館大学大学院理工学研究科  
基礎理工学専攻博士課程後期課程

タムラ ユウマ

田村 勇真

この博士論文は 4 つの部分から成る。最初の部分、第 2 章は、Brownian martingale の表現に関するものである。我々は、ある設定のもとで Brownian martingale がより単純な過程の積分で表せるための必要十分条件を与えた。これは Brownian martingale を分析するための道具と成り得る。2 つ目の部分、第 3 章は、affine process の期待値の初期値に関する微分に関するものである。我々は、affine process の初期値に関する微分が、元の過程とはパラメータの異なる affine process の期待値によって記述できることを示した。この結果は affine process に付随する常微分方程式を解くことによって得られた。3 つ目の部分、第 4 章は、負の整数によって添え字付けられた確率過程の方程式に関するものである。我々はそのような方程式の新しいクラス、田中-Yor 方程式を定義し、その弱解の存在を示した。この結果は  $C^2$ -級の境界に関する確率微分方程式の「対称化」の正当化に応用できる可能性がある。4 つ目の部分、第 5 章は、量子ウォークの周期とその絶対ゼータ関数との関係についてである。我々はサイクルグラフ上の Hadamard walk と 3 状態の Grover walk に注目し、それらの周期に関して統一的な証明を与えた。この手法は他の場合にも適用し得る。さらに、周期が有限であるときにそのウォークのゼータ関数の絶対ゼータ関数を陽に計算した。

# **Abstract of Doctoral Thesis**

## **Title: A moment problem of Wiener space and stochastic numerical analysis**

Doctoral Program in Advanced Mathematics and Physics  
Graduate School of Science and Engineering  
Ritsumeikan University

タムラ ユウマ  
TAMURA Yuma

The present thesis consists of four parts. The first part, Chapter 2, is on representing Brownian martingales. We gave a necessary and sufficient condition for a Brownian martingale to be expanded to an integration of more simple processes in a certain setting. This can be new tool to analyze Brownian martingales. The second part, Chapter 3, is on derivatives of expectations of affine processes with respect to the initial value of the process. We showed that the derivative can be written by the expectations of the process and another affine process whose parameter is different from the original one. This result is obtained by solving a certain ordinal differential equation associated with the process. The third part, Chapter 4, is on stochastic equation of negative integer-indexed process. We define a new class of such equation, Tanaka--Yor equation, and showed the existence of its weak solution. This can be applied to justify the "symmetrization" of stochastic differential equation (SDE) with  $C^2$ -class boundary. The fourth part, Chapter 5, is on periods of quantum walks on cycle graphs and relation between absolute zeta functions and them. We focused on Hadamard walks and Grover walks with 3 states on cycle graphs. We gave a unified proof for their periods. This method can be applied to other cases. Moreover, we calculated absolute zeta functions of zeta functions of them explicitly when the walk has finite period.