

# 主 論 文 要 旨

## 論文題名 確率微分方程式の最大値に対する密度関数、及び 感応度分析に関する一考察

ふりがな なかつ ともりの  
氏名 中津 智則

### 主論文要旨

本論文では確率微分方程式の最大値に対する密度関数、及び感応度分析に関する結果を述べる。結果を得る為にマリアヴァン解析(Malliavin calculus)が重要な役割を果たす。第一章では、本論文の概要、及び本論文で用いられるマリアヴァン解析の紹介を行う。第二章において、係数が解の最大値に依存する確率微分方程式を考え、その解の分布の絶対連続性について考察する。まず、解自身の分布の絶対連続性を証明し、その後、解の第  $i$  成分の最大値と、解の第  $i'$  成分の同時分布の絶対連続性を、拡散係数のみ最大値に依存しないという仮定の下で証明する。

第三章では、数理ファイナンスにおける、金融商品のリスク計算の問題について述べる。この章では特に、ペイオフが最大値に依存するオプションの、ボラティリティと呼ばれるリスク資産の分散に当たるパラメータに対するリスク(ベガ)について考察する。具体的には、一次元モデルにおいて、最大値に依存するオプションのベガの表現を与え、そのベガの挙動について考察する。さらに、このモデルで得られたベガと、ブラック・ショールズモデルと呼ばれる古典的な一つのモデルで得られたベガとを比較する。

ここで得られたベガは、三つの数学的・数値的に興味深い結果を与える。第一に、ベガを表現する数式は三つの部分に分解される表現を持ち、それぞれを、最大値感応度(extrema sensitivity)、終着値感応度(terminal sensitivity)、そしてドリフト感応度(drift sensitivity)と名付けることが出来る。第二に、アップインコールオプションと呼ばれるオプションの例を用いると、最大値感応度と終着値感応度の値の大きさが入れ替わるバリアが存在する。第三に、このオプションの例においては、短い満期を持つオプションに関してのみ、最大値感応度の重要性は高い傾向にある。という三点である。

また、バイナリーオプションと呼ばれるオプションの例では、分解されたベガの各感応度はディラックのデルタ関数を含み、そのままでは具体的な計算が出来ない形になっている。この問題を解決する為に、カーネル法(Kernel method)と呼ばれる方法のベガの計算への応用を考察し、その数値計算結果と共に記述している。