

論文の内容の要旨及び論文審査の結果の要旨の公表

学位規則第 8 条に基づき、論文の内容の要旨及び論文審査の結果の要旨を公表する。

○氏名	田口 大 (たぐち だい)
○学位の種類	博士 (理学)
○授与番号	甲 第 1166 号
○授与年月日	2017 年 3 月 31 日
○学位授与の要件	本学学位規程第 18 条第 1 項 学位規則第 4 条第 1 項
○学位論文の題名	Numerical analysis for stochastic differential equations with irregular coefficients (滑らかでない係数を持つ確率微分方程式の数値解析)
○審査委員	(主査) KOHATSU-HIGAARTURO (立命館大学理工学部教授) 赤堀 次郎 (立命館大学理工学部教授) 藤家 雪朗 (立命館大学理工学部教授)

<論文の内容の要旨>

自然現象の中には時間と共に確率的に変化するシステムが様々な分野で現れる。例えば、株価市場ではいろいろな金融量が確率により変化し、リスク現象を解明するために確率微分方程式のモデルが利用されている。このような例は他の分野でも存在している。この設定における具体的な解の例は少なく、そのような場合、解の近似のモンテカルロシミュレーションを使うことが多い。田口氏の論文はこの設定で構成されている。この論文のテーマは滑らかでない係数の確率微分方程式の解の近似である。常微分方程式では係数が滑らかでないときには解の一意性が成立しないことがよく知られているが、確率微分方程式ではドリフト係数が滑らかでないときでも解の一意性が成立する場合がある。この設定では近似の性質を調べるのが難しいが、田口氏の学位論文では、強解と弱解の 2 つの誤差評価形式の結果が得られ、これらをまとめたものである。

特にドリフト係数が滑らかでないときの Euler-Maruyama (EM) 近似に関して収束速度を測り、様々な設定や色々な技術を利用し、強解と弱解の意味での誤差評価を計り、その数学的な証明とシミュレーション結果が得られた。この結果はシミュレーションの設計を行うときに役に立つものである。

<論文審査の結果の要旨>

田口氏は 5 つの国際的な雑誌で出版された論文をまとめ、以下のテーマで発表している。

1. 滑らかでないドリフト係数の EM 近似についての L_p 評価について

ドリフト係数が支持関数のような関数のときに L_p ノルムの評価を行った。その証明のためには、確率微分方程式の楕円性が必要であり、Gaussian 形式の計算によりこの密度関数に基づいてドリフト関数空間を定義し、一般定理を証明した。

2. 1. と違った証明方法によって、ドリフト係数が Holder 関数を含む関数空間の下での証明が得られた。証明では Speed と scale 関数を利用した。

3. 上記の 1 と 2 では拡散係数が定数か滑らかな場合を扱っている。拡散係数が滑らかでないときの技術がまだ知られていない中において、特別な場合に証明が得られた。

4. 弱近似問題

上記 1. ～3. では強い意味の解に関して誤差評価を行った。無限次元測度変換定理、Girsanov の定理を利用し、色々な拡散過程の汎関数の弱近似について結果が得られた。

5. Stability 問題

係数を変更したときにどのくらい拡散過程の汎関数が増減するかの変化の研究を行った。特に係数の差のノルムを利用することで、平均の差を上から評価する不等式が得られた。

6. Parametric skew diffusion

ドリフト係数が超関数になるときに拡散過程を定義し、そのシミュレーション方法も与えた。

上記の 1. ～3. の結果はひとつのテーマであって、そこでは高度な技術を利用しており、確率解析や偏微分方程式の分野において非常に高い評価が得られている。特に上記の論文は国際的に高い評価を受けている雑誌で出版されている (Mathematics of Computation, IMA Journal of Numerical Analysis など)。

以上の論文審査と公聴会での口頭試問結果を踏まえ、本論文は博士の学位を授与することに相応しいものと判断した。

<試験または学力確認の結果の要旨>

本論文の主査は、学位申請者が本学大学院理工学研究科基礎理工学専攻博士課程後期課程在学期間中に、研究指導を通じて日常的に研究討論を行ってきた。また、本論文提出後、主査および副査はそれぞれの立場から論文の内容について評価を行った。

本論文の公聴会は、2017 年 2 月 7 日 (火) 16 時 00 分～17 時 30 分ウエストウイング 6 階談話会室において行われた。公聴会では、学位申請者による論文要旨の説明の後、審査委員は学位申請者田口大に対する口頭試問を行った。各審査委員および公聴会参加者より、次のテーマで質問と質疑があった：

1. 密度関数の L_p 誤差評価と田口氏が行った誤差評価との関係
2. 田口氏の研究結果の先行研究について
3. 論文 1 ではブラウン運動を扱っていたがジャンプ型過程の場合では似たような結果が得られるか

4. 楕円性条件はどこまで外せるか、また、Zvonkin 氏の強解の構成方法が誤差評価の証明のために利用できるのか

5. 最後の論文がなぜ 1 次元に限られているのか

6. EM 近似が収束しない場合があるか

いずれの質問に対しても学位申請者は詳しく答えていた。回答は、具体的な計算、および例や参考文献を述べた上で行われ、適切なものであった。

論文内容および公聴会での質疑応答を通して、学位申請者が十分な学識を有し、博士学位に相応しい学力を有していることを確認した。

以上の諸点を総合し、学位申請者に対し、本学学位規程第 18 条第 1 項に基づいて、「博士（理学 立命館大学）」の学位を授与することが適当であると判断する。