

通し柱を考慮した限界耐力計算について

Calculation of Response and Limit Strength in Consideration of Continuous Columns

山田耕司¹

Koji Yamada

¹豊田高専教授 建築学科 (〒471-8525 愛知県豊田市栄生町2-1)

Professor, National Institute of Technology, Toyota College, Dept. of Architecture

The traditional Japanese wooden structure collapses at its 1st floor in the calculation of response and limit Strength. To prevent the structure collapse at a given floor, equation of every story deformation angle is required. The continuous column of heavy timber over than 180 mm square is projected to average story deformation angles. In this paper, the calculation method for the section size of continuous columns is proposed. Results are as follows: 1) The calculation method for the section size of continuous columns is consist of 2 equations: the equation for flexture capacity and the equation of difference between defomation angles. 2) The proposed method decreases the negative gradient of a Sa-Sd curve.

Keywords: *continuous column, calculation of response and limit Strength, failure mechanism, restoring force characteristic*

1. 序

伝統的構法木造建築物に対する耐震設計法として、文献1),2)がある。これらの文献では、限界耐力計算法に基づく耐震計算法を示しており、各耐震要素の復元力特性が示されている。しかし、その建物モデルはせん断質点系であること、かつ、木造建物では各階耐力の調整が難しいことから、層崩壊系となりやすい問題がある。京町屋の通し柱は細いが、農家などの民家の通し柱は太いため、通し柱の曲げ戻し効果により、全体崩壊系となる可能性がある。ここに、限界耐力計算に通し柱の効果を加味することの意義がある。

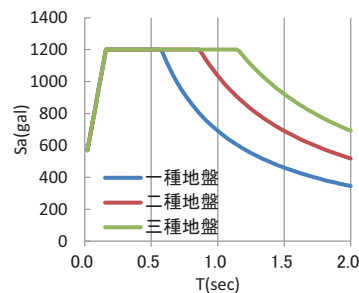


図1 告示スペクトル

具体的な地震荷重と必要な変形性能の関係は次のようになる。いま、図1に示す告示スペクトルを地震入

力とした場合、図2のSa-Sd曲線上の必要耐力スペクトルを得ることができる。なお、図2のSa-Sd曲線上の必要耐力スペクトル作成においては、2層モデル($p=0.85$)、 $S_d=Sa T^2/(4\pi^2)$ 、 $F_h=1.5/(1+10 h_{eq})$ を仮定している。

この外力下にて、1層目が層崩壊するとし、安全限界変形が $1/20\text{rad}=13.7\text{cm}$ (階高273cmを仮定)とすると、図2より、1種地盤では $S_a=300\sim 400\text{gal}$ において応答点を得ることができる。しかし、2種地盤においては $S_a=600\sim 800\text{gal}$ において応答点を得ることとなり、伝統構法木造住宅としては必要耐力が大きく、現実的な解とならない。この状況を解決するには、建物応答を全体崩壊系とし、変形能力を向上させる必要がある。そこで本稿では、木造住宅で通し柱による2階層間変位と1階層間変位の均一化効果を設計法に組み入れる方法を提案する。

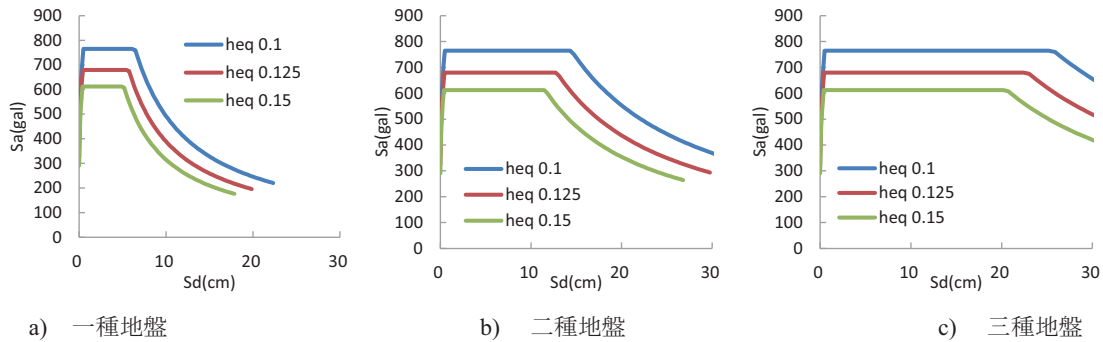


図2 2層モデルにおけるSa-Sd曲線 (heq=0.10, 0.125, 0.15)

2. 各階の層間変形角の許容差と代表変位の関係

図2のSa-Sd曲線では、建造物のベースシアを0.4と仮定すると、2種地盤における応答変位は15cmを超えるため、2層建物の1層崩壊系において安全を保障することができない。つまり、層崩壊系では無く全体崩壊系とすることが必要となる。本稿では、2層のせん断質点系に剛棒がピンで取りついた図3のモデルで検討する。

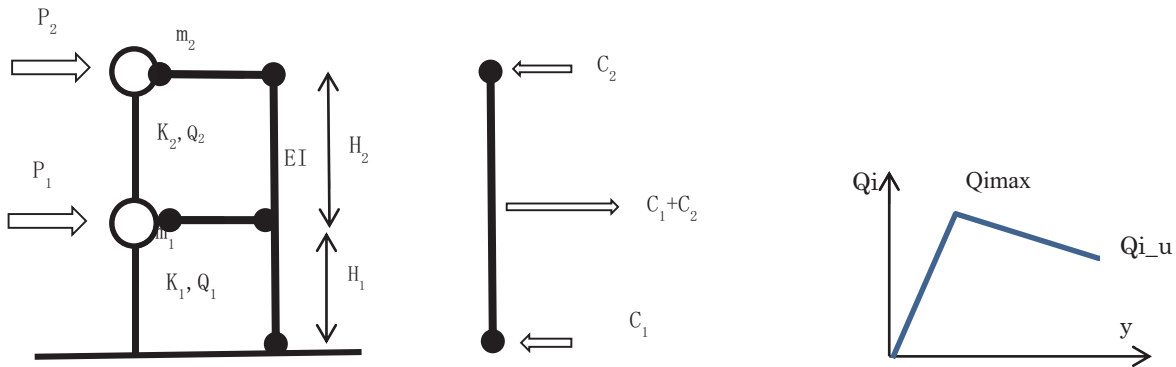


図3 通し柱の剛棒モデル (●はピン接合を示す)

ここで

Q_{imax} : i層の最大せん断耐力

Q_{i_u} : i層の安全限界変形時のせん断耐力

αP_i : i層に作用する層せん断力の基準値 ($P_i = \alpha \circ P_i$)

C_i : 通し柱に作用するせん断力

限界耐力計算によれば、代表変位 ΔS は各階変位 y_i 、各階質量 m_i を用いて式(1)となる。

$$\Delta S = \frac{\sum(m_i y_i^2)}{\sum(m_i y_i)} \quad (1)$$

今、各層の層間変形角が等しい理想的な全体崩壊系： $y_2=2y_1$ 、 $m_1=m_2$ があるとすると、 $\Delta S=1.67 y_1$ となる。したがって、1層目の安全限界層間変形角が $1/20\text{rad}$ の場合は階高273cmとして、 $\Delta S=1.67 y_1=22.8\text{cm}$ が安全限

界変位となる。この場合、図2のSa-Sd曲線(h=0.125)では、2種地盤においても応答を求めることができる範囲となる。しかし、完全な全体崩壊系を形成することは難しく、各階の層間変形角には差が生じる。各階の層間変形角の差： $\Delta\theta = \theta_1 - \theta_2$ として、

$$y_1 = H_1\theta_1 \quad (2)$$

$$y_2 = H_1\theta_1 + H_2\theta_2 = (H_1 + H_2)\theta_1 - H_2\Delta\theta \quad (3)$$

であるから、これらを式(1)に代入して代表変位 ΔS と $\Delta\theta$ の関係式(4)を得ることができる。

$$\Delta S = \frac{m_1\{H_1\theta_1\}^2 + m_2\{(H_1 + H_2)\theta_1 - H_2\Delta\theta\}^2}{m_1\{H_1\theta_1\} + m_2\{(H_1 + H_2)\theta_1 - H_2\Delta\theta\}} \quad (4)$$

階高2.73m, $m_1=m_2$, $H_1=H_2$ とすると、代表変位/1階層間変位は表1のようになる。各階の層間変形角が同一である場合の安全限界変位が22.8cmであるので、余裕を持って、安全限界変位を20cmとすれば、 $\Delta S/y_1=20/(273/20)=1.47$ 以上である必要がある。つまり、許容変形角差は1/90以下が必要条件となる。

表1 許容層間変形角差と代表変位/1階層間変位の関係

	θ_1	1/60	1/40	1/30	1/24	1/20
$\Delta\theta = 1/120$	$\Delta S/y_1$	1.30	1.42	1.48	1.51	1.54
$\Delta\theta = 1/90$	$\Delta S/y_1$	1.19	1.34	1.42	1.47	1.50
$\Delta\theta = 1/60$	$\Delta S/y_1$	1.00	1.19	1.30	1.37	1.42

3. 適用法

本稿においては、通し柱を用いて層間変形の均一化を図る設計（全体崩壊系）を下記の条件下で計算する。

- 建物各構面毎で通し柱を有し、層間変形が均一化する（層崩壊系と全体崩壊系を混在させない）。
- 偏心率は耐震要素のみで算定する。偏心率の制限、もしくは、変位などの割り増しは、設計基準に従う。ただし、二種地盤では変形能力の余裕が無いので、偏心率は0.15以下とした方が良い。
- 限界耐力計算は、剛床仮定が成り立つものとして、層間変位が床面で同一として計算する（各構面の通し柱の影響を合算する）。
- 通常の限界耐力計算における通し柱の折損に関する検討は文献 2)に記載されている方法を用いて、荷重-変形関係を算定後に検討する。

4. 通し柱の断面の設定法

(1) 通し柱の曲げ耐力より計算される断面

通し柱の必要断面は、図 3 に示す剛棒仮定を用いたつり合い式（式(5)~(7)）より C_1 を求め、略算式(8),(9)で各構面毎に初期値を設定する。この際、各構面の通し柱に作用する集中荷重(C_1+C_2)を計算し、各通し柱に分配する（式(11)）。なお、式(7)は通し柱の作用する曲げモーメント(M)を示す。

$$P_2 + C_2 = Q_2 \quad (5)$$

$$P_1 + P_2 - C_1 = Q_1 \quad (6)$$

$$M = C_1H_1 = C_2H_2 \quad (7)$$

$$C_1 = (\alpha(oP_1 + oP_2) - Q_1)$$

1層目先行変形した場合

$$Q_2 = \alpha oP_2 + \frac{H_1}{H_2} C_1 \leq Q_{2max}$$

$$Q_2 = \alpha \left\{ oP_2 + \frac{H_1}{H_2} (oP_1 + oP_2) \right\} - \frac{H_1}{H_2} Q_1 \leq Q_{2max}$$

$$\alpha = \left\{ Q_{2max} + \frac{H_1}{H_2} Q_1 \right\} / \left\{ oP_2 + \frac{H_1}{H_2} (oP_1 + oP_2) \right\} \quad (8)$$

2層目先行変形した場合

$$Q_1 = \alpha(oP_1 + oP_2) - \frac{H_2}{H_1} (Q_2 - P_2) \leq Q_{1max}$$

$$Q_1 = \alpha \left\{ oP_1 + oP_2 + oP_2 \frac{H_2}{H_1} \right\} - \frac{H_2}{H_1} Q_2 \leq Q_{1max}$$

$$\alpha = \left\{ Q_{1max} + \frac{H_2}{H_1} Q_2 \right\} / \left\{ oP_1 + oP_2 + oP_2 \frac{H_2}{H_1} \right\} \quad (9)$$

ここで α は式(8)、式(9)の小なる方を採る。各通し柱に作用するせん断力は、式(10)を通し柱の曲げ剛性で分配して式(11)となる。この場合、各柱の曲げ剛性が均一であると効率が良い。通し柱の作用する曲げモーメント(M)は式(12)となる。これは、断面欠損を考慮した等価な断面係数 (Z_{ei}) と降伏曲げ応力度 (σ_y) の積以下である必要がある。

$$(C_1 + C_2) = \alpha(oP_1 + oP_2) - Q_1 \quad (10)$$

$$(C_1 + C_2) = \sum P_{Ci}$$

$$P_{Ci} = \frac{E_i I_i}{\sum E_i I_i} (C_1 + C_2) \quad (11)$$

$$M = \frac{P_{Ci} H_1 H_2}{H_1 + H_2} \leq Z_{ei} \sigma_y \quad (12)$$

(2) 通し柱の曲げ剛性（許容される層間変形角の差）より計算される断面

各階層間変形角を θ_1 、 θ_2 とした時、各階の変位 y_1 、 y_2 、通し柱の2階床レベルの変形 δ は式(13)で表される。また、通し柱の2階床レベルの変形 δ と通し柱に作用するせん断力の合計(C_1+C_2)の関係は、式(14)であるから、通し柱の曲げ剛性の合計 $\sum EI$ は、式(15)となる。

$$y_1 = H_1 \theta_1$$

$$y_2 = H_1 \theta_1 + H_2 \theta_2$$

$$\delta = \frac{H_1}{H_1 + H_2} y_2 - y_1 = \frac{H_1 H_2}{H_1 + H_2} (\theta_2 - \theta_1) \quad (13)$$

$$\delta = \frac{H_1^2 H_2^2}{3(H_1 + H_2) \sum EI} (C_1 + C_2) \quad (14)$$

$$\sum EI = \frac{H_1 H_2}{3(\theta_2 - \theta_1)} (C_1 + C_2) \quad (15)$$

従って、各階の層間変形角の許容差（例えば 1/120rad）と式(9)から求まる通し柱に作用するせん断力の合計(C_1+C_2)より、通し柱の曲げ剛性の合計 $\sum EI$ が求まる。

5. 層間変位計算式

増分解析の各ステップの応答計算において、各階の耐力要素の剛性のみでなく、通し柱の曲げ戻し効果を含めた計算式で応答を計算する。

$$\begin{Bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_1 + K_2 + K_C(H_1 + H_2) & -K_2 - \frac{1}{2}K_C(H_1 + H_2) \\ -K_2 - K_C H_1 & K_2 + \frac{1}{2}K_C H_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta y_1 \\ \Delta y_2 \end{Bmatrix} \quad (16)$$

ここで

K_j : j 階の剛性

$K_C = \Sigma \{3E_j I_j / (H_1^2 + H_2^2)\}$

E_j, I_j 通し柱のヤング係数, 断面 2 次モーメント

P_j : j 階に作用する水平力

y_j : j 階の変位

6. 計算例

本稿では、文献2)に示されている計算事例に提案手法を適用した。図4に平面および通し柱寸法検討に用いた構面の概略図、図5に検討用構面の骨格曲線（土塗り壁と板壁の合計）を示す。この計算事例は総2階建ての京町家であり1階床面積79.02m²、2階床面積68.63m²、1階構造階高3.22m、2階構造階高2.33m、地震力算定時用建物重量は1階で197.7kN、2階で130.1kNである。通し柱の断面寸法はまちまちであるが、本報では統一した寸法を用いることとする。

各構面の耐力特性から求めた必要曲げ耐力および必要EIを表2～4に示す。なお、許容曲げ応力度は25 N/mm²、曲げヤング係数は7000 N/mm²、断面係数の有効率は80%、各階の限界層間変形角は1/20rad、許容層間変形角差は1/120radもしくは1/90radとしている。

原案の設計で許容層間変形角差は1/120radとした場合は柱径270mmが必要である（表2 Case A）。図4(g)のようにY3通りの通し柱本数を3本とすれば柱径240mmとなる（表2 Case B）。

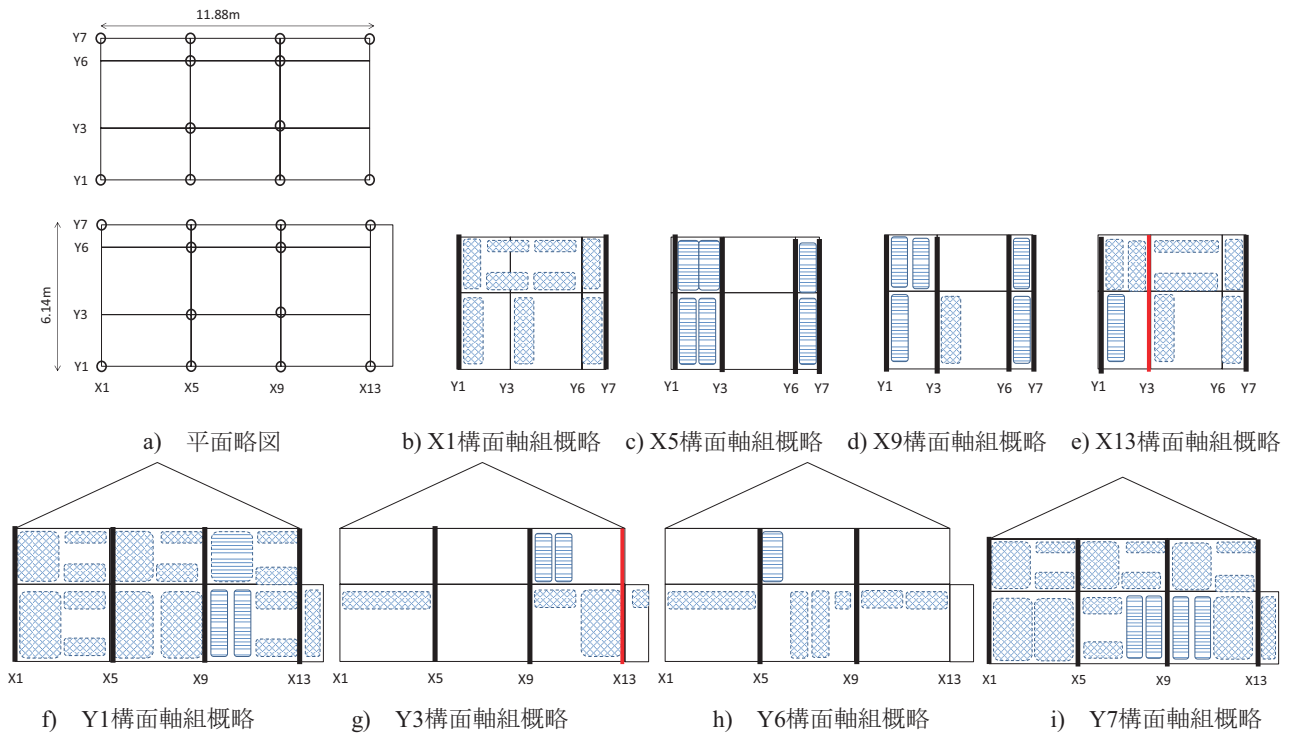


図4 計算事例の平面略図, 主要構面軸組略図 (☒: 土塗り壁、☐: 板壁、太線: 通し柱、赤太線: 追加する通し柱)

許容層間変形角差を1/90rad、かつ、Y3通りの通し柱本数を3本とした場合は柱径210mmが必要である（表3 Case C）。加えて、2階壁耐力を見直した場合として、Y3通り2階・X5通り2階・X9通り2階から各々板壁910mm相当を除いた場合は、柱径180mmが必要である（表4 Case D）。なお、2階壁耐力を見直した場合の骨格曲線（土塗り壁と板壁の合計）は図6となる。

図7に限界耐力計算での代表変位－荷重関係、代表変位－層間変位関係を示す。

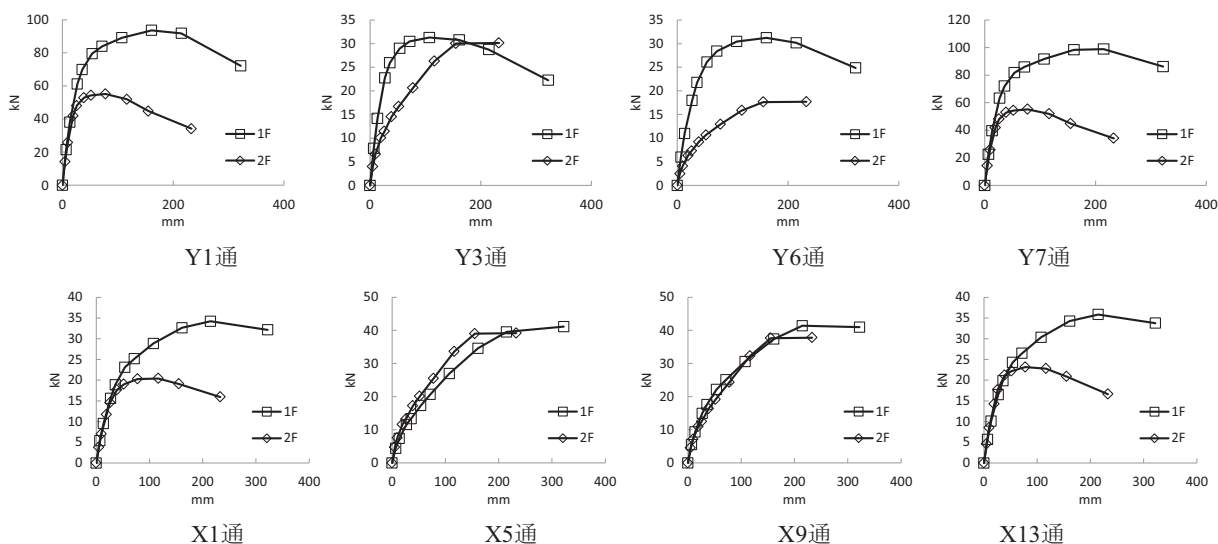


図5 計算事例の主要構面の骨格曲線

表2 必要曲げ耐力および必要EI (許容層間変形角差1/120rad)

	Y1	Y3	Y6	Y7	X1	X5	X9	X13
必要 M(kN m)	1.3	25.5	3.2	11.8	2.0	31.2	27.0	3.5
必要 EI(kN m ²)	209	4093	513	1901	316	5013	4330	566

Case A 柱径 270mm

	Y1	Y3	Y6	Y7	X1	X5	X9	X13
通し柱本数	4	2	2	4	2	4	4	2
曲げ耐力	262.4	131.2	131.2	262.4	131.2	262.4	262.4	131.2
EI	12400	6200	6200	12400	6200	12400	12400	6200

Case B 柱径 240mm

	Y1	Y3	Y6	Y7	X1	X5	X9	X13
通し柱本数	4	3	2	4	2	4	4	3
曲げ耐力	184.3	138.2	92.2	184.3	92.2	184.3	184.3	138.2
EI	7741	5806	3871	7741	3871	7741	7741	5806

表3 必要曲げ耐力および必要EI (許容層間変形角差1/90rad)

	Y1	Y3	Y6	Y7	X1	X5	X9	X13
必要 M(kN m)	1.3	25.5	3.2	11.8	2.0	31.2	27.0	3.5
必要 EI(kN m ²)	157	3070	385	1426	237	3760	3248	425

Case C 柱径 210mm

	Y1	Y3	Y6	Y7	X1	X5	X9	X13
通し柱本数	4	3	2	4	2	4	4	3
曲げ耐力	123.5	92.6	61.7	123.5	61.7	123.5	123.5	92.6
EI	4538	3403	2269	4538	2269	4538	4538	3403

表4 2階壁耐力を見直したケースにおける必要曲げ耐力および必要EI (許容層間変形角差1/90rad)

	Y1	Y3	Y6	Y7	X1	X5	X9	X13
必要 M(kN m)	1.3	8.0	3.2	11.8	2.0	13.6	9.6	3.5
必要 EI(kN m ²)	157	961	385	1426	237	1641	1161	425

Case D 柱径 180mm

	Y1	Y3	Y6	Y7	X1	X5	X9	X13
通し柱本数	4	2	2	4	2	4	4	2
曲げ耐力	77.8	38.9	38.9	77.8	38.9	77.8	77.8	38.9
EI	2449	1225	1225	2449	1225	2449	2449	1225

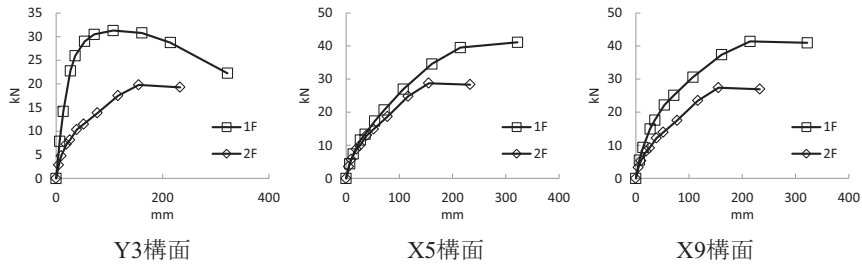


図6 2階壁耐力を見直したケースにおけるのY3、X5、X9構面の骨格曲線

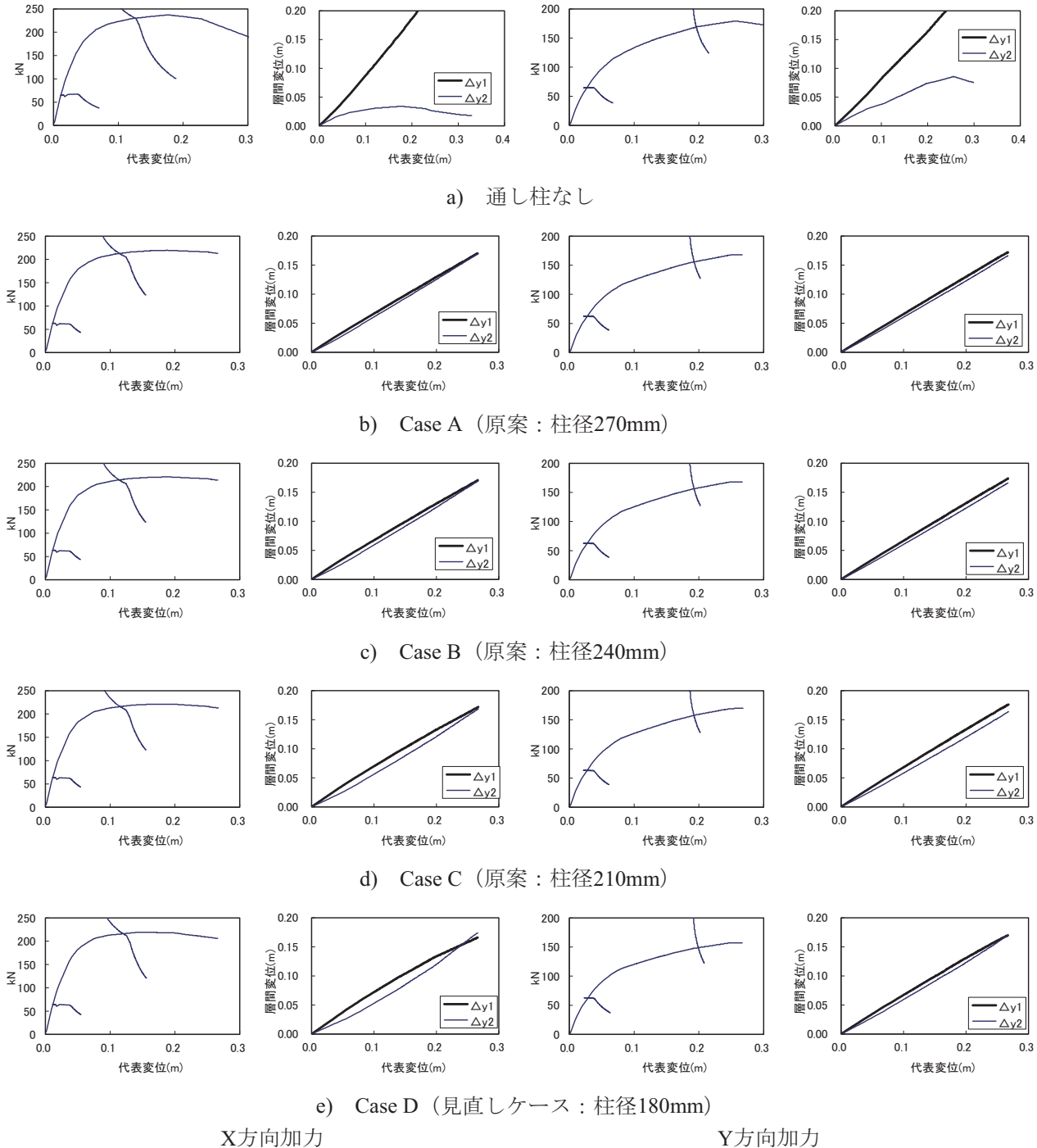


図7 限界耐力計算結果と代表変位-層間変位関係 (太線: 1階層間変位、細線: 2階層間変位)

X方向加力時では、通し柱が無い場合に代表変位－荷重関係に負勾配が見られ1階層間変位が卓越している。一方、上記で提案した通し柱が存在する全ケースでは、代表変位－荷重関係に目立った負勾配は見られず、1階層間変位の卓越も解消されている。

Y方向加力時では、通し柱が無い場合にX方向加力時と比較して、代表変位－荷重関係に負勾配発生変位が大きいものの、1階層間変位が卓越している。しかし、通し柱を付加することにより層間変位の差が少なくなっていることが確認できる。

また、通し柱が存在する全ケースの比較より、各構面における上下耐力分布の見直しにより、Case Dのように通し柱断面の削減が可能であることを示している。

次に安全限界時の代表変位と層間変位の関係を確認する。表5に結果を示す。X方向加力時では、図7でも確認されたように通し柱の導入により、1階層間変位の卓越も解消されている。一方、Y方向加力時は、通し柱が無い場合でも、ほぼ均等な層間変形角分布が得られている。そのため、通し柱の導入により、層間変形角の不均衡が生じた。しかし、その差も $1/90\text{rad}(0.0111\text{rad})$ 程度であるため、大きな問題は無いと判断する。

表5 安全限界時の応答変位と各階の層間変位(m)、層間変形角(rad)

a) X方向

	通し柱なし	Case A	Case B	Case C	Case D
応答変位	0.126	0.114	0.114	0.115	0.120
1階層間変位 (層間変形角)	0.112 (0.0348)	0.075 (0.0233)	0.077 (0.0239)	0.080 (0.0248)	0.085 (0.0264)
2階層間変位 (層間変形角)	0.003 (0.0013)	0.070 (0.0300)	0.068 (0.0292)	0.066 (0.0283)	0.066 (0.0283)

b) Y方向

	通し柱なし	Case A	Case B	Case C	Case D
応答変位	0.195	0.192	0.192	0.192	0.199
1階層間変位 (層間変形角)	0.159 (0.0494)	0.125 (0.0388)	0.126 (0.0391)	0.128 (0.0398)	0.130 (0.0404)
2階層間変位 (層間変形角)	0.112 (0.0481)	0.118 (0.0506)	0.118 (0.0506)	0.115 (0.0494)	0.123 (0.0528)

7. まとめ

本稿では、木造住宅で通し柱による2階層間変位と1階層間変位の均一化効果を設計法に組み入れる方法を提案した。また、既往の計算事例に適用し、層間変位の均一化効果を確認した。

参考文献

- 1) 日本建築学会：限界耐力計算による伝統的木造建築物構造計算指針・同解説，2013
- 2) 伝統的構法木造建築物設計マニュアル編集委員会：伝統的構法のための木造耐震設計法：石場建てを含む木造建築物の耐震設計・耐震補強マニュアル，2019