

論文の内容の要旨及び論文審査の結果の要旨の公表

学位規則第8条に基づき、論文の内容の要旨及び論文審査の結果の要旨を公表する。

フリガナ 氏名 (姓、名)	ナカガワ タクヤ 中川 卓也		授与番号 甲 1486 号
学位の種類	博士 (理学)	授与年月日	2021 年 3 月 31 日
学位授与の要件	本学学位規程第18条第1項該当者 [学位規則第4条第1項]		
博士論文の題名	Stability problems of stochastic differential equations by a symmetric stable process (対称安定過程による確率微分方程式の安定性問題)		
審査委員	(主査)KOHATSU-HIGAARTURO (立命館大学工学部教授)	赤堀 次郎 (立命館大学工学部教授)	
	安富 健児 (立命館大学工学部准教授)		
論文内容の要旨	<p>応用分野では時間と共に確率的に変化していく過程を解析することがよく問題となる。このような確率過程は、軌道の性質により2つのタイプに分かれる。今回の研究テーマにおいては、その過程の軌道にジャンプが表れる確率過程に関して主に議論している。特に Pareto 型分布に従うような確率過程を安定確率過程と呼ぶ。Pareto 分布は、正規分布よりも平均値からはずれた大きな値をとる確率が大きいため、分散が存在しない場合もありうる。リスク管理や地震モデルなどでよく使われている分布である。このような確率過程においては、小さいジャンプの発生数が無限である場合があり、数学的な議論を行う際の難点となる。本論文において、安定過程を Driving 過程にした確率微分方程式の近似についての結果が得られている。特に解の Stability 問題を確率微分方程式係数の間の距離の問題として扱い、異なる係数の2つの解の L_p ノルムがその係数の距離によって推測できることが証明されている。その距離の定義が weighted ノルムに基づいていることが特に独創的な点である。論文の構成：1章：Introduction。ここで概要や結果の紹介などを行なっている。特にジャンプ過程の構成やモメント評価について論じている。2章：記号や密度関数の性質を述べ、その後、確率微分方程式の解について議論を行なったのち、本題に入る。最初に Komatsu(1982) による pathwise uniqueness 定理における「小松条件」の紹介を行い、次に Bass 氏の反例を紹介し、続いて Hahimoto-Tsuchiya(2018)の結果を紹介する。3章：2つの解の距離についての L_p 評価をおこなっている。この際、1つの解が小松条件を満たしているがもう一つの解は、それを満たす必要がないが代わりにある種の Holder 性が必要となる。この条件は小松条件より弱い条件である。4章：安定過程のモメントが存在せず、L_p 評価を利用することができない場合が多いため、代わりに2つの解の確率距離について議論を行なっている。そのために semimartingale の mean variation 距離を導入し、これを用いることで、確率距離についての誤差を評価する。5章：Appendix では本論文の中での長い証明や付属情報に関して詳しく書いている。</p>		

<p style="writing-mode: vertical-rl; text-orientation: upright;">論文審査の結果の要旨</p>	<p>本論文では2つの違う係数の確率微分方程式の解が近くなるための条件として、係数が一様に近いという条件は不要で、あるコンパクト集合上で近ければよく、その集合の外側では Pareto 分布によって小さい値になるような係数であることが十分であることを示した。今までに知られた結果においては、係数が一様に近くなる必要があったので、今回の結果によって、より精密に stability の問題が理解できたことになる。</p> <p>このような問題を扱うときの技術的な問題として、誤差評価をする際に伊藤公式を利用するため、絶対値の関数を微分可能な関数で近似する必要がある。そのために山田一渡辺の方法と呼ばれる技術を使う。この解析方法では絶対値の近似を具体的に構成するので1次元の場合にしか使えない。そのため今回の結果は、1次元に限られたものとなっている。一方、確率微分方程式の解の密度関数を Pareto 型分布によって不等式評価するという手法は、今までの関連研究においては使われていない新しい解析方法である。</p> <p>また、本論文における確率的な意味での誤差評価は、モメントが存在しない一般の場合に拡張できる可能性がある。最後にいくつかの応用例があげられている。特にシミュレーションにおける問題を解決する理論的な結果になっていることがコメントされている。その他の応用も考えられるが本論文では直接説明されていない。</p> <p>論文の評価：確率的な距離を導入して解の評価を行うという研究はいままでになく、独創的なものである。さらにこの結果は、応用の観点からみても意味のある結果で、シミュレーションなどを行う時に有用である。さらに理論的な面で見ても、弱い条件で近似を作り極限的に解の構成が与えられる可能性を示唆する重要な結果である。将来的に取り組むべき問題として多次元の確率過程やドリフトのある場合などの問題が考えられる。本論文は、その方向での研究において不可欠な技術を導入した。新しい条件の下での解の構築を可能にした点で、長期的に評価される論文である。</p> <p>以上の論文審査と公聴会での口頭試問結果を踏まえ、審査委員会は本論文が本研究科の博士学位論文審査基準を満たしており、博士学位を授与するに相応しい水準に達しているという判断で一致した。</p>
<p style="writing-mode: vertical-rl; text-orientation: upright;">試験または学力確認の結果の要旨</p>	<p>本論文の公聴会は、2021年2月11日(木)16時30分~17時30分 Zoom において行われた。公聴会では、学位申請者による論文要旨の説明の後、審査委員は学位申請者に対する口頭試問を行った。各審査委員および公聴会参加者より、安定分布の意味(特にジャンプ過程の中でどのぐらい応用例があるのか?)、定理1の定数や定理2の h とパラメーターの依存(依存性が最適になっているか?)、さらにこれからの展開や応用の観点(特にシミュレーションと解の構築について)などの質問がなされたが、いずれの質問に対しても学位申請者の回答は適切なものであった。審査委員会は、論文内容および公聴会での質疑応答を通して、学位申請者が十分な学識を有し、博士学位に相応しい学力を有していると確認した。</p> <p>以上の諸点を総合し、審査委員会は、学位申請者に対し、本学学位規程第18条第1項に基づいて、「博士(理学 立命館大学)」の学位を授与することが適当であると判断する。</p>