

Divergence-free WKB 法

俵口 忠功

Divergence-free WKB 法とは、私と東工大・足立聡氏らによって提案された新しいWKB法である[T. Hyouguchi, S. Adachi and M. Ueda, Phys. Rev. Lett, vol 88, p 170404 (2002)]。従来のWKB 法は古典力学に従う軌跡に基づいて構成される。この軌跡は、ハミルトン-ヤコビ方程式つまり運動量空間での2次方程式で表現される。WKB法は、量子力学と古典力学の橋渡しをするものである。つまり、量子力学の物理量をわれわれにお馴染みの古典力学の言語で翻訳できるので価値がある。しかし、常にこの翻訳はうまくいくわけではない。例えば、WKB法によると古典的転回点で波動関数は発散してしまう。当然のように、古典的転回点近傍でも破綻しないようにWKB法を拡張する試みが行われた。しかし結局、古典的転回点近傍ではきちんと量子力学を解かなければならないのだと考えられてきた。

これに対してわれわれは、古典的転回点近傍でも破綻しないようにWKB法を拡張できることを見出した。これが、Divergence-free WKB 法である。Divergence-free WKB 法は、量子補正されたハミルトン-ヤコビ方程式に基づいて構成される。この方程式は、運動量空間でのより高次の代数方程式によって表現される。この高次の代数方程式の余分な解により、WKB法から波動関数の発散を除去できる。このようにしてわれわれは、WKB 法における波動関数の古典的転回点での悪名高い発散の困難を除去することに成功したのである。さらに、われわれの方法により、従来のWKB法よりもよほど正確な波動関数とエネルギー固有値を生成できる。本論文では、Divergence-free WKB 法の完全な定式化とそのいくつかの適用、応用を提示し、われわれの方法が、従来のWKB法の極めて自然な拡張であることを示す。