

後悔理論と資産価格評価モデル

秦 劼*

要旨

後悔は意思決定に大きな影響を与える。投資家が後悔回避的である場合には、合理性を前提としたポートフォリオ選択理論や資産価格評価モデルが成立しなくなる。そこで、近年では後悔理論に基づいて新しい資産価格評価モデルを構築する研究が始まっている。これらの研究は、後悔回避をCAPM、Arrow-Debreu経済、逐次取引モデルなどに導入し、後悔が資産価格評価へ及ぼす影響を理論的に分析した点において、重要な成果を得た。また、プレミアム・パズル、ハーディング、フラットSMLなどの現象に対しても、新しい理論的解釈を提供した。本稿は、関連する研究を観望しつつ、後悔関数、反実仮想選択、後悔回避度、価格評価式などに関する理論的な課題を整理した。

キーワード：後悔、後悔理論、感情、反実仮想、資産価格、資産価格評価、意思決定

目次

1. はじめに
2. 後悔と後悔関数
3. 反実仮想選択
4. 行動しない場合の後悔
5. 後悔回避度
6. 動学モデル
7. 価格評価式
8. 終わりに

1. はじめに

間違った選択をした後で人は後悔する。1913年版のWebster's Revised Unabridged Dictionaryでは、後悔(regret)を次のように定義している。

Pain of mind on account of something done or experienced in the past, with a wish that it had been different; a looking back with dissatisfaction or with longing; grief; sorrow; especially, a mourning on account of the loss of some joy, advantage, or satisfaction.

この定義でも示されているように、後悔はネガティブな感情であり、往々にして「別の選択をすればよかった」というような考えが伴う。¹⁾ 心理学では、後悔は反実思考(counterfactual thinking)によって引き起こされるネガティブな感情と定義される。²⁾ また神経学でも、後悔と意思決定に関する研究が多く行われており、後悔が意思決定に強い影響を与えることが示されている。例えばCamille et al (2004)は、脳の眼窩前頭皮質(OFC)に損傷のある患者と正常者の意思決定を比較する実験を行うと、正常者の行動は後悔理論の示唆と一致するに対し、OFC患者の行動

は期待効用理論の示唆に近かったという衝撃的な発見を報告した。Steiner and Redish (2014) は fMRI を使ってネズミの OFC の活動を測ると、ネズミも間違った選択をした後には後悔をし、間違いを取り戻そうとすることを発見した。³⁾ 心理学の研究でも、後悔理論を支持する実験結果が多く得られている。⁴⁾

Markowitz (1952) のポートフォリオ選択理論と Tobin (1954) の分離定理から出発した現代ファイナンス理論は、期待効用を最大化する合理的な投資家を前提として構築されてきた。そのため後悔が意思決定に影響を及ぼす場合には、これらの理論が成立しなくなる。また Sharpe (1964) と Lintner (1965) の資本資産価格評価モデル (CAPM) などの資産価格モデルも理論的基礎を失うことになるので、見直しが必要となる。そこで、近年では後悔理論に基づいて新しい資産価格評価モデルを構築する研究が始まっている。本稿は、関連する分野の研究を観望しつつ、後悔を資産価格評価理論に導入する際の理論的な課題を整理する。

2. 後悔と後悔関数

現代ファイナンス理論が想定する合理的な投資家は、金銭的利得に関する効用を最大化するように行動する。そこで後悔をファイナンス理論に導入するためには、まず後悔と効用の関係を定式化する必要がある。Bell (1982, 1983) と Loomes and Sugden (1982, 1987) が考案した後悔理論 (Regret Theory) は、初めて後悔が意思決定に与える影響に関する数学モデルを提示した。⁵⁾ 後悔理論の考え方は以下の通りである。ある投資家は資産 i と資産 j から一つの資産を選んで投資する。資産 i の収益 r_i と資産 j の収益 r_j は確率変数である。投資家が資産 i を投資先として選んだ場合、結果的に $r_i < r_j$ となれば、投資家は間違った選択をしたことになり、それを後悔する。一方、 $r_i > r_j$ となった場合には、投資家は正しい選択をしたことになり、喜びを感じる。投資家が資産 i に投資した時の修正効用関数 (modified utility function) は次のようになる。

$$u(r_i, r_j) = v(r_i) + f(v(r_i) - v(r_j)) \quad (1)$$

つまり、この投資家の効用は二つの部分がある。一つは、資産 i の投資収益 r_i に関する効用であり、これは従来の Von Neumann-Morgenstern 型の効用関数 $v(\cdot)$ で表せる。もう一つの部分は、資産 i と資産 j の比較によって生じた後悔もしくは歓喜の影響であり、関数 $f(\cdot)$ で表せる。同様に、投資家は資産 j を選んだ場合の修正効用関数は以下のように表せる。

$$u(r_j, r_i) = v(r_j) + f(v(r_j) - v(r_i)) \quad (2)$$

Bell (1982) は上記の効用関数の特殊ケースとして、 $v(r) = r$ と仮定して、以下の修正効用関数を提案した。

$$u(r_i, r_j) = r_i + f(r_i - r_j) \quad (3)$$

$$u(r_j, r_i) = r_j + f(r_j - r_i) \quad (4)$$

関数 $f(\cdot)$ は後悔・歓喜関数 (regret-rejoice function) もしくは後悔関数 (regret function) と呼ばれる。Bell (1982) と Loomes and Sugden (1982) は、 $f' > 0$ 、 $f'' < 0$ 、 $f''' > 0$ と仮定した上で、後悔理論を用いて Allais' Paradox 等の現象を説明できることを示した。近年、Sarver (2008)、Hayashi (2008)、Bikhchandani and Segal (2011)、Diecidue and Somasundaram (2017) など後悔に関する新しい効用理論を提出している。⁶⁾

Kahneman and Tversky (1979) のプロスペクト理論と比べて、後悔理論が当初経済学分野に及ぼした影響は限定的であった。しかし、神経学や心理学において感情が意思決定に与える影響に対して関心が高まり、後悔に関する実験・実証研究が急速に増えたことを受けて、近年経済学分野でも後悔に関する研究は増えつつある。⁷⁾ 例えば、保険需要に関する Braun and Muermann (2004)、確定拠出年金の資産配分に関する Muermann et al (2006)、為替取

引のヘッジ・ポジションに関する Michenaud and Solnik (2008)、銀行貸出行動に関する Wong (2011) の研究など。また実験・実証研究も増えつつある。例えば、Fogel and Berry (2006) の「気質効果 (disposition effect)」に関する実験、Filiz-Ozbay and Ozbay (2007) のオークション入札に関する実験、Frydman and Camerer (2016) と Magron and Merli (2015) の「買戻し効果 (repurchase effect)」に関する実証研究では、後悔理論を支持する結果が得られている。また、Arisoy and Bali (2018) は後悔を用いて株式のクロスセクション・リターンを考察している。⁸⁾

この中で、Dodonova and Khoroshilov (2005)、Gollier and Salanie (2006)、Solnik and Zuo (2012)、Qin (2015)、Qin (2020) は、後悔と資産価格評価に関する理論モデルを構築した。これらの研究は Bell (1982) と Loomes and Sugden (1982) の後悔理論に基づいている。なかでも、Qin (2020) が用いる修正効用関数が最もシンプルである。モデルでは、 i 人の個人が N 個のリスク資産と一つの安全資産を取引する。個人 i の修正効用関数は次のように表せる。

$$u_i(W_{i,1}) = W_{i,0}(1 + r_{ip}) + f_i(W_{i,0}(r_{ip} - h_i)). \quad (5)$$

ただし、 $r_{ip} \equiv r_f + \sum_{j=1}^N w_{ij}(r_j - r_f)$ は個人 i のポートフォリオの収益率、 h_i は比較対象となる反実仮想ポートフォリオ (counterfactual portfolio) の収益率、 $W_{i,0}$ は個人 i が時点 0 での資産額、 $W_{i,1} = W_{i,0}(1 + r_{ip})$ は時点 1 での資産額を表す。このモデルでは、個人 i は期末の資産 $W_{i,0}(1 + r_{ip})$ が多いほど高い効用を感じる。また、(3)-(4) 式の修正効用関数と同様に、金銭的利得 $W_{i,0}(1 + r_{ip})$ の金額がそのまま効用になると仮定する。個人 i は後悔回避的である。彼は、実際に投資したポートフォリオの収益率 r_{ip} を反実仮想ポートフォリオの収益率 h_i と比較し、 $r_{ip} < h_i$ となった場合には投資戦略の間違いを後悔し、 $r_{ip} > h_i$ 場合には歓喜を味わう。後悔関数 $f_i(\cdot)$ は後悔が効用に及ぼす影響を測る。

後悔と国際分散投資を考察する Solnik and Zuo (2012) も、Bell (1982) と Loomes and Sugden (1982) が提案した修正効用関数を用いる。モデルでは、複数の国があり、それぞれの国には一人の代表個人が自国の株式市場および海外の株式市場に投資する。もし i 国の代表個人が海外市場に投資せずに、すべて株式を自国の株式市場に投資する場合、収益率は自国のマーケットポートフォリオの収益率 r_i となる。この代表個人は後悔回避的であり、自分のポートフォリオの収益率 r_{ip} が自国市場の収益率 r_i を下回る場合には後悔を感じ、逆の場合には歓喜を感じる。Solnik and Zuo (2012) は後悔理論に基づき、 i 国の代表個人の修正効用関数を次のように仮定する。

$$u_i(W_{i,1}) = v_i(W_{i,0}(1 + r_{ip})) + f_i(v_i(W_{i,0}(1 + r_{ip})) - v_i(W_{i,0}(1 + r_i))) \quad (6)$$

ここでは、 $W_{i,0}$ は i 国が時点 0 での資産額、 $W_{i,1} \equiv W_{i,0}(1 + r_{ip})$ は i 国の時点 1 での資産額、 $v_i(\cdot)$ は Von Neumann-Morgenstern 型の効用関数、 $f_i(\cdot)$ は後悔関数を表す。また、 i 国の代表個人が選んだポートフォリオの収益率 r_{ip} は以下のように表せる。

$$r_{ip} \equiv r_f + \sum_{j=1}^N w_{ij}(r_j - r_f) \quad (7)$$

但し、 r_f は安全資産の収益率、 r_j は j 国のマーケットポートフォリオの収益率、 $\{w_{ij}\}$ は i 国のポートフォリオ構成比である。

Qin (2020) と Solnik and Zuo (2012) が比較的シンプルな後悔関数を用いるのに対し、Dodonova and Khoroshilov (2005)、Gollier and Salanie (2006)、Qin (2015) は拡張された後悔関数を用いる。証券市場の仕組みや投資家の反実仮想選択に関する仮定もそれぞれ異なっている。以下はそれらのモデルの特徴を説明する。

3. 反実仮想選択

後悔は、実際に選んだ選択肢と「選ばばよかった」仮想的選択の比較によって引き起こされる。例えば、バカンス

の場所を選ぶときに、北海道か沖縄かを迷ったが、結局は沖縄に行くことに決めた。もし沖縄滞在中に台風と遭遇したら、おそらく「北海道に行けばよかった」と考えるだろう。この場合、沖縄は実際の選択 (chosen option) であり、北海道は反実仮想選択 (counterfactual choice, counterfactual) である。証券投資の場合においては、「...に投資すればよかった」という反実思考は珍しくない。反実仮想選択は状況や経緯によって異なり、それぞれのコンテキストの中では自明である。しかし後悔と投資意思決定のモデルを構築する際には、反実仮想選択をどう仮定するかがモデルの要となる。

Bell (1982) と Loomes and Sugden (1982) が考案した後悔理論では、選択肢は二つしかないで、選ばれなかった選択肢は自ずと反実仮想選択となる。しかし、現実では、往々にしてより多くの選択肢が存在する。特に、証券投資の場合は、数百もしくは数千に上る株式があり、ETFや投資信託なども選択可能である。これらの資産のポートフォリオも考慮すると、選択肢の数は文字通りに無限である。Bell (1982) と Loomes and Sugden (1982) が考案した後悔理論は選択肢が複数存在する状況の分析には適用できない。この問題を克服するために、Quiggin (1994) は以下のように後悔理論のモデルを拡張した。投資できる資産は複数あるとする。それぞれの収益は $\{r_j\}_{j=1,2,\dots,n}$ と表す。投資家が資産 i に投資する場合の修正効用関数は以下ようになる。

$$u(r_i) = v(r_i) + f(v(r_i) - v(r^*)) \quad (8)$$

$$r^* \equiv \operatorname{argmax} v(r_j) \quad (9)$$

r^* は事後的に見て最良な結果を表している。投資家は現実となった結果 (realized result) をありうる最良結果 (best possible result) と比較する。自分の選択が最良ではなかった場合には後悔を感じる。

Quiggin (1994) の効用関数は多くの研究に用いられた。例えば、Dodonova and Khoroshilov (2005) は二つのリスク資産における資産配分を考察した。 $D > 0$ は株式1の1年目の配当を表し、 π_1 は株式1の2年目の配当を表す。 $-D$ は株式2の1年目の配当を表し、 π_2 は株式2の2年目の配当を表す。 $\Pr\{\pi_1 = D\} = \Pr\{\pi_1 = -D\} = 1/2$ および $\pi_1 = -\pi_2$ であるため、この二つの株式の配当は負の相関を持つ。取引終了時において、株式1のペイオフは $1 + D + \pi_1$ であり、株式2のペイオフは $1 - D + \pi_2$ である。

後悔回避的かつリスク回避的である投資家の修正効用関数は次ようになる。

$$u(r_p) = v(r_p) + f(v(r_p) - v(r^*)) \quad (10)$$

ここでは、 $r_p = w(1 + D + \pi_1) + (1 - w)(1 - D + \pi_2)$ は実際の投資収益である。ただし、 $0 \leq w \leq 1$ は証券1への投資額を表している。 $r^* = \max\{1 + D + \pi_1, 1 - D + \pi_2\}$ は投資家が全財産を値上がりした株式に投資する場合の収益であり、投資家の反実仮想選択となっている。Dodonova and Khoroshilov (2005) は、均衡において、株式1の価格は過大評価され、株式2の価格は過小評価されると証明した。

Gollier and Salanie (2006) は、Arrow-Debreu 証券の取引を考察した。モデルでは経済の状態は S 個あり、状態 s が実現するときペイオフが1となる Arrow-Debreu 証券が市場で取引されている ($s=1, 2, \dots, S$)。 Π_s は証券 s の価格を表す。投資家の数は連続体1であり、すべて個人は同じ賦与と選好を持つ。投資家が Arrow-Debreu 証券のポートフォリオ $\{x_1, x_2, \dots, x_S\}$ を保有する場合を考えてみよう。状態 s が実現するときには、投資家の収益は x_s となる。一方、もし投資家が全財産 w をこの状態に投資すれば、ペイオフ $\frac{w}{\Pi_s}$ をもらえる。つまり、事後的に見て、 $\frac{w}{\Pi_s}$ は最良結果 (best possible result) である。投資家は後悔回避的であり、実際の投資収益 x_s を最良結果 $\frac{w}{\Pi_s}$ と比較する。投資家のポートフォリオ $\{x_1, x_2, \dots, x_S\}$ は次の期待効用最大化問題の解である。

$$\{x_1, x_2, \dots, x_S\} \in \operatorname{arg} \max_{x_1, x_2, \dots, x_S > 0} \sum_{s=1}^S p_s U(x_s, \frac{w}{\Pi_s}) \quad (11)$$

但し、 p_s は状態 s が実現する確率、 $w = \sum_{s=1}^S \Pi_s w_s$ は投資家の富、 w_s は投資家が状態 s における賦与を表す。ま

た、修正効用関数 $U(x_s, \frac{w}{\Pi_s})$ は x_s の増加関数、 $\frac{w}{\Pi_s}$ の減少関数である。

上記の設定のもとで、Gollier and Salanie (2006) は Π_s に関する微分方程式を導いた。さらに、 Π_s を一次近似した上で、株式市場の超過収益率 (equity premium) を導出し、後悔回避の影響を考察した。

4. 行動しない場合の後悔

現実世界において、「行動しない」という選択肢は多くの場合において重要な意味を持っている。心理学の研究は、行動しないことへの後悔 (regret over inaction) と間違っただけの行動への後悔 (regret over action) の違いを指摘してきた。⁹⁾ 例えば、Kahneman and Miller (1986)、Landman (1987a)、Zhou et al. (2010) などの実験は、間違っただけの行動への後悔は行動しないことへの後悔よりも強いことを示した。一方、Gilovich and Medvec (1995) が行ったアンケート調査によって、数十年という長い期間においては、行動しなかったことへの後悔は間違っただけの行動への後悔よりも強いことが示された。

Bell (1982) と Loomes and Sugden (1982) の後悔理論は、行動しないことへの後悔を分析対象としなかった。後悔理論に基づく多くの研究も同様である。行動しないことへの後悔を初めて理論モデルで考察したのは、Qin (2015) の後悔とハーディング現象に関する研究である。モデルでは、複数の投資家達は一つのリスク資産を取引する。時点 t では、各投資家はリスク資産に関する買い注文、売り注文、もしくは取引しないことを選択できる ($t=1, 2, \dots, T$)。投資家の収益は次のようになる。

$$r(x) = \begin{cases} V - p, & \text{if } x = 1 \\ 0, & \text{if } x = 0 \\ p - V, & \text{if } x = -1. \end{cases} \quad (12)$$

但し、 $x = 1$ は「買い」、 $x = -1$ は「売り」、 $x = 0$ は「行動しない」を意味する。また、リスク資産の真の価値 V は 1 もしくは 0 であり、すべての取引が終了した後に明らかになる。 p はリスク資産の価格であり、 V の公開情報に基づく条件付き期待値に等しい。

投資家にとってありうる最大収益は次のようになる。

$$r^* = \begin{cases} 1 - p, & \text{if } V = 1 \\ p, & \text{if } V = 0. \end{cases} \quad (13)$$

リスク回避的な投資家は実際の収益 $r(x)$ を最大収益 r^* と比較し、差額がある場合には後悔を感じる。投資家の修正効用関数は次のように表せる。

$$u(x) = r(x) + f(x) \quad (14)$$

$$f(x) = \begin{cases} -\eta\sqrt{r^* - r(x)} & \text{for } x \in \{1, -1\} \\ -\eta z\sqrt{r^* - r(x)} & \text{for } x = 0 \end{cases} \quad (15)$$

ここでは、 η は後悔回避の強さを表すパラメーターであり、 η が大きいほど投資家が後悔回避的になる。一方 $z > 0$ は行動しないことへの後悔と行動への後悔の違いを表すパラメーターであり、 $z > 1$ の場合には行動しないことへの後悔が行動への後悔より強い。

Qin (2015) はこのような方法を用いて後悔を Glostien and Milgrom (1985) が提案した逐次取引モデルに導入し、行動への後悔および行動しないことへの後悔が投資家の投資戦略および市場価格に与える影響を考察した。投資家の反実仮想選択が最良結果 r^* である点において、Qin (2015) が用いる後悔関数は Quiggin (1994) が提案した後悔関数と同様である。ただし、行動しないという選択肢があり、また行動しないことへの後悔が行動への後悔と異なる点

において、この論文は Quiggin (1994) やその他の後悔理論のモデルと異なっている。

5. 後悔回避度

標準的な資産価格理論では、リスク回避度に関する研究は多く行われてきており、リスク回避測度の強さを表す測度として、絶対的リスク回避度や相対的リスク回避度などが一般的に使われてきた。人々の後悔回避も強弱があると思われるが、後悔回避度の数量的定義はまだない。また、Bell (1982) と Loomes and Sugden (1982) が考案した後悔理論では、後悔の影響を表す項 $f(v(r_i) - v(r_j))$ には、後悔関数 $f(\cdot)$ と利得に関する効用関数 $v(\cdot)$ が両方使われているため、リスク回避と後悔回避の分離も難しい課題となっている。

Solnik and Zuo (2012) と Qin (2020) は後悔回避度が資産価格に与える影響を示した。Solnik and Zuo (2012) は、(6) 式の効用関数 $u_i(\cdot)$ を 2 次近似したうえで、以下の価格評価式を導出した。

$$E[r_j] - r_f = \lambda \text{cov}(r_j, r_m) - \lambda \text{cov}(r_j, r_g) \quad (16)$$

但し、 $r_m \equiv \sum_{i=1}^N m_i r_i$ 、 $r_g \equiv \sum_{i=1}^N \delta_i r_i$ 。ここでは、等式右辺の第 1 項 $\lambda \text{cov}(r_j, r_m)$ は、CAPM などのモデルでもよくみられる項である。 m_i は i 国のマーケットポートフォリオの時価総額が世界市場に占める割合、 r_m はグローバル・マーケットの市場収益率 (global market portfolio return)、 λ は通常の相対的リスク回避度である。等式右辺の第 2 項 $-\lambda \text{cov}(r_j, r_g)$ は後悔の影響を表す項である。 r_g の定義式にある δ_i は v_i' 、 v_i'' 、 f_i' 、 f_i'' に依存する項であるため、後悔回避とリスク回避の効果が混在する。Solnik and Zuo (2012) は、 δ_i を相対的自国選好 (relative home preference) と説明するが、 δ_i の定義は大変複雑であり、その経済的意味は必ずしも明白ではない。

Qin (2020) は二つのモデルを考案した。基本モデルは、リスク中立かつ後悔回避的個人を仮定し、以下の一階条件を導いた。

$$E[r_j] - r_f = -\frac{E[f_i''(W_{i,0}(r_{ip}-h_i))]}{1+E[f_i'(W_{i,0}(r_{ip}-h_i))]} W_{i,0} \text{cov}(r_j, r_{ip} - h_i). \quad (17)$$

この等式右辺の $-\frac{E[f_i''(W_{i,0}(r_{ip}-h_i))]}{1+E[f_i'(W_{i,0}(r_{ip}-h_i))]}$ は、後悔回避度の影響を表している。この項の値が大きいほど、後悔回避の影響が大きい。

Qin (2020) の拡張モデルでは、投資家はリスク回避かつ後悔回避的であり、以下の修正効用関数を持つ。

$$u_i(W_{i,1}) = v_i(W_{i,0}(1+r_{ip})) + f_i(W_{i,0}(r_{ip}-h_i)). \quad (18)$$

ここでは、利得に関する効用関数 $v_i(\cdot)$ は凹関数であると仮定される。ただし、Bell (1982) と Loomes and Sugden (1982) が考案した後悔関数 (1)-(2) 式と異なり、後悔は $v_i(\cdot)$ に依存しない。このモデルでは、一階条件は以下ようになる。

$$A_i(E[r_j] - r_f) = \text{cov}(r_j, W_{i,0}r_{ip}) - \text{cov}(r_j, W_{i,0}B_i h_i), \quad (19)$$

$$A_i \equiv -\frac{E[u_i'(W_{i,1})] + E[f_i'(W_{i,0}(r_{ip}-h_i))]}{E[u_i''(W_{i,1})] + E[f_i''(W_{i,0}(r_{ip}-h_i))]}, \quad (20)$$

$$B_i \equiv \frac{E[f_i''(W_{i,0}(r_{ip}-h_i))]}{E[u_i''(W_{i,1})] + E[f_i''(W_{i,0}(r_{ip}-h_i))]}. \quad (21)$$

$1/A_i$ は、リスク回避と後悔回避の両方の影響を表している。 B_i は、後悔回避とリスク回避の中で、後悔回避の相対的重要性を表している。このモデルでは、金銭に関する効用 $v_i(\cdot)$ と後悔関数 $f_i(\cdot)$ は別々の関数であるにも関わらず、モデルの結果を見ると、後悔回避の影響とリスク回避の影響が分離していない。

6. 動学モデル

現実の証券市場では、資産価格が絶えず変動している。そのため資産価格の推移を分析するためには、動学モデルが必要である。¹⁰⁾ 伝統的なファイナンス理論で、Lucas (1978) のCCAPM、Merton (1971) のICAPMは、代表的な動学モデルである。後悔と資産価格に関しても動学モデルの構築が必要であるが、動学モデルを構築する際に、前述した多期間モデルにおける反実仮想選択の問題や後悔関数の問題を解決しなければならない。これらの問題は技術的な難度が高く、現状ではこの方向の研究はまだ進んでいない。既存研究の、Gollier and Salanie (2006)、Solnik and Zuo (2012)、Qin (2020) は静学モデルである。Dodonova and Khoroshilov (2005) は2期間モデルであるが、後悔回避的な投資家が一回しか取引しないので、厳密な意味での動学モデルとは言えない。

Qin (2015) は後悔と資産価格評価に関する数少ない動学モデルである。モデルでは、各時点 t において、各投資家が自分の持っている私的情報と過去の資産価格などの公開情報に基づいて取引し、資産価格は資産価値の条件付き期待値となる。取引が進行するにつれて、公開情報が蓄積され、資産価格も更新されていく。このような逐次取引モデルの枠組みでは、もし投資家が後悔回避的ではなかったら、取引の回数が増えるにつれて資産価格が真の資産価値に近づく。しかし、投資家が後悔回避的である場合には、Qin (2015) が示したように、価格が大きく上昇し、ある限界水準に達すると、買いハーディングが発生し、すべての投資家が買い注文をする。また、価格が大きく下がると、すべての投資家が売り注文をするような売りハーディングが発生する。さらに、部分的な買いハーディング（一部の投資家が市場を離れ、残りの投資家は全員買い注文する）と部分的な売りハーディング（一部の投資家が市場を離れ、残りの投資家は全員売り注文する）も発生しうる。

Qin (2015) は動学モデルであるものの、逐次取引モデルという比較的特殊な設定をしている。また、資産価格が資産価値の条件付き期待値に等しいと仮定したため、モデルから導かれた価格評価式はリスクとリターンの関係を示していない。ICAPM や CCAPM のような一般的動学モデルに如何にして後悔回避を導入するのかは、理論研究の課題としてまだ模索中である。

7. 価格評価式

Dodonova and Khoroshilov (2005)、Gollier and Salanie (2006)、Solnik and Zuo (2012) のモデルは後悔を資産価格評価モデルに導入した点において革新的である。しかし、Dodonova and Khoroshilov (2005) と Gollier and Salanie (2006) は、資産価格が満たす必要条件を導出し、静学分析を行ったが、価格評価式は導出しなかった。一方、Solnik and Zuo (2012) は、(11) 式の価格評価式を導出したが、その導出過程で効用関数 $u_i(\cdot)$ の近似式を用いたので、得られた価格式はモデルの閉式解ではない。

価格評価式の閉式解の導出に成功したのは Qin (2020) である。Qin (2020) の基本モデルは、投資家がリスク中立的かつ後悔回避的であると仮定し、(5) 式の修正効用関数を用いる。均衡では以下の価格評価式が成立する。

$$E[r_j] - r_f = \beta_{jg}(E[r_m] - E[h_m]) \quad (22)$$

$$\beta_{jg} \equiv \frac{\text{cov}(r_j, r_m - h_m)}{\text{var}(r_m - h_m)} \quad (23)$$

$$h_m \equiv \sum_{i=1}^I \frac{W_{i0}}{M_0} h_i \quad (24)$$

ここでは、 r_m はマーケットポートフォリオの収益率であり、投資家達が平均として得られる投資収益である。 h_m

は投資家達の反実仮想ポートフォリオの加重平均である。 β_{jg} は資産 j の $r_m - h_m$ に関するベータである。それぞれの投資家は実際に得る収益 r_{ip} を反実仮想ポートフォリオの収益 h_i と比較し、 $r_{ip} - h_i$ の大きさに応じて後悔／歓喜を感じる。集計レベルでは、投資家達が全体として感じる後悔／歓喜は $r_m - h_m$ に依存するようになる。この意味で、 β_{jg} は集計レベルの後悔／歓喜に対する感応度を表しており、「後悔ベータ (regret beta)」と呼ぶことができる。 $E[r_m] - E[h_m]$ は、証券市場が全体として後悔回避的な投資家達に支払う「後悔プレミアム (regret premium)」である。Qin (2020) は、 $E[r_m] - E[h_m] > 0$ と証明した。

上記のモデルによると、資産 j の超過収益率 $E[r_j] - r_f$ はその資産の後悔ベータ β_{jg} に比例する。Qin (2020) はこのモデルを、RCAPM (Regret-based CAPM) と名付けた。価格評価式がシングル・ベータを用いる点において、CAPM と共通している。

Qin (2020) の拡張モデルは投資家がリスク回避的かつ後悔回避的な場合も考察し、(18) 式の修正効用関数を用いて、以下の価格評価式を導いた。

$$E[r_j] - r_f = \beta_{jm}(E[r_m] - r_f) + \beta_{j\hat{h}}(E[\hat{h}] - \xi r_f) \quad (25)$$

$$E[\hat{h}] - \xi r_f < 0 \quad (26)$$

但し、

$$h_m \equiv \sum_{i=1}^I \frac{W_{i,0}}{M_0} B_i h_i \quad (27)$$

$$\hat{h} \equiv h_m - \beta_{hm}(r_m - r_f) \quad (28)$$

$$\beta_{jm} \equiv \frac{\text{cov}(r_j, r_m)}{\text{var}(r_m)} \quad (29)$$

$$\beta_{j\hat{h}} \equiv \frac{\text{cov}(r_j, \hat{h})}{\text{var}(\hat{h})} \quad (30)$$

$$\xi \equiv \sum_{i=1}^I \frac{W_{i,0}}{M_0} B_i \quad (31)$$

ここで、 h_m は各投資家の反実仮想ポートフォリオ収益率の加重平均である。 \hat{h} は h_m からマーケットポートフォリオと相関する部分を取り除いたものであり、調整後の反実仮想ポートフォリオ収益率 (market-adjusted counterfactual portfolio return) である。 β_{jm} は通常のマーケット・ベータであり、 $\beta_{j\hat{h}}$ は \hat{h} に関するベータである。 B_i は個人 i の相対的後悔回避度を表している。

価格評価式 (25) 式では、 β_{jm} はリスク回避の影響を表しているが、 $\beta_{j\hat{h}}$ は後悔回避の影響を表している。資産の超過収益率はこの二つのベータによって決まる。拡張モデルで得られたこの資産価格評価式は RCAPM と CAPM の違いをより明確に示したと言える。このモデルを用いて、Qin (2020) は、後悔回避は「プレミアム・パズル (equity premium puzzle)」や「フラット SML (flat security market line)」などの現象を説明できることを示した。¹¹⁾

Qin (2020) は、閉式解を導いた点において先行研究から大きく前進した。また、各個人の反実仮想ポートフォリオに制限を加えていないため、モデルの設定はより一般的であると言える。ただし、集計反実仮想ポートフォリオ h_m はモデルにおいて中心的な役割を果たしているが、現実世界の h_m を直接観察することができないので、このモデルから実証的に検証可能な示唆を導くためには、さらなる工夫が必要である。

8. 終わりに

後悔と資産価格評価に関する研究は、感情と経済意思決定に関する研究の一環であり、ファイナンス理論の重要な発展の方向を示唆している。本稿は後悔と資産価格評価に関する理論研究を眺望した。これらの研究は、後悔回避を CAPM、Arrow-Debreu 経済、逐次取引モデルに導入し、後悔が資産価格評価へ及ぼす影響を理論的に分析した点に

において重要な成果を得たと言える。また、プレミアム・パズル、ハーディング現象、フラット SML などの現象に関しても新しい理論的解釈を提供した。さらに、これらの研究は、反実仮想選択の特定、後悔回避度の定義、動学モデルの構築などの理論的課題を提示した。

注

- * 本稿の執筆にあたって、野村財団および JSPS 科研費 (JP16K03758) の助成を受けた。
- 1) 後悔と失望の違いについては、Zeeelenberg et al (2000) を参照。
 - 2) 後悔と反実仮想については、Landman (1987b)、Landman and Manis (1992)、Roese (1997) を参照。
 - 3) 神経学分野の後悔に関する研究は、Coricelli et al (2005)、Coricelli et al (2007)、Chandrasekhar et al (2008) などにも参照。
 - 4) Zeelenberg and Pieters (2007) は、後悔と経済意思決定に関する心理学の研究をサーベイした。
 - 5) Savage (1954) は、「最大損失の最小化 (minimax rule)」と関連して後悔回避に言及した。
 - 6) Bleichrodt and Wakker (2015) は、この分野の研究をサーベイした。
 - 7) 感情と経済意思決定に関しては、Elster (1998) のサーベイを参照。
 - 8) Shefrin and Statman (1984) と Strahilevitz (2011) の実証研究も、後悔回避と気質効果の関連性を示唆している。
 - 9) 行動しないことへの後悔に関しては、Anderson (2003) のサーベイを参照。
 - 10) Coricelli et al (2005) は、被験者が繰り返して後悔を経験すると、より後悔回避的になることを示した。Raeva et al (2010) は、被験者が間違った決定を後悔すると、時間割引率が小さくなることを示した。これらの現象を理論的に考察するためにも動学モデルが必要である。
 - 11) 「プレミアム・パズル」に関しては、Mehra and Prescott (1985) を参照。「フラット SML」現象に関しては、Black et al (1972)、Fama and French (2004) を参照。

参考文献

1. Anderson, C., 2003. The psychology of doing nothing: forms of decision avoidance result from reason and emotion. *Psychological Bulletin* 129, 139-167.
2. Arisoy, Y., Bali, T., 2018. Regret in financial decision making under volatility uncertainty. Georgetown McDonough School of Business Research Paper No. 3195191. Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=3195191>.
3. Bell, D., 1982. Regret in decision making under uncertainty. *Operations Research* 30, 961-981.
4. Bikhchandani, S., Segal, U., 2011. Transitive regret. *Theoretical Economics* 6, 95-108.
5. Black, F., Jensen, M., Scholes, M., 1972. The capital asset pricing model: Some empirical tests. In: Jensen, M. (Ed.), *Studies in the Theory of Capital Markets*, 79-121. Praeger, New York.
6. Bleichrodt, H., Wakker, P., 2015. Regret theory: A bold alternative to the alternatives. *Economic Journal* 125, 493-532.
7. Braun, M., Muermann, A., 2004. The impact of regret on the demand for insurance. *Journal of Risk and Insurance* 71, 737-767.
8. Camille, N., Coricelli, G., Sallet, J., Pradate-Diehl, P., Duhamel, J., Sirigu, A., 2004. The involvement of the orbitofrontal cortex in the experience of regret. *Science* 304, 1167-1170.
9. Chandrasekhar, P., Capra, C., Moore, S., Noussair, C., Berns, G., 2008. Neurobiological regret and rejoice functions for aversive outcomes. *NeuroImage* 39, 1472-1484.
10. Coricelli, G., Critchley, H., Joffily, M., O'Doherty, J., Sirigu, A., Dolan, R., 2005. Regret and its avoidance: A neuroimaging study of choice behavior. *Nature Neuroscience* 8, 1255-1262.
11. Coricelli, G., Dolan, R., Sirigu, A., 2007. Brain, emotion and decision making: the paradigmatic example of regret. *TRENDS in Cognitive Sciences* 11, 258-265.
12. Crespi, C., Pantaleo, G., Cappa, S., Canessa, N., 2012. Private and social counterfactual emotions: behavioural and neural effects. In A. Innocenti and A. Sirigu (Eds.), *Neuroscience and the Economics of Decision Making* (pp3-20). London: Routledge.
13. Diecidue, E., Somasundaram, J., 2017. Regret theory: A new foundation. *Journal of Economic Theory* 172, 88-119.
14. Dodonova, A., Khoroshilov, Y., 2005. Applications of regret theory to asset pricing. SSRN Working Paper Series. Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=301383>.
15. Elster, J., 1998. Emotions and economic theory. *Journal of Economic Literature* 36, 47-74.
16. Fama, E., French, K., 2004. The capital asset pricing model: Theory and evidence. *Journal of Economic Perspectives* 18 (3), 25-46.
17. Filiz-Ozbay, E., Ozbay, E., 2007. Auctions with anticipated regret: Theory and experiment. *American Economic Review* 97, 1407-1418.

18. Fogel, S., Berry, T., 2006. The disposition effect and individual investor decisions: The roles of regret and counterfactual alternatives. *Journal of Behavioral Finance* 7, 107-116.
19. Frydman, C., Camerer, C., 2016. Neural evidence of regret and its implications for investor behavior. *Review of Financial Studies* 29, 3108-3139.
20. Gilovich, T., Medvec, V., 1995. The experience of regret: What, when, and why. *Psychological Review* 102, 379-395.
21. Glosten, L., Milgrom, P., 1985. Bid, ask and transaction prices in a specialist market with heterogeneously informed traders. *Journal of Financial Economics* 14, 71-100.
22. Gollier, C., Salanié, B., 2006. Individual decisions under risk, risk sharing and asset prices with regret. Unpublished working paper, Université de Toulouse. Available at <http://www.columbia.edu/~bs2237/Regret.pdf>.
23. Hayashi, T., 2008. Regret aversion and opportunity dependence. *Journal of Economic Theory* 139, 242-268.
24. Kahneman, D., Miller, D., 1986. Norm theory: comparing reality to its alternatives. *Psychological Review* 93, 136-153.
25. Landman, J., 1987a. Regret and elation following action and inaction: Affective response to positive versus negative outcomes. *Personality and Social Psychology Bulletin* 13, 524-536.
26. Landman, J., 1987b. Regret: A theoretical and conceptual analysis. *Journal for the Theory of Social Behaviour* 17, 135-160.
27. Landman, J., Manis, J., 1992. What might have been: Counterfactual thought concerning personal decisions. *British Journal of Psychology* 83, 473-477.
28. Lintner, J., 1965. Security prices, risk, and maximal gains from diversification. *Journal of Finance* 20, 587-615.
29. Loomes, G., Sugden, R., 1982. Regret theory: An alternative theory of rational choice under uncertainty. *Economic Journal* 92, 805-824.
30. Lucas, R., 1978. Asset Prices in an Exchange Economy. *Econometrica* 46, 1429-1445.
31. Markowitz, H., 1952. Portfolio selection. *Journal of Finance* 7, 77-91.
32. Magron, C., Merli, M., 2015. Repurchase behavior of individual investors, sophistication and regret. *Journal of Banking & Finance* 61, 15-26.
33. Mehra, R., Prescott, E., 1985. The equity premium: A puzzle. *Journal of Monetary Economics* 15, 145-161.
34. Merton, R., 1973. An Intertemporal Capital Asset Pricing Model. *Econometrica* 41, 867-887
35. Michenaud, S., Solnik, B., 2008. Applying regret theory to investment choices: Currency hedging decisions. *Journal of International Money and Finance* 27, 677-694.
36. Muermann, A., Mitchell, O., Volkman, J., 2006. Regret, portfolio choice, and guarantees in defined contribution schemes. *Insurance: Mathematics and Economic* 39, 219-229.
37. Qin, J., 2015. A model of regret, investor behavior, and market turbulence. *Journal of Economic Theory* 160, 150-174.
38. Qin, J., 2020. Regret-based Capital Asset Pricing Model. *Journal of Banking and Finance* 114, 1-8.
39. Quiggin, J., 1994. Regret theory with general choice sets. *Journal of Risk and Uncertainty* 8, 153-165.
40. Raeva, D., Mittone, L., Schwarzbach, J., 2010. Regret now, take it now: On the role of experienced regret on intertemporal choice. *Journal of Economic Psychology* 31, 634-642.
41. Sarver, T., 2008. Anticipating regret: Why fewer options may be better. *Econometrica* 76, 263-305.
42. Savage, L., 1954. *The Foundations of Statistics*. John Wiley & Sons Inc., New York.
43. Sharpe, W., 1964. Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *Journal of Finance* 19, 425-442.
44. Shefrin, H., Statman, M., 1984. The disposition to sell winners too early and ride losers too long: Theory and evidence. *Journal of Finance* 40, 777-790.
45. Solnik, B., Zuo, L., 2012. A global equilibrium asset pricing model with home preference. *Management Science* 58, 273-292.
46. Steiner, A., Redish, A., 2014. Behavioral and neurophysiological correlates of regret in rat decision-making on a neuroeconomic task. *Nature Neuroscience* 17, 995-1002.
47. Strahilevitz, M., Odean, T., Barber, B., 2011. Once burned, twice shy: How naive learning, counterfactuals, and regret affect the repurchase of stocks previously sold. *Journal of Marketing Research* 48, S102-S120.
48. Tobin, J., 1958. Liquidity preference as behaviour towards risk. *Review of Economic Studies*, 25, 65-86.
49. Zeelenberg, M., Pieters, R., 2007. A theory of regret regulation 1.0. *Journal of Consumer Psychology* 17, 3-18.
50. Zeelenberg, M., van Dijk, W., Manstead, A., van der Pligt, J., 2000. On bad decisions and disconfirmed expectancies: the psychology of regret and disappointment. *Cognition and Emotion* 14: 521-541.
51. Zhou, Z., Yu, R., Zhou, X., 2010. To do or not to do? Action enlarges the FRN and P300 effects in outcome evaluation.

Neuropsychologia 48, 3606-3613.

52. Wong, K., 2011. Regret theory and the banking firm: The optimal bank interest margin. *Economic Modelling* 28, 2483-2487.

(はた かつ 立命館大学経済学部)

