

論文の内容の要旨及び論文審査の結果の要旨の公表

学位規則第 8 条に基づき、論文の内容の要旨及び論文審査の結果の要旨を公表する。

○氏名	井田 有紀 (いだ ゆうき)	
○学位の種類	博士 (理学)	
○授与番号	甲 第 1229 号	
○授与年月日	2018 年 3 月 31 日	
○学位授与の要件	本学学位規程第 18 条第 1 項 学位規則第 4 条第 1 項	
○学位論文の題名	Applications of Stochastic Calculus based on Hyperbolic Brownian Motion (双曲ブラウン運動に基づく確率解析の応用)	
○審査委員	(主査) 赤堀 次郎	(立命館大学工学部教授)
	コハツヒガ アルトゥーロ	(立命館大学工学部教授)
	大坂 博幸	(立命館大学工学部教授)

<論文の内容の要旨>

本論文は、4 部構成である。第 1 部は複素平面に埋め込まれた三角格子上のランダムウォークに関する離散版の確率解析とその応用について述べている。離散版の伊藤の公式によって離散版の等角写像を定め、その性質を調べている。第 2 部では SABR モデルと呼ばれる確率ボラティリティモデルの完全シミュレーションをすることを目標に掲げ、ドリフト付き双曲ブラウン運動の遷移確率を McKean 核の周りで Parametrix による展開した公式を得ている。第 3 部では拡散過程の双曲空間での対称化を提案している。拡散過程の対称化は、東京理科大学の今村悠里氏らによって提案された手法で、境界条件付き拡散過程を境界条件なしのものに変換することができる。今村氏らの結果はユークリッド空間でのものであったが、本論文では双曲空間における類似の結果を証明している。また、今村氏らによる対称化は、境界条件付きの拡散過程の期待値計算に還元される、バリアオプションと呼ばれるエキゾチックオプションの価格計算に有用であることが石垣雄太氏、奥村敏樹氏らの研究によって明らかになっている。本論文では、双曲空間での対称化も同様に期待値計算に有用であることが数値実験によって示唆されている。第 4 部では、フラクショナル(非整数次)ブラウン運動の双曲版にあたるような確率過程を考え、それが PCOC(凸順序についての増加過程)であることが示されている。そこでは M.Yor 氏らによって考案された Brownian Sheet を用いる方法が非整数次に拡張されて用いられている。

<論文審査の結果の要旨>

本論文の特徴は、双曲空間の確率解析の効果的な応用を提示していることである。特に数理ファイナンスにおける確率ボラティリティモデルの解析に有用であることが様々な例をもって示されている。第 1 部では不完全ながらも離散の等角写像とそれによる Riemann 写像定理にあたるような結果が志向されており、それ自体興味深い。それに加えて、確率ボラティリティモデルである Heston モデルの離散確率解析とその有用性が提示されている。第 2 部の熱核の展開と完全シミュレーションに関しては、これまでの研究がユークリッド空間の確率解析に基づくものであったのに対し、双曲空間における確率解析の優位性を示したものと見える。第 3 部では、これまであまり明示的に述べられたことがない双曲空間における鏡像原理について詳細な証明が与えられ、それに基づく双曲空間における対称化が自然に導かれている。数値計算の結果もよく整理されており、信頼度が高いものになっている。第 4 部では、近年「ラフボラティリティ」と呼ばれる次世代の確率ボラティリティモデルに使われていて注目されている非整数次の双曲ブラウン運動について、ほかの研究とは一線を画す、PCOC 性に注目した興味深い結果が導かれている。これは、数理ファイナンスへの応用にとどまらない、非整数次の双曲空間の解析の端緒となるような結果ということができる。

双曲空間の解析・幾何は現代数学・応用数学の交差点というべき豊富な内容をもっているが、本論文は、これまでの関連研究とは一味も二味も違う独創性にあふれた研究となっており、今後のさらなる進化によって数学と応用数学に大きなインパクトを与えることが期待できる。

以上の論文審査と公聴会での口頭試問結果を踏まえ、学位審議委員会は一致して、本論文は博士学位を授与するに相応しいものと判断した。

<試験または学力確認の結果の要旨>

本論文の主査は、学位申請者が本学大学院理工学研究科基礎理工学専攻博士課程後期課程在学期間中に、研究指導を通じて日常的に研究討論を行ってきた。また、本論文提出後、主査および副査はそれぞれの立場から論文の内容について評価を行った。

本論文の公聴会は、2018年2月7日(水)17時00分~18時10分数理科学科談話会室において行われた。公聴会では、学位申請者による論文要旨の説明の後、審査委員は学位申請者井田有紀に対する口頭試問を行った。各審査委員および公聴会参加者より、双曲空間の熱核の原点の近傍での挙動は不適切ではないのか、数値実験の結果が主張と逆になっていないか、ドリフト(生成作用素の1次の微分項)に定数を足すことはできないか、などの質問がなされたが、いずれの質問に対しても学位申請者の回答は適切なものであった。審査委員は論文内容および公聴会での質疑応答を通して、学位申請者が十分な学識を有し、博士学位に相応しい学力を有していると確認した。

以上の諸点を総合し、学位審議委員会は、学位申請者に対し、本学学位規程第18条第1

項に基づいて、「博士（理学 立命館大学）」の学位を授与することが適当であると判断する。