

博士論文要旨

論文題名：円筒形弾性シェルの幾何力学： かたちが生み出す硬さとしなやかさ

立命館大学大学院理工学研究科
基礎理工学専攻博士課程後期課程

マツモト ダイチ
松本 大地

線と面は、自然と人工の造形を担う基本的な構成単位 (building block) である。したがって、我々の身の回りには、さまざまな薄い構造物 (thin structure) をみいだすことができる。いわゆる薄板やシェル構造 (自発曲率を持つ薄板) は、昆虫の羽、植物の葉や花びらなどの生物のかたちにはじまり、紙、ペットボトル、車のボディなどの多種多様な工業製品からドーム状の建築物にいたるまで、環境、対象、スケールを問わず偏在する。これらを構成する材質はどれも異なるが、ひとつの空間次元の広がりがある他の二つに対してスケール分離が成立するほどに小さく、それを曲面とみなせるといふ幾何的事実は共通している。そして、その幾何学的な性質と力学の親密なかわりからうみだされる剛性、しなやかさ、あるいは乱雑さが、それぞれの造形物がしかなるべき機能を果たすことを可能にする。ここには、材質ではなく構造や形態を追求することで物質に望ましい機能性を持たそうとする思想がある。それは、自然界と人工物に通底するメカニカルデザインの原理ともいえる。

平板やシェルの力学特性は構造力学の古典的問題であり、これまでに膨大な学問的蓄積がある。曲面の幾何学と連続体力学の深い結びつきが、この分野の中心的なコンセプトである。薄膜には引っ張りと曲げという二つの変形モードがあるが、板が薄いほどそれらはエネルギー的に大きく分離する。曲げは起きやすく、引っ張りには大きなエネルギーコストが伴う。このため、薄膜の形状はなるべく引っ張りを少なくする変形 (isometric な変形) を探し求める。しかし、曲面の二方向に対して曲率を変化させる変形は必ず面内の計量の変化を伴う (ガウスの定理)。その結果、薄膜はしばしば折り目やとがりを形成する (丸めた紙など)。薄膜における特異的なパターン形成は物理学のホットトピックであり、近年、多くのことが明らかになった。

幾つかのクラスでは、特異的な局在構造の形成を伴わない、もっと拡散的な変形が現れる。例えば、ストローの一端をピンチする (つまむ) と、その周辺は強く変形する。ピンチした場所から離れるにしたがって変形は減衰し、やがてストローの径はもとのサイズを回復するが、

その回復長はストローの全長、半径、厚みのどれとも異なる固有の長さスケールである。この単純な現象は、シェルの力学特性を端的に示す好個の例である。従来、このような研究は、円筒や球面など対称性の高い曲面に限定してよく研究されてきた。なぜならば、完全な球形または円筒形のシェルは局在した荷重に対して強い剛性を示すが、その起源を理解することは、シェルの幾何力学の中心的課題のひとつだからである。

これに対して、自由境界をもつ開いたシェルは、荷重に対してかなり違った応答を示す。自由境界はほとんど伸びない変形を引き起こし、そのようなシェルは大きく変形することができる。閉じたシェルではこのようなふるまいは禁止されるため、この二つの系には本質的な差異が存在する。本研究では、開いた円筒シェルをモデルシステムとして選び、その力学的特性を解析理論、数値シミュレーション、計測実験を組み合わせて詳細に調べた。具体的には、我々は円筒シェル的一端をピンチし、誘起した変形が軸に沿って減衰し、シェルが元の形状に戻るまでの長さを調べた。我々はこの特徴的長さを回復長と呼ぶ。我々はまず、浅い半円筒シェルに対して回復長の新しいスケールリング則を理論的に導出した。

次に、有限要素法による数値シミュレーションと実際の模型をもちいた精度の高い測定実験を実施し、このスケールリング則を確立した。加えて、これらの実験結果から、浅いシェルに対して導いたスケールリング則が、任意の深さのシェルに対して正当であることを発見した。また十分深い開いた円筒シェルは閉じた円筒の回復長を超えることも示した。我々は、これらの発見を shallow shell theory の詳しい漸近解析によって正当化した。以上の結果は、開いたシェルに対しては、自発曲率と自由境界の織りなす新たなタイプの相互作用が本質的な役割を果たすことを示唆している。

本論文で得られた結果は、シェルの自由境界が曲げと伸びの力学的バランスを質的に変化させることを明らかにする。この知見は、単子葉の葉っぱを代表例とする薄い生物学的構造の形態形成やその機能、あるいはメジャーテープをはじめとするさまざまな工業製品の機能と力学的特性を、より深く、より基礎から理解するための重要な知見をもたらすものである。

Abstract of Doctoral Thesis

Title: Geometric mechanics of a cylindrical shell: Its structural rigidity and flexibility

Doctoral Program in Advanced Mathematics and Physics
Graduate School of Science and Engineering
Ritsumeikan University

マツモト ダイチ
MATSUMOTO Daichi

Shells with free boundaries (i. e., open shells) may respond quite differently to external loads. They may deflect significantly as free boundaries may allow (almost) inextensional bending deformations that are impossible in the case of closed surfaces. Herein, we investigate the smooth deformation of an open cylindrical shell induced by pinching through a combination of experiment, simulations, and analytical theory. To be more specific, we apply a localized pinch at one end of a long semi-cylindrical shell, and investigate the distance at which the shell recovers its undeformed form; we call this distance the persistence length of a pinch. We establish a new scaling law for the persistence length of shallow shells, which is shown to be valid for an arbitrarily deep shell. We show that the persistence length of a sufficiently deep open cylinder exceeds that of a closed cylinder, thereby highlighting the importance of the subtle interplay between the intrinsic curvature and the free edges on shell mechanics. These findings are rationalized by a detailed asymptotic analysis of the shallow shell equations.

Our results reveal how the free boundaries essentially alter the balance between bending and stretching in thin shells. This study therefore will contribute to gaining a deeper understanding of the mechanisms and functionalities in different examples ranging from biological morphologies to engineering products.