

Abstract of Doctoral Thesis

Title: A Numerical Scheme for Expectations of Functionals Related to First Hitting Time of a Diffusion Process and Related Study on Stochastic Differential Equations

Doctoral Program in Advanced Mathematics and Physics
Graduate School of Science and Engineering
Ritsumeikan University

オクムラ トシキ
OKUMURA Toshiki

In many fields of applied science and mathematics, prediction of the time a random event takes place is very important. The prediction is mostly based on a numerical calculation of mathematical expectation. Further, the random time is often modeled as the time a stochastic process reaches to a threshold. In financial engineering, this is the case in the pricing of barrier options.

In the present paper, we propose a numerical scheme to calculate expectations with first hitting time to a given boundary, in view of the application to the pricing of options with non-linear barriers.

In financial practice, the numerical calculations are in most case based on discretization of the process in question, together with Monte-Carlo simulation. The path-dependence nature of the problem, however, make the procedure rather slow. Aiming to resolve the problem, the author, together with Y. Imamura and Y. Ishigaki, proposed a new numerical scheme in Imamura, Ishigaki and Okumura (2014), which is based on "symmetrization" of a diffusion process. Chapter 2 of the present paper is taken from the published paper.

The scheme is extended in Akahori and Imamura (2014) to multi-dimensional settings, where the boundary is yet a hyperplane. Chapter 3 is devoted to an extension of the scheme to a more general boundary, which is taken from Hishida, Ishigaki and Okumura (2019+).

Chapter 4 is taken from Okumura (2018+), where a new construction of a unique strong solution under non-Lipshitz coefficient condition is discussed.

博士論文要旨

論文題名：拡散過程が境界に到達する初期時刻を含む期待値の数值解析スキームおよび関連する確率微分方程式の研究

立命館大学大学院理工学研究科
基礎理工学専攻博士課程後期課程

オクムラ トシキ
奥村 敏樹

応用科学や数学の多くの分野では、ランダム事象が起こる時間の予測は非常に重要である。予測は主に数学的な期待値の数值計算に基づいている。さらに、ランダム時間は確率過程が閾値に到達する時間としてモデル化されることが多い。特に、金融工学ではバリア・オプションの価格評価はこの例となっている。

本稿では、バリア・オプションの価格評価への応用を踏まえた、与えられた境界への最初の到達時間を含む期待値を計算するための数值計算スキームを提案する。

金融の実務においては、数值計算はほとんどの場合、問題となる確率過程を離散化し、モンテカルロ・シミュレーションを併用して行われる。しかしながら、問題の経路依存性は数值計算の上で弊害となり計算を遅くする。この問題を解決するために、今村・石垣・奥村(2014)は拡散過程の「対称化」に基づく新しい数值計算スキームを提案した。本稿の第2章はこの論文を採録したものとなっている。

このスキームは、赤堀・今村(2014)によって多次元に拡張されたが、そこでは境界は超平面のもののみが扱われていた。本稿の第3章はこれをより一般の境界に拡張する手法を提案している。これは菱田・石垣・奥村(2019+)を採録したものである。

本稿の第4章は奥村(2018+)を採録したものである。非リプシッツ係数を持つ確率微分方程式の強解を構成する新しい方法について議論している。