

論文の内容の要旨及び論文審査の結果の要旨の公表

学位規則第 8 条に基づき、論文の内容の要旨及び論文審査の結果の要旨を公表する。

フリガナ 氏名（姓、名）	タムラ ユウマ 田村 勇真		授与番号 甲 1784 号
学 位 の 種 類	博士（理学）	授与年月日	2024 年 3 月 31 日
学位授与の要件	本学学位規程第 18 条第 1 項該当者 [学位規則第 4 条第 1 項]		
博士論文の題名	A moment problem of Wiener space and stochastic numerical analysis (Wiener 空間のモーメント問題と確率数値解析)		
審 査 委 員	(主査) 赤堀 次郎 (立命館大学理工学部教授)		大坂 博幸 (立命館大学理工学部教授)
	多羅間 大輔 (立命館大学理工学部准教授)		
論文内容の要旨	<p>本論文は 4 部構成となっている。第一部では、マルチンゲールの新しい表現に関する新しい結果が与えられている。この結果が本論文で最も重要な貢献となっているので、ここで詳しく説明する。確率過程論においては、マルチンゲールと呼ばれる確率過程のクラスが重要であるが、このクラスが確率積分で表現できる、という定理---マルチンゲール表現定理と呼ばれている---は、確率解析と呼ばれる確率過程論の分野において一つの基本定理となっている。この定理は、「ガウス型の指数マルチンゲール」がマルチンゲールの空間で稠密であるという事実に基づいて証明される。田村氏はこの定理の精密化として、正值のマルチンゲールを関数をパラメータとしたガウス型のマルチンゲールの、その関数に関する積分（関数空間の測度での積分）で表現できるかどうかという問題を考えた。そしてこの問題を無限次元のモーメント問題と捉え、その表現可能性に関する必要十分条件を与えた。この結果は確率過程論の様々な領域にインパクトを与える重要な貢献であるといえる。第二部においては、アファイン型と呼ばれる確率過程のクラスに関して、標準的なものとは異なる「部分積分」の公式を与えるという研究の結果がまとめられている。この部分積分は無限次元でのそれであり、無限次元におけるルベーク測度のような標準的な測度というものがないため、通常はガウス型の測度を考えて、その測度に関する微分の随伴を考えることで部分積分を与えるが、田村氏の方法は全く別のアプローチによるもので、そのベッセル関数などの特殊関数との関連が非常に興味深い。第三部においては、Tsirelson 方程式と呼ばれる「強解」を持たない方程式に関する M. Yor らの結果を Tanaka 型に拡張する結果についての研究成果がまとめられている。この結果はまた、多様体上の拡散過程の対称化という近年確率数値解析のアルゴリズムとして提案された手法の正当化を与える。第四部においては、量子ウォークの周期性に関する新しい結果をまとめている。量子ウォークは量子計算アルゴリズムに関連して近年注目され、急速に進歩している研究分野であるが、学位申請者はこの分野においても重要な貢献を行っている。</p>		

論文審査の結果の要旨	<p>本論文の特徴は、第一にマルチンゲール理論における重要な結果を与えたこと、そこで問題を無限次元のモーメント問題に還元したということ、第二に、新しい確率過程の部分積分公式を与えたこと、第三に、Tanaka 型の確率差分方程式の解の分類理論についての貢献を行ったこと、第四に、量子ウォークの周期性に関して新しい結果を与えたこと、とまとめられる。これらの結果について、主査・副査より、その貢献の新規性、証明の条件の一般性などについて課題が指摘されたが、それらについて、論文において明確な回答が与えられている。また、以下に述べるように、公聴会が行われ、論文の内容に関して学位審議委員による審査が行われたがそこにおいても論文の新規性とその貢献の重要性が確認された。</p> <p>以上の通り、公聴会での口頭試問結果および論文審査を踏まえ、審査委員会は本論文が本研究科の博士学位論文審査基準を満たしており、博士学位を授与するに相応しい水準に達しているという判断で一致した。</p>
試験または学力確認の結果の要旨	<p>本論文の公聴会は、2024 年 2 月 8 日（木）17 時～18 時、びわこ・くさつキャンパスのウェストウイング 6F 談話会室において、学位申請者および主査、副査を含めた対面とビデオ会議システム (Zoom) によるハイブリッド形式で行われた。各審査委員および公聴会参加者より、モーメント問題の基礎空間を数列空間にしているが、これを関数空間に設定できないか、具体的な測度に関する結果はあるのか、ほかに無限次元のモーメント問題の結果はあるのか、などの質問がなされたが、いずれの質問に対しても学位申請者の回答は適切なものであった。審査委員会は、本学大学院理工学研究科基礎数理専攻博士課程後期課程の在学期間中における学会発表などの様々な研究活動、また公聴会の質疑応答を通して博士学位に相応しい能力を有することを確認した。</p> <p>以上の諸点を総合し、審査委員会は、学位申請者に対し、本学学位規程第 18 条第 1 項に基づいて、博士（理学 立命館大学）の学位を授与することが適当であると判断する。</p>