博士論文要旨

論文題名：滑らかでない係数を持つ確率微分方程式の数値解析

立命館大学大学院理工学研究科
基礎理工学専攻博士課程後期課程

タグチ　ダイ
田口　大

確率微分方程式の数値解析は、理論・実務の両側面から盛んに研究されている。近年、様々な数値計算方法が提案され、多くの興味深い結果が証明されている。本論文では、滑らかでない係数を持つ確率微分方程式の数値解析の確立を目的とする。

第１章では、本論文の研究背景と概要を説明し、一般的な条件の下での確率微分方程式に関する解の存在と一意性について知られている結果を述べる。さらに、本論文で扱う数値計算方法である、オイラー・丸山近似と Parametrix method を用いた方法について紹介する。

第２、３章では、滑らかでない係数を持つ確率微分方程式に対するオイラー・丸山近似について議論し、その強近似誤差の評価式を与える。第２章では多次元の場合の滑らかでない係数を扱い、第３章では確率微分方程式を１次元に限定し、係数の条件をより一般化した場合を扱う。

第４章では、拡散係数が定数の場合の確率微分方程式・反射型確率微分方程式に対するオイラー・丸山近似を扱う。Girsanov の定理と Parametrix method を用いて、(反射型) 確率微分方程式の汎関数と確率密度関数に関する対するオイラー・丸山近似の誤差の評価式を与える。

第５章では、１次元の確率微分方程式に関する stability problem を考える。この章での目的は、二つの確率微分方程式の解の L^p-ノルムに関する差を、各係数のあるノルムに関する差を用いて評価することにある。

第６章では、skew diffusion process と呼ばれる local time を持つ確率微分方程式に関する Unbiased simulation method を考える。Parametrix method を用いることで、skew diffusion の確率密度関数の存在と滑らかさ、また、Gauss 型の評価を与える。さらに、Parametrix method から得られる確率密度関数の級数展開を用いて、モンテカルロ法に有用な確率論的表現を導く。

Abstract of Doctoral Thesis

Title: Numerical analysis for stochastic differential equations with irregular coefficients

Doctoral Program in Advanced Mathematics and Physics
Graduate School of Science and Engineering
Ritsumeikan University

タグチ ダイ
TAGUCHI Dai

Numerical analysis for stochastic differential equations (SDEs) has been studied by many authors from both sides of the theory and application. Recently, many numerical schemes have been proposed and it has been discovered a lot of interesting results. The aim of this thesis is to study a numerical analysis for SDEs with irregular coefficients.

In Chapter 1, we present the background and outline of this thesis. This chapter contains History of the existence and uniqueness for SDEs under general settings for the coefficients. Moreover, we introduce the Euler-Maruyama (EM) approximation and a numerical scheme based on the parametrix method which we use in this thesis.

In Chapter 2, 3, we study the EM approximation for SDEs with irregular coefficients, and we provide the rate of strong convergence. In chapter 2, we consider multi-dimensional SDEs with irregular coefficients and in chapter 3, we consider one-dimensional SDEs with more general coefficients.

In Chapter 4, we study the EM approximation for SDEs and reflected SDEs with constant diffusion coefficients. Applying Girsanov's theorem and the parametrix method, we provide the rate of convergence for the EM approximation for non-smooth functionals and the probability density function of (reflected)SDEs.

In Chapter5, we consider stability problem for one-dimensional SDEs. The aim of this chapter is to estimate the L^p-difference between two SDEs using a norm associated to the difference of coefficients.

In Chapter 6, we study an unbiased simulation scheme for skew diffusion processes which is a SDEs with local time. We apply the parametrix method in order to obtain the existence and the regularity properties of the density of a skew diffusion and provide a Gaussian upper bound. The parametrix method leads to a probabilistic representation in order to use Monte Carlo simulation.