多点同時振動計測に基づく柔床立体建物の 部位別剛性・減衰・質量推定法

Estimation method of rigidity, damping and mass for each part of soft-floor three-dimensional building based on simultaneous multipoint vibration measurement

西川慶¹·吉富信太²

Kei Nishikawa and Shinta Yoshitomi

 ¹立命館大学大学院 理工学研究科環境都市専攻 博士前期課程(〒525-8577 滋賀県草津市野路東1-1-1) Graduate Student, Ritsumeikan University, Graduate School of Science and Engineering
 ²立命館大学教授 理工学部建築都市デザイン学科(〒525-8577 滋賀県草津市野路東1-1-1) Professor, Ritsumeikan University, Dept. of Architecture and Urban Design

This paper proposes a method to estimate partial stiffness, mass and damping ratio of buildings based on measurement of horizontal vibration caused by exciter. The proposed method assumes multiple floor and multiple plane 3D shear building models with flexible floors and determines the stiffness and damping of each structural surface and floor and the mass of each location. This method can estimate the physical properties wihich minimize the error of equations of motion by using recorded response values. The validity of this method is demonstrated.through numerical exapmles.

Keywords: vibration measurement, Least-squares, system identification, mass estimation, flexible floor

1. はじめに

日本では近年頻発する大地震による古い建物の被害が生じ、今後発生が予想される大規模地震に対する既 存建物の耐震性能評価がより重要となっている。これまでに建物の振動計測に基づいて構造物の固有振動数 や建物の層剛性を推定する手法^{1/2}が多く検討されている。さらに、立体せん断モデルを想定して、建物の部 位別の剛性や減衰を推定する手法³も提案されている。その一方で、古い木造建物に特有の床組が柔らかく 変形し鉛直構面が異なる挙動をするという特徴に配慮した手法は十分に確立しているとは言えない。また、 耐震性能評価で既知量として扱う各層質量が、古い建物では不明な場合もある。本稿では多構面立体柔床せ ん断モデルの部位別の剛性・減衰に加えて質量も推定可能な手法を提案する。既往の研究では、伝達関数を 用いて物理パラメタを推定する手法4 があるが、伝達関数の最小誤差化を図るために計算負荷が高く、解の 安定性に課題がある。なお、伝統木造建物は微動時と地震時で建物の振動特性が異なるといった振幅依存性 の課題に対して、静的水平加力実験により建物の各構造要素の復元力特性から建物全体の振動特性を推定す る手法5%などが提案されている。本研究では微動計測による線形応答範囲を扱うため振幅依存性の無視でき ない地震時の大変形時の性能評価は直接的には扱わない。一般的な木造建物の耐震性能を評価する際には、 質量を既知量として与え、床剛性の影響を考慮した補正を行うが、保存や継承の対象となる伝統木造建物は 構造特性が不明な場合が一般的であり、本稿での提案手法により、実建物の部位別の質量推定や床剛性を含 む架構の立体的な構造特性の把握が可能になれば、耐震性能評価における精度向上につながることが期待で きる。本稿では、実建物の構面配置を参考にした立体モデルの時刻歴応答解析を計測データとみなしたシミ ュレーションで、提案手法の妥当性や計測ノイズの影響について検討する。

2. 柔床立体せん断モデル

(1) 起振機による加振時振動計測に基づくパラメタ推定の手順

一般的な建築物の構造モデルを考える場合、床のモデル化は床が変形せず水平移動や回転運動を行う剛床 と床の変形を考慮する柔床の二種類がある。RC造やS造は剛床と仮定され、木造は柔床と仮定される。本研 究では、柔床モデルを扱う。

本研究では、運動方程式を用いて、起振機データ(入力)と構面毎の応答(出力)から、建築物の構造特性(剛 性・減衰・質量)を推定する手法で(図1)、測定値を式に当てはめることで、柔床建物の構面毎の構造特性を 部位別に評価できるシステム同定手法を提案する。例えば平面や構面の特性や配置が対称な整形モデルの中 央をx方向に加振する場合、y方向の応答は生じないが、本稿で提案する手法では応答がない構面の特性は解 が不定となり推定できない。従って本研究ではx,y両方向に同時に応答が生じるように加振するケースを扱 う。その際、x,y方向に別の起震機を設置してもよいが、本研究ではより簡便な1台の起震機を通りに角度 を設けて設置する方法を用いる。起震機角度は任意であるが、本研究の例題では45度方向入力の例を示す。

入力する起震機の波形は任意であるが、単一の振動数の正弦加振を行うと、特定の振動モードが励起され、 ある構面がモードの節になると特性を推定できないことも考えられるため、低振動数から高振動数まで幅広 く含み、様々な振動モードが励起されるスイープ加振を行う。

振動計測については、測定器を各構面と起振機の振動をそれぞれ測定できるように設置する。また、各構 面と起振機の計測した振動波形を構面毎の剛性・減衰・質量を推定するシステム同定における入力・出力と して利用する。なお、出力は変位、速度、加速度、入力は起震機加速度を必要とする。振動計測において一 般的には、加速度か速度を計測して変位は計測しない場合が多い。そのため、計測した速度か加速度から必 要に応じて数値的な微分・積分を行い変位、速度、加速度を求める。本稿では時刻歴応答解析に基づく応答 波形を計測データとみなした結果を示す。時刻歴応答解析の内部処理ではもともと数値積分が用いられてい るため、同じ方法で事後的に数値積分を行えば同定精度は低下しないことを確認している。一方、実測デー タでは計測ノイズや数値積分や数値微分における数値誤差が混入することがあるため、本研究ではノイズレ ベルを意図的に操作することでノイズが同定精度に及ぼす影響についても検討する。数値微分と数値積分に おいては、移動平均やハイパスフィルター処理などの補正を適宜行う。



(2) 柔床立体せん断モデルの運動方程式

N層柔床多層多構面モデルを対象とする。また,層毎に構面数が異なるモデルを考える。本モデルは、柔床を表す水平構面と、壁等に相当する鉛直構面で構成される。建物平面にはx軸あるいはy軸に平行な通りを 設定し、y軸に平行な通りをx通り、x軸に平行な通りをy通りと呼ぶ。x通り数をm、y通り数をnとし、層番号 は下層から順に第i層 (i=1,...,N)と表す。通り番号は座標の小さく、かつ、階層が低い方から順に番号付けし、 x通り名をxj,座標を $r_i^{[y]}$ (j=1,...,m)、y通り名をyl,座標を $r_i^{[y]}$ (l=1,...,n)と表す。xj通りとyl通りの交点に質量 $m_i^{[xj,y]}$ を置く。質点の番号付けはx方向から順に番号付けし、下の層から番号付けを行う。壁構面のない通 りがある場合を扱うため、層毎の壁構面数 j、lはm,n以下となる。自由度は壁構面の存在する通りだけに与 えるものとする。このモデルの運動方程式は(1)のように書ける。



$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{y}(t) = m_{s}\mathbf{r}\ddot{\mathbf{y}}_{s}(t)$$
(1)

ここで m_s は起振機の質量、 \mathbf{r} は外力作用方向を表すベクトル $\ddot{\mathbf{y}}(t)$ 、 $\dot{\mathbf{y}}(t)$ 、 $\mathbf{y}(t)$ 、 $\ddot{\mathbf{y}}_s(t)$ は各構面自由度方向の加速度、速度、変位、起振機の加速度で構成される応答ベクトルで次式のようにx方向変位 $u_i^{[y]}$ とy方向変位 $v_i^{[x]}$ を並べたものとする。

$$\mathbf{y} = \left[\mathbf{u}^{[yl]T} \mathbf{v}^{[xj]T}\right]^T \tag{2}$$

M は各自由度上の質量の和を対角に並べた質量行列。

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{\mathbf{x}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{\mathbf{y}} \end{bmatrix}$$
(3)

K は鉛直構面剛性行列 Kw、床剛性行列 Kw和で表される剛性行列、C は剛性比例型減衰行列を表す。

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_W + \mathbf{K}_F \tag{4}$$

 \mathbf{K}_{W} は、yl通り上のx方向鉛直構面剛性の 2×2 小行列 $\mathbf{K}_{Wxi}^{[yl]} = k_{xi}^{[yl]}\mathbf{T}$ 及びxj通り上のy方向鉛直構面剛性行列 $\mathbf{K}_{Wxi}^{[xl]} = k_{yi}^{[xl]}\mathbf{T}$ を重ね合わせた $N\times N$ 行列である。 \mathbf{K}_{F} は床要素ごとの次式の床剛性行列 \mathbf{K}_{Fi} の重ね合わせで表される。 L_{Fx} 、 L_{Fy} はx方向,y方向の床の長さである。kをcに書き換えて減衰行列を得る。

$$\mathbf{K}_{Fi} = G_{Fi} \mathbf{T}_F \tag{5}$$

$$\mathbf{T}_{\mathrm{F}} = \begin{bmatrix} \frac{L_{F_X}}{L_{F_Y}} \mathbf{T} & \mathbf{T} \\ \mathbf{T} & \frac{L_{F_Y}}{L_{F_X}} \mathbf{T} \end{bmatrix}, \mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$
(6)

3. 構面毎の剛性、減衰および質量の同定手法の提案

本節では、壁構面ごとの剛性 $k_{yi}^{[xj]}$ 、 $k_{xi}^{[y]}$ 、減衰 $c_{yi}^{[y]}$ 、 $c_{xi}^{[y]}$ 、床構面ごとの剛性 G_{Ki} 、減衰 G_{Ci} に加えて質 量 $m_i^{[xj,y]}$ を同定するための手法について述べる。(1)の運動方程式は理論上あらゆる時刻で成立する。また、 速度 $\dot{\mathbf{y}}(t)$ と変位 $\mathbf{y}(t)$ は、 $\ddot{\mathbf{y}}(t)$ から数値的な積分で求めることができる。未知のパラメタは、(14)式で定義す る。 $\mathbf{k}_x, \mathbf{k}_y$ 及び \mathbf{G}_k は、x方向とy方向垂直構面と床構面の剛性、 c_x, c_y 及び \mathbf{G}_c は、x方向とy方向の垂直壁構 面と床構面の減衰係数、mは各鉛直構面の交点に点在する質量、(1)の運動方程式の左辺の第3項は、既知の 行列 $\mathbf{H}_{W(t)}$ 、 $\mathbf{H}_{F(t)}$ と未知パラメタ $\mathbf{K}_x, \mathbf{K}_y, \mathbf{G}_k$ の積の合計に変換でき、未知パラメタ $\mathbf{K}_x, \mathbf{K}_y, \mathbf{G}_k$ は、測定され た変位 $\mathbf{v}(t)$ から推定する。

$$\mathbf{K}_{y} = \mathbf{K}_{W} \mathbf{y}(t) \mathbf{K}_{F} \mathbf{y}(t) = \mathbf{H}_{W(t)} (\mathbf{k}_{x} \mathbf{k}_{y})^{T} + \mathbf{H}_{F(t)} \mathbf{G}_{k}$$
$$= \left[\mathbf{H}_{W(t)} \mathbf{H}_{F(t)} \right] (\mathbf{k}_{x} \mathbf{k}_{y} \mathbf{G}_{k})^{T}$$
(7)

(1)式の左辺第2項も同様の手順で変換し、測定された速度 $\dot{\mathbf{y}}_{(t)}$ から未知パラメタ $\mathbf{c}_x, \mathbf{c}_y, \mathbf{G}_c$ を推定する。

$$C\dot{\mathbf{y}}(t) = \left| \mathbf{H}_{W(t)} \mathbf{H}_{F(t)} \right| \left(\mathbf{c}_{x} \mathbf{c}_{y} \mathbf{G}_{c} \right)^{T}$$
(8)

(1)式の左辺第1項も同様の手順で変換し、測定された加速度ÿ(t)から未知パラメタmを推定する。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{y}}(t) = \ddot{\mathbf{H}}_{M}(t)\mathbf{m}^{T}$$
(9)

(7)~(9)式をまとめることで(1)の運動方程式を(10)のように置き換える。

$$\mathbf{H}(t)\mathbf{\Theta} = \mathbf{Z}(t) \tag{10}$$

ここで H(t), $\theta(t)$, Z(t) はそれぞれ以下のように表す。

$$\mathbf{H}(t) = \left[\mathbf{H}_{W(t)}\mathbf{H}_{F(t)}\dot{\mathbf{H}}_{W(t)}\dot{\mathbf{H}}_{F(t)}\ddot{\mathbf{H}}_{M(t)}\right]$$
(11)

$$\mathbf{Z}(t) = \mathbf{M}_{s} \mathbf{r} \ddot{\mathbf{y}}_{s} \tag{12}$$

$$\boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_x \mathbf{k}_y \mathbf{G}_k \mathbf{c}_x \mathbf{c}_y \mathbf{G}_c \mathbf{m} \end{bmatrix}^T$$
(13)

(10)式を満足する θ を推定する際に、条件式の数よりも未知パラメタの数の方が多くなるため、(11)式で 定義される(10)式両辺の誤差e(t)の二乗和を最小にする θ を一括最小二乗法と同様の手続きにより推定する。 $e(t) = H(t)\Theta - Z(t)$ (14)

時刻 $_{t_1}$ から $_{t_2}$ の間での誤差 $_{\mathbf{e}(t)}$ の二乗和を $_E$ とする。

$$E = \sum_{t=t_1}^{t_2} \mathbf{e}^T(t) \mathbf{e}(t)$$
(15)

(15)の極値は以下のように表せる。

$$\frac{\delta E}{\delta \boldsymbol{\theta}} = 2 \left[\sum_{t=t_1}^{t_2} \mathbf{H}^T(t) \mathbf{H}(t) \right] \boldsymbol{\theta} - 2 \sum_{t=t_1}^{t_2} \mathbf{H}^T(t) \mathbf{Z}(t) = \mathbf{0}$$
(16)

(16)式を満たす次式の θとして、パラメターを推定することができる。

$$\boldsymbol{\Theta} = \left[\sum_{t=t_1}^{t_2} \mathbf{H}^T(t) \mathbf{H}(t)\right]^{-1} \sum_{t=t_1}^{t_2} \mathbf{H}^T(t) \mathbf{Z}(t)$$
(17)

4. 数值例題

(1) 対象モデル

本研究では、数値例題を通じて提案手法の妥当性を確認する。対象建物として、現存する伝統木造建物として京都府与謝郡与謝野町にある旧加悦町役場庁舎(図3)を参考に構面配置を決めた2階建ての立体モデルとし、本稿では使用データ数やノイズレベルが推定精度に及ぼす影響についてシミュレーションに基づく検討を行う。本研究では、起振機を用いた加振時に、地面、各階梁上および起振機に設置した微動センサー(VSE15D)22台と3台の収録装置(SPC52)で波形データを同期収録するケースを想定する(図4)。建物平面図及び、各センサーの加速度計測方向とX軸、Y軸の通り番号を図5に示す。本稿では45度方向のスイープ波加振時の計測データをもとに解析を行う。なお本稿では、実測した起震機波形を入力した時刻歴応答解析による応答を実測データとみなした検討を行う。応答の実測データを用いた検討については稿を改めたい。



図3 旧加悦町役場庁舎外観(東面·南面)



図4 微動センサー・起振機・収録装置



(2) シミュレーションによる妥当性検証

本節では、シミュレーションにより提案手法の妥当性を検討する。対象モデルは(1)節のモデルの架構サイズを参考に設定した柔床を有する2層立体せん断モデルとする。図6及び図7はモデルの俯瞰図と1F及び2Fの平面図であり、内部構面の数が1階と2階部分で異なる(スパン1F=5×4 2F=5×2)。質量・剛性とも実建物の正解値は不明のため実建物とは無関係に設定しており、図7の黒線の太さ及び数値は剛性(kN/m)を表し、黒丸の大きさ及び数値は各節点の質量(ton)を表す。提案手法の適用可能性を検討するため、構面毎に異なる剛性を与え偏心を有するモデルとしている。床剛性は1F, 2Fそれぞれ200kN/m、100kN/mとする。

各構面応答の実測データの代わりに、図10(a)に示す(1)節の実建物の45度方向のスイープ加振時(加速度 振幅一定で90秒で1~20Hzに変動し続く90秒で20Hz~1Hzに変動)の起震機の実測した加速度波形に起震機 質量を乗じた慣性力を外力として作用させた時刻歴応答解析を行い、得られた12個のy方向壁構面応答(図 10(b))、8個のx方向壁構面応答(図10(c))を実測データとみなして提案手法を適用する。時刻歴応答解析 の時間刻みは0.002秒とする。構面毎の加速度・速度・変位の応答データを利用することで、物理パラメタ を推定する。本研究では、応答波形が生じる加振開始時からデータを取得して推定を行う。

推定対象のパラメタを図8、9に示す。図8では壁構面をx方向、y方向の順に番号付けし、図11・図12の(a) に対応した番号となっている。図9では床構面を一層、二層の順に1~30まで番号付けし、また、各節点にお ける質点番号を一層、二層の順に1~48まで番号付けする。床構面は図11・図12の(b)に対応した番号であり、 質点番号は図12に対応した番号である。剛性については壁構面で20個、床構面で30個の合計50個、減衰につ いても同様に50個、質量は48個で合計148個である。さらに同定に用いるデータ数やノイズレベルを変えて、 推定精度に及ぼす影響を検討する。



図6 俯瞰図



図7 平面図を用いた剛性及び質量の正解値





⁽c)x方向の構面毎の加速度波形(時刻歴応答解析) 図10 振動計測データ(シミュレーション)

(3) シミュレーションによる使用データ数が推定精度に及ぼす影響

本節では、提案する部位別物理パラメタ推定に用いるデータ数が推定精度に及ぼす影響について、正解の 把握できるシミュレーションにより検討する。ここではデータ使用時間を2秒、3秒、5秒、10秒(データ数 1000 個、1500 個、2500 個、5000 個)としたケースの比較を行う。図 11~13 に剛性、減衰、質量の使用デー タ数ごとの各誤差比率(=(正解値一推定値)/正解値の絶対値)を示す。図 11~13 よりデータ使用時間2秒 、3秒では誤差が見られるが5秒以上の場合、質量の最大推定誤差は0.5%以下、剛性と減衰の最大推定誤差 はいずれも0.01%以下になり、正解値が精度よく推定できることが示された。推定対象のパラメタ数 148 に 対して2秒間で1000 個の時間刻みのデータを用いれば推定が可能である。

図 14 に各物理パラメタの最大誤差比率とデータ使用データ数の関係を表す。図 14 より、データ使用時間 5 秒以上になると質量、剛性、減衰すべての最大誤差比率が 1.0%以下となる。







本節では、前節と同じモデルのシミュレーションを用いて計測データに含まれるノイズがパラメタの推定 精度に及ぼす影響について検討する。ここで想定しているノイズは振動計測の実測時に機械的、電気的な要 因から含まれるノイズや、起震機以外の外力の混入等である。また次節の実測データでの例題で述べるよう に提案手法は変位、速度、加速度がすべて必要であり、実建物の振動計測においては、速度波形か加速度波 形のいずれかを計測するため、計測されていない応答を数値積分や数値微分などで求める処理における数値 的な誤差も含む。ノイズは、6~600Hzの範囲の振動数を含むホワイトノイズとして、各Chごとに独立に生 成したノイズを起震機の振動波形及び建物の応答波形に累加する。ノイズレベルの定義は、ノイズのない波 形のRMS値に対するノイズのRMS値の比率とする。文献7を参考に微動計測時50%程度のノイズを想定し、 加振時に応答が10倍程度になりノイズレベルが低下することを想定して1%~5%のノイズを付加した。図15 ~17にそれぞれ、2秒、20秒、100秒データ使用時のノイズレベルと、壁剛性、床剛性、節点質量の推定誤差 率(=(正解値一推定値)/正解値の絶対値)の関係を示す。各図には、全要素の誤差の最大値、最小値、平 均値を示す。図15より2秒間データ使用時は1%ノイズでも誤差が60%程度以上あることがわかる。スイープ 加振開始後2秒間は応答が小さいため、別の時間区間の2秒間を用いれば精度が向上する可能性がある。



図16、17よりデータ数を増やすと1%ノイズであれば誤差10%以下であり、データ数を増やすことである 程度ノイズの影響を除去できることがわかる。一方、使用データ数20秒間よりも100秒間の方が誤差が大き い場合もあり、単純にデータ数が大きいほど精度が向上するわけではない。これは一因としてノイズレベル が一定なのに対し、スイープ加振による加振開始直後は相対的に応答の小さな加速度にノイズの影響が大き く、時間の経過に伴い相対的に応答の小さな変位にノイズの影響が大きくなるといった時間によるノイズ特 性の違いがあると考えられる。スイープ加振の使用するデータ数と精度の関係や、その他の各種入力特性と 精度の関連も含めて更なる検討が必要である。

5. まとめ

本研究では、伝統木造建物を参考にした柔床を有する2層立体せん断モデルを構築し、シミュレーション により物理パラメタの推定を提案した。得られた成果は以下のとおりである。

- (1) 起震機による加振時の振動計測に基づいて多層多構面を持つ柔床立体せん断モデルの構面別減衰・剛性 加えて質量の推定法の提案を試みた。
- (2) 数値例題によりデータ使用数と精度の関係を検討し、剛性・減衰・質量いずれにおいても正解値と推定 値の誤差比率が1.0%以下で推定可能であり、提案手法の妥当性が示された。
- (3) 計測データにノイズを含む場合の推定精度について検討し、ノイズレベルの増大に伴い精度が低下する ものの、使用データ数を増やすことで精度が向上することや、ある程度以上データを増やしても精度向 上しないことが理解できた。

謝辞:本研究実施にあたり旧加悦町役場庁舎耐震改修検討委員会より貴重な情報を頂戴した。ここに記して 謝意を表する。

参考文献

- 新居藍子,林康裕,森井雄史,井田祥子,鈴木祥之:常時微動計測から推定される京町家の振動性状,日本 建築学会構造系論文集,第613号, pp.43-50,2007.
- 杉野未奈,多幾山法子,大西良広,林康裕:固有振動数の振幅依存性に基づく伝統木造建物の最大応答予 測法,日本建築学会構造系論文集,第77巻,第672号,pp.197-203,2012.
- K.Shintani, S.Yoshitomi and I.Takewaki : Direct linear system identification method for multi-story threedimensional building structure with general eccentricity, *Frontiers in Built Environment* (Specialty Section: Earthquake Engineering), Volume 3, Article 17, 2017.
- 4) 佐々木俊彰,田淵敦士,瀧野敦夫,吉富信太:振動計測に基づく伝統木造建物の部位別剛性及び質量の推定 法,歴史都市防災論文集 Vol. 13, 2019.
- 5) 佐藤弘美,松田昌洋,藤田香織,腰原幹雄,坂本功:現地実験による伝統的木造住宅の構造性能に関する研究, 日本建築学会構造系論文集,第602号, pp.187-194,2006.
- 6) 小野徹郎,亀山義比古,井戸田秀樹,佐藤篤司,菅野貴孔:実伝統木造社寺建築物の水平加力実験及び復元力 特性,日本建築学会構造系論文集,第612号, pp.117-123,2007.
- 7) 吉富信太, 竹脇出: 小振幅定常ランダム入力を用いた建築構造物のシステム同定におけるノイズバイアスの補正法, 日本建築学会構造系論文集, 73(627), pp.757-764, 2008.