On the moduli space of marked cubic surfaces from viewpoint of root system of type $3A_2$

北沢 孝司

滑らかな三次曲面にマーキングを付けて考えるとき, そのモジュライ空間はE_6型Weyl群$W(E_6)$の自然な作用を持つ. このモジュライ空間の$W(E_6)$-同変なコンパクト化として, 成木勇夫により構築された複比多様体と呼ばれるものがある. この空間への$W(E_6)$の作用を調べることは, 三次曲面の自己同型群の情報を得ることとも関係し, 有益なことである.

現在, $W(E_6)$のいくつかの最大部分群に対し, その作用が明確に見えるモデルが構成されている. 指数45に対してはD_4型のトーラスから, 指数36に対しては射影平面の6点ブローアップの観点から, その記述が行われている. また近年, D_5型のCartan部分代数を用いて指数27に対する記述も構成された. しかしながら, 指数40の最大部分群に対する記述はまだ得られていない.

そこで本論文では, この種の部分群に対する記述を完成させる, つまり, $3A_2$型のWeyl部分群の正規化群として得られる指数40の最大部分群の作用が良く見えるモジュライのモデルを構築することが主要な目的である. 第1節から第3節では, 準備として, マーキング付三次曲面の基本的かつ重要な事柄がまとめられている. 第4節から主要な議論が始まり, 最初に, 複比多様体の構成に用いられたCayleyの270個の複比から, 45個の本質的な代表を$3A_2$の観点から選び出すことを行う. そして, それらの間の関係式を格子立方体と呼ばれるものを考えて説明した. 最終節の第5節では, 45個の代表の中の特別な18個の複比を用いて, 我々のモデルとなる一つの多様体を構成した. その構造を調べるために, さらに三つの多様体をある種の行列式多様体として記述し, それら三つの多様体から如何にして複比多様体が復元できるかを調べた. その結果として, 我々のモデルが27個の孤立特異点のみを有し, それらの特異点を非特異有理曲線に解消することにより, 複比多様体が得られることを解き明かした.